Frederik Dilling, Daniel Thurm
& Ingo Witzke (Hrsg.)

Digitaler Mathematikunterricht in Forschung und Praxis

Tagungsband zur Vernetzungstagung 2022 in Siegen

WTM
Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien Münster

Mathematiklernen mit digitalen Medien
3

Mathematiklernen mit digitalen Medien

Herausgegeben von
Martin Stein

Band 3

FREDERIK DILLING, DANIEL THURM & INGO WITZKE (HRSG.)

DIGITALER MATHEMATIKUNTERRICHT IN FORSCHUNG UND PRAXIS

TAGUNGSBAND ZUR VERNETZUNGSTAGUNG 2022 IN SIEGEN

WTM
Verlag für wissenschaftliche Texte
und Medien Münster

Bibliografische Information der Deutschen Bibliothek

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte Informationen sind im Internet über http://dnb.de abrufbar

ISBN 978-3-95987-204-1
https://doi.org/10.37626/GA9783959872041.0

Vorwort

Die fortschreitende Digitalisierung in nahezu allen Lebensbereichen tangiert in besonderer Weise auch den Bildungsbereich. So hat Schule die Aufgabe auf das Leben in einer digitalen Welt vorzubereiten (digitale Bildung als Lehr-Lerninhalt) und gleichzeitig eröffnen sich durch den Einsatz digitaler Medien auch neue Möglichkeiten, mathematische Lernprozesse zu unterstützen. Das Thema Digitalisierung hat dabei insbesondere auch durch die Corona-Pandemie noch einmal ganz erheblich an Bedeutung gewonnen. Es gilt mehr denn je, die Chancen digitaler Medien für mathematische Lehr-Lernprozesse zu identifizieren und gezielt zu nutzen. Gleichzeitig stellt die Digitalisierung jedoch alle beteiligten Akteure, insbesondere Lehrer*innen und Schüler*innen vor große Herausforderungen. Um diesen Herausforderungen zu begegnen und die Chancen der Digitalisierung im Mathematikunterricht bestmöglich zu realisieren, ist ein intensiver Austausch und eine konstruktive Zusammenarbeit zwischen allen beteiligten Akteuren wie z.B. Mathematikdidaktiker*innen, Lehrer*innen, Schüler*innen, Akteuren der Schulpolitik und Eltern notwendig.

Wir freuen uns daher besonders Ihnen den Tagungsband der „Vernetzungstagung 2022 - Mathematikunterricht mit digitalen Medien und Werkzeugen in Schule und Forschung“ präsentieren zu dürfen. Die Tagung, die von der Mathematikdidaktik der Universität Siegen vom 6.-7. Mai 2022 im Rahmen des Projekts DigiMath4Edu (www.digimath4edu.de) ausgerichtet wurde, war unsere erste Vernetzungsveranstaltung in Präsenz nach der Corona-Pandemie und zielte darauf ab, eine Plattform für den Austausch von Ideen und Erfahrungen zu bieten. Fokus der Tagung war dabei ganz im Sinne des Tagungstitels die Zusammenführung und Vernetzung verschiedener Akteure aus Forschung und Schulpraxis. Dabei wurden konkrete Ideen für den Mathematikunterricht sowie spannende übergeordnete Fragestellungen diskutiert und verschiedene Perspektiven auf die Digitalisierung im Mathematikunterricht eingenommen. Das Programm umfasste neben Vorträgen, Workshops und Postervorstellungen auch zwei Podiumsdiskussionen sowie Hauptvorträge zu den Themen Digitalisierung als Lehrmethode vs. Lerngegenstand und SocialMedia im Mathematikunterricht.

Die Breite der Beiträge in diesem Tagungsband zeigt, dass das Thema Digitalisierung im Mathematikunterricht ein sehr aktives Forschungsfeld in Deutschland ist. Die verschiedenen Beiträge reichen von konkreten Unterrichtsideen über theoretische Beiträge bis hin zu empirischen Forschungsarbeiten. Ebenso lässt sich eine große Vielfalt von unterschiedlichen Medienarten identifizieren, die in den Beiträgen betrachtet werden (z.B. 3D-Drucker, Lernvideos, Audio-Podcast, Apps). In seiner Gesamtheit bildet der Tagungsband somit eine hervorragende Basis für die weitere Entwicklung des Themas.

Wir möchten uns bei allen Teilnehmer*innen, Referent*innen sowie den Organisator*innen für ihre wertvollen Beiträge und ihr Engagement bedanken. Ohne ihre Unterstützung wäre diese Tagung nicht möglich gewesen. Wir hoffen, dass dieser Tagungsband dazu beiträgt, den Austausch und die Zusammenarbeit auf diesem wichtigen Gebiet weiter zu fördern und freuen uns schon auf die nächste Vernetzungstagung.

Wir wünschen viel Freude beim Lesen,

Die Herausgeber des Tagungsbandes.

Inhaltsverzeichnis

Malina Abraham, Sofia Bielinski, Elisabeth Kissel, Christoph Selter, Hannah Vonstein & Susanne Prediger

Technische Universität Dortmund, malina.abraham@math.tu-dortmund.de

Designprinzipien in divomath: Digitale verstehensorientierte Lehr-Lern-Umgebungen für alle Unterrichtsphasen

Während viele digitale Lern-Plattformen nur auf das Üben von Fertigkeiten zielen, werden im Projekt divomath verstehensorientierte Lehr-Lern-Umgebungen für das Erarbeiten, Systematisieren und Üben von mathematischen Konzepten und Operationen entwickelt. Der Beitrag erläutert, wie die Prinzipien Verstehensorientierung, kognitive Aktivierung, Durchgängigkeit, Lernendenorientierung und Adaptivität sowie Kommunikationsförderung das Design leiten.

1. Design-Research für verstehensorientierte Lehr-Lern-Umgebungen

Seit 2021 werden im fachdidaktischen Design-Research-Projekt *divomath* *di*gitale *v*erstehens*o*rientierte Lehr-Lern-Umgebungen für den *Math*ematikunterricht der Klassenstufen 3-6 iterativ entwickelt und beforscht. So entstehen digitale Unterrichtseinheiten, die die Potentiale der Digitalisierung nutzen, um inhaltliches Verständnis für Konzepte und Operationen sowie die dafür notwendige bedeutungsbezogene Sprache aufzubauen. In einer eigens dafür entwickelten browserbasierten Webplattform werden Materialien für alle Phasen des Unterrichts (Erarbeiten, Systematisieren, Üben / Vertiefen sowie Überprüfen) angeboten. Sie stehen nach Projektabschluss allen nordrheinwestfälischen Lehrkräften zur Verfügung.

In der ersten Projektphase werden sechs Module, je drei zur Primar- und Sekundarstufe, z.T. mit mehreren Bausteinen anvisiert. Für jede Kompetenzerwartung in einem Baustein werden mehrere Einheiten entlang eines intendierten Lernpfads von je ein bis zwei Unterrichtsstunden konzipiert. Abb. 1 zeigt die sechs derzeit geplanten Module sowie exemplarisch die drei Kompetenzerwartungen und die acht Einheiten zum Operationsverständnis.

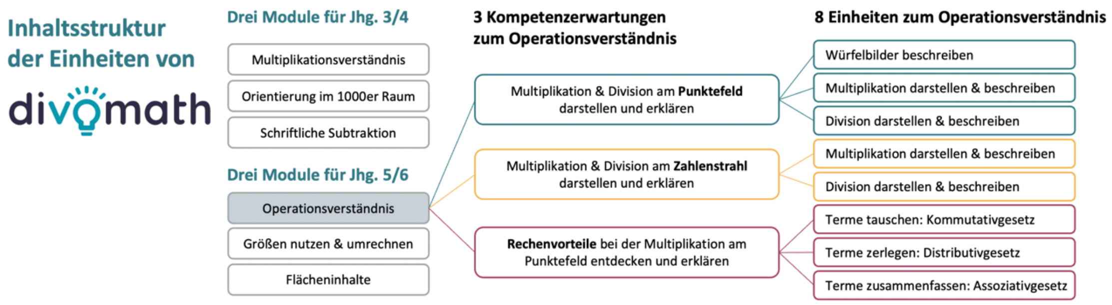


Abbildung 1: Inhaltsstruktur der derzeitigen *divomath*-Module

Lehrkräfte können Einheiten für unterschiedliche Unterrichtsphasen auswählen und fokussiert ansteuern, welche Aufgabensequenzen sie für ihren Unterricht nutzen. Lernendenprodukte zu ausgewählten Aufgaben können eingesehen werden, um individuelle Vorstellungen und Strategien zu diagnostizieren oder in unmoderierten Kleingruppen oder im lehrkraftmoderierten Plenum diskutieren zu lassen. Während adaptive Übungsphasen auch mit automatischen und teilweise fehlerbezogenen Rückmeldungen ausgestattet sind (Aleven et al., 2017), werden in den offener gestalteten Erarbeitungs- und Systematisierungsphasen die Lehrkräfte bei der Moderation und Orchestrierung technologiebasiert unterstützt, aber nicht ersetzt (Scheiter, 2021).

Gemäß dem gewählten Design-Research-Ansatz (Hußmann et al., 2013) werden Prototypen in mehreren Designexperimentzyklen erprobt. Die initiierten Lehr-Lernprozesse werden qualitativ analysiert, um Wirkungen und typische Herausforderungen des digitalen Designs zu untersuchen und Gelingensbedingungen zur Umsetzung zu identifizieren. Erste Designexperimente zu einigen Aufgabensequenzen wurden bereits durchgeführt und ausgewertet, sodass erste Ausschärfungen der Anforderungen an die digitalen Designelemente erfolgt sind. Im Folgenden werden die genutzten Designprinzipien und ihre Realisierung vorgestellt.

2. Designprinzipien und digitale Elemente für ihre Realisierung

Wir orientieren uns an fünf übergreifenden didaktischen Prinzipien (Abb. 2), die im DZLM (Deutschen Zentrum für Lehrkräftebildung Mathematik) für das Zehn-Jahres-Projekt *QuaMath* (Unterrichts- und Fortbildungs-Qualität in Mathematik entwickeln) als zentral und miteinander vernetzt identifiziert wurden mithilfe normativer, epistemologischer, empirischer und pragmatischer Zugänge (Prediger et al., 2022). Die generellen Wirkungen dieser Prinzipien sind in der Instruktionspsychologie und Mathematikdidaktik bereits gut belegt. Derzeit werden sie durch Design-Research-Studien weiter ausdifferenziert, um sie themen- und medienspezifisch realisieren zu können (Drijvers et al., 2016; Leuders, 2019).

Für ihre Konkretisierung in Unterprinzipien und Realisierung in (jeweils für mehrere Prinzipien relevanten) digitalen Designelementen greifen wir auf den mediendidaktischen Forschungsstand zu digitalen Lernumgebungen im Allgemeinen (Aleven et al., 2021; Mayer & Moreno, 2003; Scheiter, 2021) und den fachspezifischen mathematikdidaktischen Forschungsstand zu digitalen Medien zurück (Drijvers et al., 2016; Hillmayr et al., 2020).

Abbildung 2: Advance Organizer zu den fünf übergreifenden Prinzipien mit ihren Designprinzipien und Designelementen (in *kursiv* herausgehoben die gezielt beforschten Designelemente)

2.1 Verstehensorientierung

Gemäß dem übergreifenden Prinzip der *Verstehensorientierung* (*VO* in Abb. 2) (Hiebert & Carpenter, 1992) soll Mathematikunterricht nicht nur kalkülbezogene Lernziele (z.B. Rechenregeln), sondern auch verstehensbezogene Lernziele (d.h. den Aufbau von Verständnis für mathematische Konzepte und Operationen) verfolgen; dabei sollen Rechenregeln stets mit dem zugrundeliegenden Verständnis verknüpft werden. Obwohl digitale Medien vielfältige Potentiale für den Verstehensaufbau bieten (vgl. Drijvers et al., 2016), beschränken sich bislang verfügbare deutschsprachige digitale Lernplattformen vor allem auf kalkülbezogene Lernziele (Thurm, 2020). Daher ist es dezidiertes Ziel von *divomath*, verstehensorientierte Lerngelegenheiten zu schaffen, mit denen Kinder z.B. lernen, die Regel zum Umrechnen von Gewichtseinheiten mit dem zugrundeliegenden Multiplikationsverständnis zu verknüpfen und inhaltlich zu begründen (z.B. „Wenn man Kilogramm in Gramm umrechnet, multipliziert man mit 1000, denn z.B. bei 3 kg braucht man pro Kilogramm jeweils 1000 g, das sind drei 1000er, also $3 \cdot 1000$“). Verstehensorientierung umzusetzen, erfordert drei konkretere Designprinzipien (vgl. Abb. 2):

Verstehensbezogene Lernziele (wie das Begründen der Umrechnungsregel) sind voraussetzungsreich und daher nur erreichbar, wenn die Lerngelegenheiten geeignet sequenziert und verknüpft werden. Nur wer ein Multiplikationsverständnis von drei 1000ern und eine Vorstellung von grober und feiner Strukturierung in unterschiedliche Einheiten (g und kg) aufgebaut hat, kann die Umrechnungsregel begründen. Gemäß dem Designprinzip *Vom Inhaltlichen Denken zum Kalkül* (*VO1*) (Prediger, 2009) werden daher die Lernpfade so gestaltet, dass ausgehend vom Alltagsdenken der Lernenden zunächst inhaltliche Vorstellungen für mathematische Konzepte und Operationen aufgebaut werden. Diese werden dann hin zu den kalkülhaften Rechenregeln sukzessive schematisiert (Freudenthal, 1983; Treffers, 1993). Für digitale Lehr-Lern-Umgebungen bedeutet das, dass nicht Einzelaufgaben oder einzelne Erklärvideos die didaktische Planungseinheit sein können, sondern Lernpfade über mehrere Einheiten hinweg gedacht werden müssen.

Gemäß dem Designprinzip *Darstellungsvernetzung* (*VO2*) werden inhaltliche Vorstellungen aufgebaut, indem graphische, kontextuelle, verbale und symbolische Darstellungen vernetzt werden (Lesh, 1979). *Vernetzen* geht über das Wechseln von Darstellungen hinaus, indem Lernende auch erklären sollen, wie einzelne Strukturelemente einer Darstellung in der nächsten zu finden sind (Renkl et al., 2013). Mit digitalen Medien lassen sich Vernetzungen durch Multirepräsentationsfunktionen umsetzen, die die operative Variation in einer Darstellung simultan in einer zweiten Darstellung zeigen (Kaput, 1992; Ladel, 2009). Dazu nutzen die *divomath*-Lehr-Lern-Umgebungen dynamische Arbeitsmittel wie in Abb. 3 (Kaput, 1992; Leuders, 2019): Darin können Lernende erkunden, wie ein Term sich ändert, wenn sie das entsprechende Punktefeld manipulieren (Hinzufügen und Wegnehmen von waagerechten und senkrechten Reihen durch Zieh-Bewegung). Fokussiert wird dadurch die multiplikative Bündelungsstruktur als entscheidendes Element des Multiplikationsverständnisses (Kuhnke, 2013).

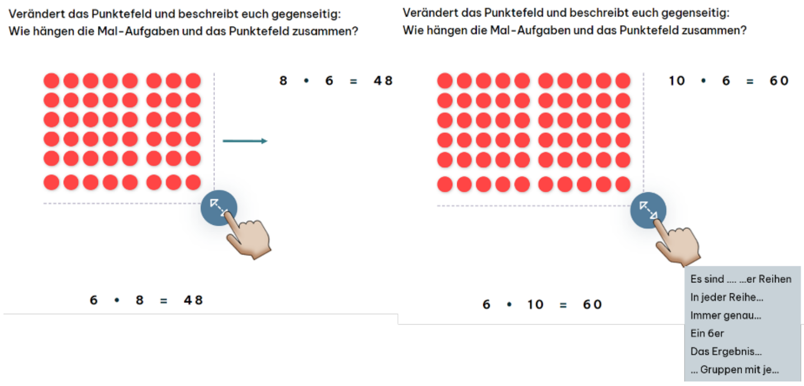


Abbildung 3: Beispiel zur dynamischen Darstellungsvernetzung und Sprachhilfen

Das in Abb. 3 exemplarisch geforderte Erklären, wie die Darstellungen vernetzt sind, gelingt für zentrale Strukturen nur einigen Kindern. Für die anderen muss zunächst eine bedeutungsbezogene Denksprache erarbeitet werden, mit der die relevanten Bedeutungen ausgedrückt und gedacht werden können („Es kommt immer ein 5er dazu", vgl. Prediger, 2019). Das Designprinzip *Aufbau bedeutungsbezogener Denksprache* (*VO3*) hat sich für einen Verstehensaufbau als zentral herausgestellt (Prediger, 2019). Dies wird durch Sprachvorbilder in Leitfiguren und Erklärvideos und vor allem durch die Einbindung der Lernenden in reichhaltige Sprachhandlungen realisiert (→ *Kommunikationsförderung*). Dazu wird die neu zu lernende Sprache an die eigensprachlichen Ressourcen der Kinder angeknüpft (→ *Lernendenorientierung*).

2.2 Kognitive Aktivierung

Gemäß dem Prinzip der *Kognitiven Aktivierung* (*KA*) sind Lernprozesse lernwirksamer für den Wissensaufbau, wenn Lernende neben Routinetätigkeiten auch in anspruchsvollere kognitive Aktivitäten involviert werden (Henningsen & Stein, 1997), die die jeweils relevanten Wissenselemente fokussieren (Renkl, 2015).

In digitalen Medien kann Aktivierung durch Interaktionselemente (Animationen, Simulationen, Drag´n´Drop-Aktivitäten, Selbsterklärungsprompts) ermöglicht werden, die zum digitalen Manipulieren ('Hands-on') und zum Denken ('Minds-on') anregen. Dies gelingt allerdings nur bei hinreichender Fokussierung auf die jeweils zu erarbeitenden Wissenselemente (Renkl, 2015; Scheiter, 2021). Ein mediendidaktisch relevantes Unterprinzip zur Ermöglichung der Fokussierung ist *Reduktion von unnötigem Cognitive Load* (*KA1*) durch strukturell klare Oberflächen ohne unnötige Ablenkung und mit geeigneter Text-Bild-Kohärenz (Mayer & Moreno, 2003). Unterhalb der medialen Oberflächenstrukturen erfordert die fachdidaktische Tiefenstruktur kognitiver Aktivierung zwei weitere Unterprinzipien:

Das Designprinzip der *fokussierten kognitiven Aktivierung* (*KA2*) geht über Reduktion von unnötigem Cognitive Load hinaus: Nur wenn tatsächlich die *relevanten* Verstehenselemente fokussiert werden, gelingt der Verstehensaufbau (Renkl, 2015; Scheiter, 2021). Dies erfordert die fachdidaktische Spezifizierung der jeweils zu adressierenden, explizierenden und vernetzenden Verstehens- und Kalkülelemente (Korntreff & Prediger, 2022). In der digitalen Umsetzung von Interaktionselementen ist dies vor allem relevant bei den eingesetzten dynamischen Arbeitsmitteln (s.o.), die auf die zentralen strukturellen Elemente fokussieren (Leuders, 2019) und durch Gesten zu bedienen sein sollen, die mit den intendierten mentalen Handlungen kongruent sind (Reinhold et al., 2020). Weitere gegenstandsbezogene Forschung ist notwendig, um mit dynamischen Arbeitsmitteln die wichtigsten Strukturen zu fokussieren und relevante mentale Handlungen zu unterstützen (Drijver et al., 2016).

Der *aktive Wissensaufbau über mehrere Phasen* (*KA3*) wird initiiert durch phasengerecht gestaltete Aufgabensequenzen, die in Erarbeitungsphasen offene, divergente Erkundungen an den dynamischen Arbeitsmitteln ermöglichen, in Systematisierungsphasen trotz größerer Konvergenz die Lernenden auch aktiv beteiligen, und in Übungsphasen das Training von Routinetätigkeiten und kognitiv anspruchsvollen Aktivitäten (auch in komplexeren Anwendungssituationen) gezielt kombinieren, um Wissen zu konsolidieren (Prediger et al., 2021). Die kleinsten didaktischen Einheiten der digitalen Lehr-Lern-Umgebung bilden daher Aufgabensequenzen statt Einzelaufgaben, die phasenspezifisch ausgestaltet sind. Zentrale digitale Designelemente sind die dynamischen Arbeitsmittel und die dazu passenden zunächst offenen, später stärker vorstrukturierten Aufgaben, die im Bereich des Übens durch entsprechende Programmierungen auch mit differenziertem individuellem automatischem Feedback zu den Interaktionen versehen werden können.

2.3 Durchgängigkeit

Nach dem Prinzip der *Durchgängigkeit* (*DG*) sollen die Lerngegenstände in langfristig kohärenten Lernpfaden entlang des Spiralcurriculums organisiert werden, um nachhaltiges vernetztes Lernen zu ermöglichen (Bruner, 1966). Dies erfolgt mit drei Designprinzipien:

Curriculare Kohärenz (*DG1*) bezeichnet die Passung der Wissenselemente zueinander. Sie wird geschaffen durch die Auswahl durchgängiger Vorstellungen und Darstellungen, die auch für die nächsten Stufen auf dem langfristigen Lernpfad fortsetzbar sind (Wittmann, 1998). In *divomath* erzeugen wir curriculare Kohärenz zwischen drei Modulen, die alle auf das Operationsverständnis von Multiplikation als Zählen in Bündeln und Division auf Verteilen und Passen-In in bündelstrukturierten Situationen aufbauen (Flächeninhalte, Schätzen von Längen und Gewichten über Passen-In, Umrechnen von Längen- und Gewichtseinheiten). Als durchgängige Darstellungen werden im ersten Modul das dynamische Rechteckfeld und der dynamische Zahlenstrahl für das Multiplikations- und Divisionsverständnis etabliert, auf die dann in den weiteren Modulen aufgebaut wird (vgl. Abb. 4). Der durchgängige Verstehensaufbau wird jeweils gefördert, indem die gleiche multiplikative Bündelungsstruktur fokussiert wird. Durch das Auslegen von Flächen in Reihen wird z.B. das Parkettieren mit Bündelstruktur fokussiert und die verstehensorientierte Begründung der Multiplikation in der Flächenformel vorbereitet

(Prediger, 2019). Im Bereich Gewichte unterstützt die Bündelung in Tausender am Würfelmaterial auf einer dynamischen Waage und am doppelten Zahlenstrahl die Begründung des Umrechnungsfaktors zwischen Kilogramm (im linken groben Würfel) und Gramm (im rechts fein eingeteilten 1000-Gramm-Würfel). Um der Flüchtigkeit des aufgebauten Wissens entgegenzuwirken, ist das *Sichern von Wissen* (*DG2*) entscheidend. Dies erfolgt in digitalen Wissensspeichern, an deren Entstehung die Lernenden aktiv beteiligt werden (Prediger et al., 2021) und auf die sie in der weiteren Arbeit zurückgreifen können.

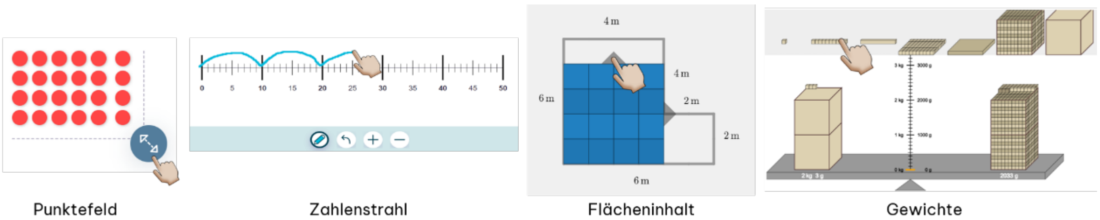


Abbildung 4: Auswahl interaktiver dynamischer Arbeitsmittel in *divomath* (Vorversionen)

Curriculare Kohärenz und *Sichern von Wissen* allein genügen oft nicht, um bei allen Lernenden einen *vernetzten Wissensaufbau* (*DG3*) zu erzeugen. Dazu ist es wichtig, die Vernetzung von Verstehens- und Kalkülelementen bei den Lernenden systematisch und gezielt anzuregen (Hiebert & Carpenter, 1992). Dies erfolgt z.B. durch Aufträge zum Vergleich von Aufgaben, Strategien und Darstellungen und durch gezieltes Anknüpfen an Vorwissen. In der digitalen Realisierung ist dafür die aktive Arbeit mit dem Wissensspeicher ebenso entscheidend wie Erkläraufträge, die Bezüge zwischen den Bausteinen herstellen. Die Webplattform unterstützt diese Designprinzipien durch hypermediale Elemente (Hillmayr et al., 2020), durch die lineare Aufgabensequenzen quer verknüpft werden können.

2.4 Lernendenorientierung und Adaptivität

Das übergreifende Prinzip der *Lernendenorientierung und Adaptivität* (*LA*) zielt darauf, die Lernenden dort abzuholen, wo sie (kollektiv und individuell jeweils) stehen und von dort weiterzubringen. Es wird realisiert mit drei Designprinzipien:

Nach dem Prinzip *Aufgreifen von Lernendendenken* (*LA1*) baut der Lernpfad für den Wissens- bzw. Verstehensaufbau stets auf den mitgebrachten konzeptuellen und sprachlichen Lernendenressourcen auf und ermöglicht der Lehrkraft, mit den Lernendenprodukten im Unterricht aktiv zu arbeiten (Selter, 1993; Prediger, 2020). Dazu werden individuelle Vorstellungen und Strategien durch offene Erarbeitungsaufgaben elizitiert und für die gemeinsame Diskussion auf einer digitalen Pinnwand bereitgestellt. Die Webplattform übernimmt hier die Funktion des Austauschens und Bereitstellens (Barzel & Schreiber, 2017), das eigentliche Aufgreifen gelingt durch die Moderation der Lehrkraft.

Adaptives Üben durch automatisches Feedback (LA2) gilt als eine der zentralen Potentiale digitaler Lernumgebungen (Aleven et al., 2017; Thurm, 2020), indem sie ausgehend von automatischem Feedback zu geschlossenen Aufgaben weitere Übungsaufgaben zuweisen. Auch wenn die Webplattform von *divomath* dieses

Designelement technisch vorsieht, wird die automatische Zuweisung adaptiver Übungsaufgaben in unseren ersten Lehr-Lern-Umgebungen wenig implementiert, denn treffsichere Adaptivität ist erst nach Sammlung und Auswertung vieler empirischer Daten möglich (Aleven et al., 2017). Ein adaptives, automatisches, inhaltliches Feedback dagegen (Reinhold et al., 2020; Hattie, 2007) wird bereits jetzt in die Übungsaufgaben integriert, Abb. 5 zeigt ein Beispiel. Bei richtigen Lösungen sichert das Feedback das zentrale Verstehenselement, bei falschen Lösungen werden Hilfen gegeben und Selbstkorrekturen ermöglicht.

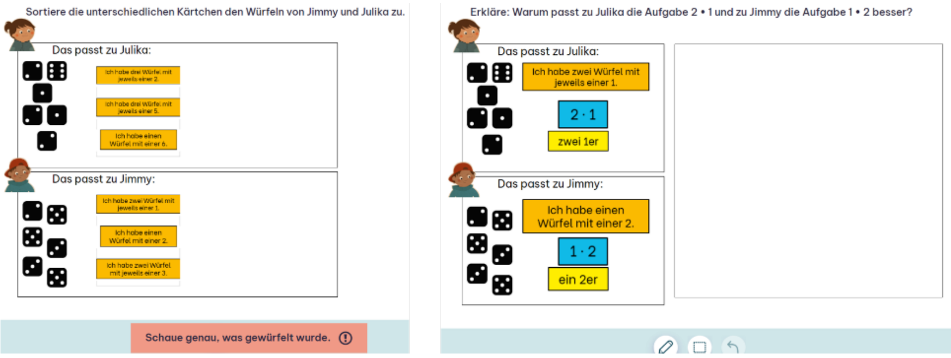


Abbildung 5: Drag´n´Drop-Aufgabe zur bedeutungsbezogenen multiplikativen Bündelsprache mit automatischem Feedback

Formatives Assessment (*LA3*), also die förderorientierte Diagnose im Lernprozess, aus der Lehrkräfte Entscheidungen für die Weiterarbeit treffen (Black & William, 2010), ist durch digitale Umgebungen sehr gut zu realisieren (Drijvers et al., 2016). Dazu dienen spezifische Check-Aufgaben mit automatischer Auswertung, mit denen Lehrkräfte die Lernstände, entweder in Überblicken pro Aufgabe oder pro Lernenden erfassen können. Sie können ebenso vertiefend einzelne Aufgabenbearbeitungen betrachten. Dazu dienen zudem auch die Analysen der Lernendenprodukte aus Erarbeitungs- und Systematisierungsaufgaben (→ *LA2 Aufgreifen von Lernendendenken*). In beiden Fällen kann die Lehrkraft daraufhin differenzierende Zusatzaufgaben adaptiv zuweisen. Adaptivität erfolgt also nicht nur automatisch, sondern auch durch didaktische Entscheidungen der Lehrkräfte.

2.5 Kommunikationsförderung

Ein Aufbau von Verständnis gelingt nicht allein im Selbstlernbetrieb, denn er erfordert auch das Lernen in Kommunikation mit Mitlernenden und zuweilen unter Moderation der Lehrkraft (Walshaw & Anthony, 2008). Doch müssen viele Kinder erst lernen, sich in mathematische Kommunikation aktiv einzubringen. Das Prinzip der *Kommunikationsförderung* (*KF*) zielt daher auf beide Bereiche, Lernen durch Kommunizieren und Lernen zu kommunizieren (Lampert & Cobb, 2003).

Das „Lernen durch Kommunizieren“ erfolgt nach dem Designprinzip der *reichhaltigen Diskursanregungen* (*KF1*), demzufolge fachlich reichhaltige Mathematik nur gelernt werden kann, wenn Lernende nicht nur kognitiv, sondern auch diskursiv aktiviert werden, reichhaltige Sprachhandlungen zu produzieren (Walshaw &

Anthony, 2008). Dazu dienen Klassen- und Tandemgespräche, die sich mit Einzelarbeiten an der digitalen Lehr-Lernumgebung abwechseln müssen. Die Webplattform und die digitalen Einheiten können die Kommunikation dadurch unterstützen, dass sie mathematisch reichhaltige Kommunikationsanlässe bieten, insbesondere über strukturfokussierende Arbeit an verschiedenen Lernendenprodukten. Die Lernumgebung *divomath* unterstützt dies durch eine Pinnwand-Funktion, auf der zuvor erstellte Lernendenprodukte im Plenumsgespräch angezeigt werden können. Sie bietet den Lehrkräften zudem Impulsfragen, um darüber strukturfokussierend ins Gespräch zu kommen (Götze, 2007). Tandemaufgaben nutzen spezifische Potentiale der digitalen Medien, um gezielte Anlässe für strukturierte Kommunikation mit produktiver Abhängigkeit zu schaffen, indem beide Kinder jeweils Unterschiedliches auf den Bildschirmen sehen.

Das „Lernen zu kommunizieren" erfolgt durch weitere Prinzipien der *Sprachbildung* (*KF2*) (Prediger, 2020). Um Lernende zur Partizipation an reichhaltigen Sprachhandlungen wie Erklären von Bedeutung oder Argumentieren über die Passung einer Darstellung zu befähigen, wird mittels Mikro- und Makroscaffolding die Sprache der Lernenden sukzessive aufgebaut. Dadurch können Lernende ihre eigensprachlichen Ressourcen erweitern und die bedeutungsbezogene und später auch formalbezogene Sprache (→ *VO3 Aufbau bedeutungsbezogener Denksprache*) daran anknüpfen. In *divomath* werden die inhaltlichen Lernpfade daher stets durch passende sprachliche Lerngelegenheiten begleitet, z.B. das Sprachvorbild einer Leitfigur oder die Überformung der Lehrkraft. So wird z.B. die bedeutungsbezogene Denksprache über multiplikative Bündelungsstrukturen („drei 5er") gezielt durch Sprachvorbilder und Sprachvernetzungsaufträge etabliert und in allen späteren divomath-Einheiten daran angeknüpft. Abb. 5 zeigt exemplarisch, wie Sprachvernetzungsaufträge im Drag´n´Drop-Format digital realisiert werden, um Satzbausteine einzuüben.

3. Ausblick

Die ersten vier digitalen Einheiten werden derzeit in Designexperimenten erprobt, der analytische Fokus liegt dabei auf den in Abb. 2 hervorgehobenen digitalen Designelementen. Praktisch optimiert wird zudem die Handhabbarkeit der Webplattform selbst, sodass sie für eine vielfältige Orchestrierung der Lernangebote (Scheiter, 2021) die Lehrkräfte bestmöglich unterstützt. Danach können die Wirkungen der Designprinzipien und ihrer digitalen Umsetzung im Zusammenspiel von digitalen und analogen Unterrichtsphasen systematisch beforscht werden.

Dank. Das Projekt *divomath* wird 2021-23 gefördert vom nordrheinwestfälischen Ministerium für Schule und Bildung. Wir danken den weiteren Mitgliedern des *divomath*-Teams Andrea Baldus, Yannick Becker, Lara Gayer, Willy Noll, Anne Tester, Niklas Peters, Kim Quabeck und Sabine Pendl für die Zusammenarbeit.

Literatur:

Aleven, V., McLaughlin, E.A., Glenn, R.A. & Koedinger, K.R. (2017). Instruction based on adaptive learning technologies. In R.E. Mayer & P. Alexander (Hrsg.), *Handbook of research on learning and instruction* (S. 522–560). New York: Routledge.

Barzel, B. & Schreiber, C. (2017). Digitale Medien im Unterricht. In M. Abshagen, B. Barzel, J. Kramer, T. Riecke-Baulecke, B. Rösken-Winter, & C. Selter (Hrsg.), *Basiswissen Lehrerbildung* (S. 200–215). Seelze: Friedrich / Klett Kallmeyer.

Black, P. & William, D. (2010). Inside the black box: Raising standards through classroom assessment. *Phi Delta Kappan, 92*(1), 81–90.

Bruner, J. (1966). *Toward a theory of instruction*. Cambridge: Harvard University Press.

Drijvers, P., Ball, L., Barzel, B., Heid, M. K., Cao, Y., & Maschietto, M. (2016). *Uses of technology in lower secondary mathematics education.* Cham: Springer.

Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Dordrecht: Kluwer.

Götze, D. (2007). *Mathematische Gespräche unter Kindern.* Hildesheim: Franzbecker.

Hattie, J., Timperley, H. (2007). The power of feedback. *Review of Educational Research, 77*(1), 81–112.

Henningsen, M. & Stein, M. K. (1997). Mathematical tasks and student cognition: classroom-based factors that support and inhibit high-level mathematical thinking and reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education, 28(*5), 524–549.

Hiebert, J. & Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. In D. A. Grouws (Hrsg.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (S. 65–97). New York: Macmillan.

Hillmayr, D., Ziernwald, L., Reinhold, F., Hofer, S. I. & Reiss, K. M. (2020). The potential of digital tools to enhance mathematics and science learning in secondary schools: A context-specific meta-analysis. *Computers & Education, 153*(103897).

Hußmann, S., Thiele, J., Hinz, R., Prediger, S. & Ralle, B. (2013). Gegenstandsorientierte Unterrichtsdesigns entwickeln und erforschen. In M. Komorek & S. Prediger (Hrsg.), *Der lange Weg zum Unterrichtsdesign* (S. 25–42). Münster: Waxmann.

Kaput, J. J. (1992). Technology and mathematics education. In D. A. Grouws (Hrsg.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (S. 515–556). New York: MacMillan.

Korntreff, S., & Prediger, S. (2022). Verstehensqualität von YouTube-Erklärvideos. *Journal für Mathematikdidaktik*, *43(2)*, 281–310.

Kuhnke, K. (2013). *Vorgehensweisen von Grundschulkindern beim Darstellungswechsel*. Wiesbaden: Springer.

Ladel, S. (2009). *Multiple externe Repräsentationen (MERs) und deren Verknüpfung durch Computereinsatz*. Hamburg: Kovač.

Lampert, M., & Cobb, P. (2003). Communication and language. In J. Kilpatrick & D. Shifter (Hrsg.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (S. 237–249). Reston: National Council of Teachers of Mathematics.

Lesh, R. (1979). Mathematical learning disabilities. In R. Lesh, D. Mierkiewicz, & M. Kantowski (Hrsg.), *Applied mathematical problem solving* (S. 111–180). Columbus: Ericismeac.

Leuders, T. (2019). Mathematik erkunden und verstehen mit unterrichtsintegrierten Lern-Apps. In A. Büchter, M. Glade, R. Herold-Blasius, M. Klinger, F. Schacht & P. Scherer (Hrsg.), *Vielfältige Zugänge zum Mathematikunterricht* (S. 219–231). Wiesbaden: Springer.

Leuders, T. & Holzäpfel, L. (2011). Kognitive Aktivierung im Mathematikunterricht. *Unterrichtswissenschaft, 3*(3), 213–230.

Mayer, R. E. & Moreno, R. (2003). Nine Ways to Reduce Cognitive Load in Multimedia Learning. *Educational Psychologist, 38*(1), 43–52.

Prediger, S. (2009). Inhaltliches Denken vor Kalkül. In A. Fritz & S. Schmidt (Hrsg.), *Fördernder Mathematikunterricht in der Sek. I* (S. 213–234). Weinheim: Beltz.

Prediger, S. (2019). Mathematische und sprachliche Lernschwierigkeiten – Empirische Befunde und Förderansätze am Beispiel des Multiplikationskonzepts. *Lernen und Lernstörung, 8*(4), 247–260.

Prediger, S. (2020). *Sprachbildender Mathematikunterricht in der Sekundarstufe - ein forschungsbasiertes Praxisbuch*. Berlin: Cornelsen.

Prediger, S., Barzel, B., Hußmann, S. & Leuders, T. (2021). Towards a research base for textbooks as teacher support: the case of engaging students in active knowledge organization in the KOSIMA project. *ZDM – Mathematics Education, 53*(6), 1233–1248.

Prediger, S., Götze, D., Holzäpfel, L., Rösken-Winter, B. & Selter, C. (2022, im Druck). Five principles for high-quality mathematics teaching. *Frontiers in Education, 7:*969212, 1–18. https://doi.org/10.3389/feduc.2022.969212

Reinhold, F., Hofer, S.I., Hoch, S., Werner, B., Richter-Gebert, J., Reiss, K. (2020). Digital support principles for sustained mathematics learning in disadvantaged students. *PLoS ONE, 15*(10): e0240609, 1–16.

Renkl, A. (2015). Different roads lead to Rome: the case of principle-based cognitive skills. *Learning: Research and Practice, 1*(1), 79–90.

Renkl, A., Berthold, K., Große, C. S. & Schwonke, R. (2013). Making better use of multiple representations. In R. Azevedo & V. Aleven (Hrsg.), *International Handbook of Metacognition and Learning Technologies* (S. 397–408). New York: Springer.

Scheiter, K. (2021). Lernen und Lehren mit digitalen Medien: Eine Standortbestimmung. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft, 24*(5), 1039–1060.

Selter, C. (1993). *Eigenproduktionen im Arithmetikunterricht der Primarstufe*. Wiesbaden: Deutscher Universitätsverlag.

Treffers, A. (1993). Wiskobas and Freudenthal: Realistic Mathematics Education. *Educational Studies in Mathematics, 25*(1-2), 89–108.

Thurm, D. (2020). *Digitale Mathematik-Lernplattformen in Deutschland*. Expertise. Universität Duisburg-Essen.

Walshaw, M. & Anthony, G. (2008). The teacher's role in classroom discourse: a review of recent research into mathematics classrooms. *Review of Educational Research*, *78*(3), 516–551.

Wittmann, E. C. (1998). Standard number representations in the teaching of arithmetic. *Journal für Mathematik-Didaktik, 19*(2/3), 149–178.

Eileen Baschek & Christof Schreiber

Justus-Liebig-Universität Gießen, eileen.baschek@math.uni-giessen.de, christof.schreiber@math.uni-giessen.de

Sprachsensibler Einsatz von PrimarWebQuests

In diesem Beitrag wird die Methode PrimarWebQuest vorgestellt und auf sprachliche Unterstützungsmöglichkeiten bei deren Einsatz eingegangen. Ein PrimarWebQuest bietet eine Struktur, mit der sich Lernende projektorientiert Kompetenzen aneignen. Das Lernen findet sowohl bezüglich des Inhalts als auch der Vermittlungs- und Arbeitsformen multiperspektivisch statt. Die Methode kann durch ihre kooperative Lernform integriertes Inhalts- und Sprachenlernen unterstützen.

1. WebQuest

Die Methode ‚WebQuest' wurde von Dodge und March 1995 als äußerst anspruchsvolles Unterrichtsmodell entwickelt, um Informationen aus dem WorldWideWeb für den Lernprozess Erwachsener sinnvoll zu nutzen. Dabei gingen die Erfinder von einer konstruktivistischen Erkenntnistheorie aus, also der Idee, dass Wissen nur über Handeln gewonnen werden kann. Dodge und March entwickelten eine Struktur, die es den Lernenden ermöglicht, Wissen aus dem Internet zielgerichtet für sich zu nutzen (s. Schreiber & Kromm, 2020).

1.1 Vom WebQuest zum PrimarWebQuest

Für den Einsatz in der Primarstufe wurde die Methode WebQuest zunächst erprobt und dann durch Schreiber (2007) angepasst: Die ursprüngliche Version von Dodge und March (s. Dodge, 1997), auf die sich Moser (2000) bezieht und die Bescherer (2005) im Mathematikunterricht eingesetzt hat, wurde dazu verändert (s. Tab. 1).

Dodge (1997)	Moser (2000)	Bescherer (2005)	Schreiber (2007)
introduction	Thema	Einleitung	Einleitung
task	Aufgabenstellung	Aufgabe	Projekt
information sources	Ressourcen	Vorgehen	
process	Prozess	Quellen	Quellen
guidance	Evaluation	Bewertung	Anforderungen
conclusion	Präsentation	Fazit	Ausblick

Tabelle 1: Zur Entwicklung der PrimarWebQuests (s. Schreiber & Kromm, 2020, S. 39)

Die Unterscheidung von ‚Aufgabe' und ‚Vorgehen' war für die Lernenden schwierig. Daher wurden beide Bereiche in einer Kategorie als ‚Projekt' zusammengefasst. Es gibt einen kurzen Text, der die Aufgabe umreißt und anschließend wird der Arbeitsprozess beschrieben. Auf der Seite ‚Projekt' wird der Umgang mit Material und Quellen, die Suche und Bearbeitung von Informationen, sowie die Art der Präsentation vorgegeben (vgl. Schreiber, 2007).

Auch für den Einsatz in der Primarstufe zeichnen vor allem die Quellen das WebQuest aus, wobei die Anzahl der Quellen in der Grundschule meist deutlich geringer ist als in den Sekundarstufen. Die Internetquellen werden von den Lehrenden gezielt ausgewählt und mit Hilfe von direkten Links bereitgestellt. Es werden auch hilfreiche analoge Quellen genannt und Hinweise auf anderes Anschauungsmaterial im Klassenzimmer gegeben.

Die von Bescherer (2005) in der Sekundarstufe genutzten Tabellen zur Bewertung wurden zu einer ‚einspaltigen' Lösung vereinfacht, da die Textmenge die Grundschülerinnen und Grundschüler überforderte (Schreiber, 2007). Es wird darauf verzichtet, verschiedene zu erreichende Niveaus aufzuzählen, um die Informationsfülle zu reduzieren. Es ist ein Bewertungsbogen für die Lernenden zu finden, der ihre Reflexion und die Rückmeldung durch die Lehrkraft unterstützt.

Das ‚Fazit' wurde durch einen ‚Ausblick' ersetzt, der auch als Differenzierungsangebot für schnellere Gruppen dient. Im Ausblick findet sich dazu meist ein weiterführender Link passend zum Thema.

Ein PrimarWebQuest kann eigens durch die Lehrkraft erstellt werden, um dieses an die Lerngruppe und die institutionellen Gegebenheiten anzupassen und eine vielfältige Differenzierung zu ermöglichen (Schreiber & Kromm, 2020). PrimarWebQuests können nach eigenen Wünschen mithilfe gängiger Website-Editoren oder mit vorgegebenem Layout anhand von Generatoren erstellt werden (s. Schreiber & Kromm, 2020). Eine Nutzung von PrimarWebQuests ist sinnvoll, sobald die Lernenden Texte sinnentnehmend lesen können.

Nach ersten Erprobungen zeigte sich, dass PrimarWebQuests auch im bilingualen Mathematikunterricht gewinnbringend eingesetzt werden können, da sie sowohl das mathematische als auch das sprachliche Lernen unterstützen (Baschek, 2020) und einen sprachsensiblen Einsatz nahelegen (Baschek, 2021).

1.2 Aufbau eines PrimarWebQuests

Die fünf Teile und die angesprochenen Änderungen zur ursprünglichen Form werden am Beispiel eines bilingualen PrimarWebQuests zu Längeneinheiten erläutert, das von Eileen Baschek gestaltet wurde und über den QR-Code abrufbar ist.

Die *Einleitungsseite* (vgl. Abb. 1) des PrimarWebQuests dient dazu, die Lernenden auf das Thema einzustimmen. Alle fünf Seiten sind durch eine Navigationsleiste miteinander verbunden, so dass man problemlos zwischen den einzelnen Seiten wechseln kann. In diesem Fall sollen die Lernenden ihre Eltern überzeugen, gemeinsam den Super Bowl zu sehen.

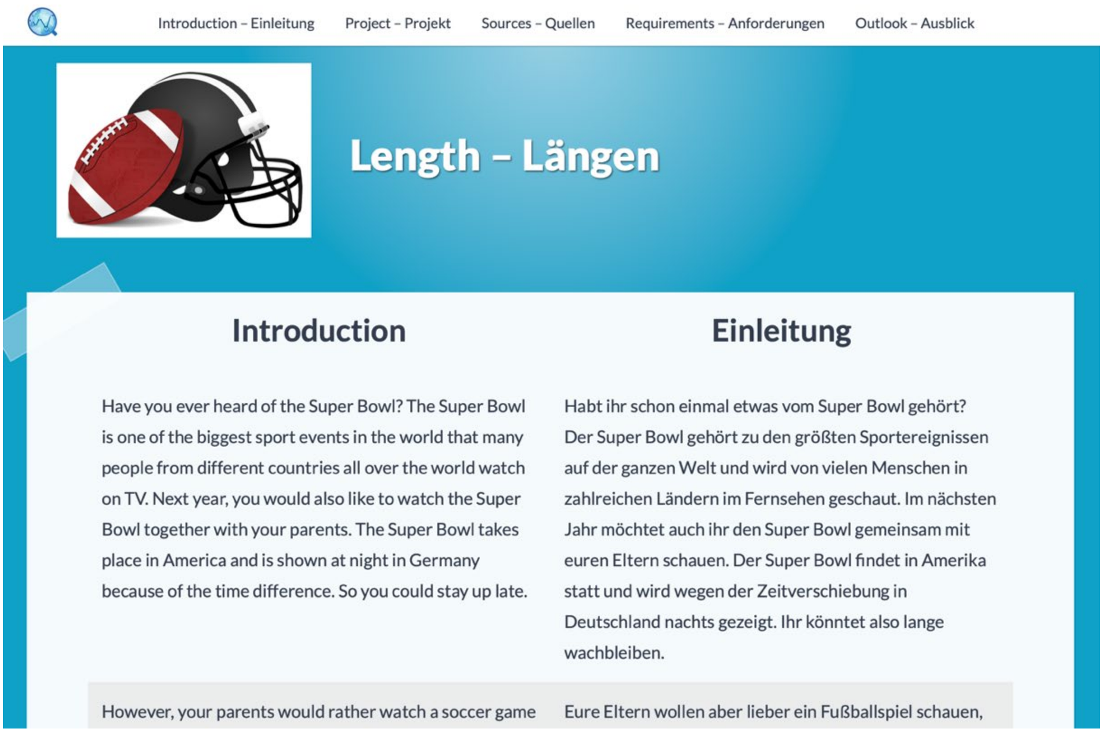


Abbildung 1: PrimarWebQuest ‚Length – Längen' – Einleitung: https://math-primwq-bilingual.sd.uni-frankfurt.de/length-laengen/introduction-einleitung/ Zugegriffen: 11. Nov. 2022

Unter der Kategorie *Projekt* (vgl. Abb. 2) folgt die Projektbeschreibung. Dieser Bereich vereint die beiden klassischen Kategorien Aufgabe und Vorgehen miteinander, wobei die beiden ursprünglichen Kategorien noch separat zu erkennen sind: Es gibt einen kurzen Text, der die Aufgabe umreist – hier genügen oft ein bis zwei Sätze – und anschließend wird der erforderliche Arbeitsprozess beschrieben. Im gezeigten Beispiel müssen sich die Lernenden über American Football sowie insbesondere über die Längenangaben auf dem Spielfeld und das dazugehörige US Standard System informieren. Insgesamt wird hier der Umgang mit Material und Quellen, Suche und Bearbeitung von Informationen, konkrete Fragen und Anweisungen, Art der Zusammenarbeit sowie die Art der Präsentation beschrieben. Angestrebt wird dabei, die Trennung von Auftrag an die Lernenden und den zu erledigenden Schritten, welche es den Lernenden ermöglichen, diesen Auftrag erfolgreich zu bearbeiten. Wie Bescherer (2005) betont, ist diese Trennung wichtig, um das Vorgehen von der konkreten Aufgabe zu abstrahieren und auf andere Aufgaben übertragen zu können. Die gesamten Arbeitsanweisungen sind zudem nochmals als Textdokument zum ‚Abhaken' verlinkt und können ausgedruckt werden.

Je nach Thema können durch den Einsatz des Internets verschiedenste, multimediale *Quellen* genutzt werden. So können in diesem Beispiel neben Informationsseiten zum Lesen z.B. auch die Aussprache der Zahlen abgerufen werden. Das WWW ist die Standardquelle der PrimarWebQuests, sollte aber nicht die einzige bleiben. Hier gibt es daher einen Hinweis auf Literatur, die eher unspezifisch angegeben ist, da Lehrende hierfür einen ‚Materialtisch' zur Verfügung stellen sollen. Lernende können an dieser Stelle auch eigenes Material beitragen.

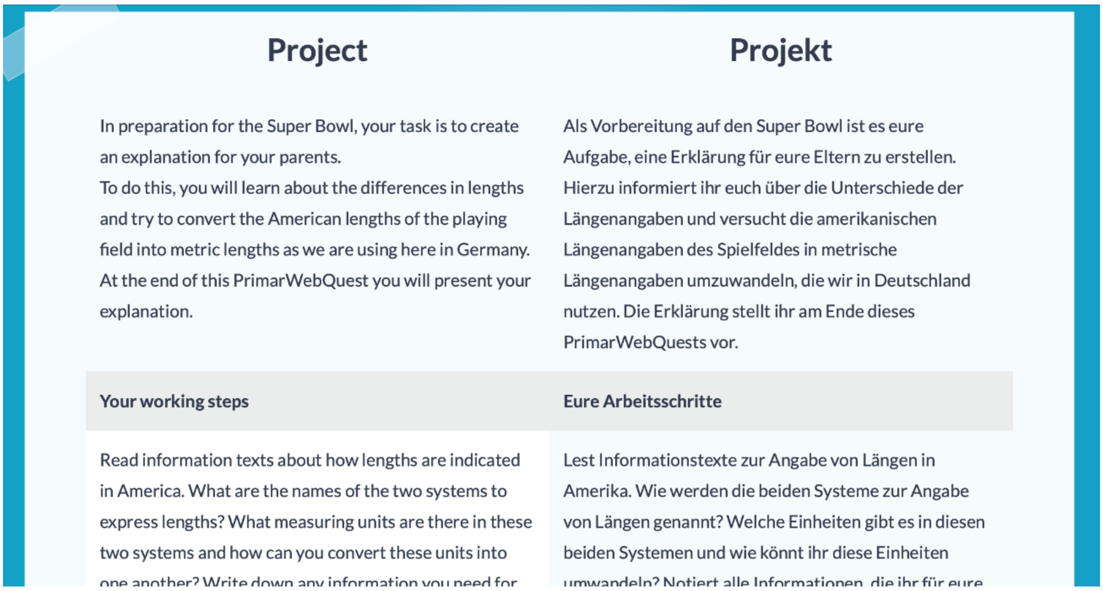


Abbildung 2: PrimarWebQuest ‚Length – Längen' – Projekt: https://math-primwq-bilingual.sd.uni-frankfurt.de/length-laengen/project-projekt/ Zugegriffen: 11. Nov. 2022

Im nächsten Bereich erfahren die Lernenden, welche *Anforderungen* an eine gelungene Arbeit gestellt werden. Diese Beschreibung der Anforderungen soll den Lernenden Orientierung in der Bearbeitung geben. Zudem ist ein Bewertungsbogen verlinkt. Inwieweit sie die Bewertungskriterien erfüllt hat, schätzt die Lerngruppe selbst ein und hat auf diese Weise die Möglichkeit, selbstwirksam auf die Beurteilung ihres Könnens Einfluss zu nehmen. Die Arbeit mit dem Bewertungsbogen ist ein dynamischer kommunikativer Prozess. Das Nachdenken über das, was sie geleistet haben und was gelungen ist, stärkt das Vertrauen in die eigenen Fähigkeiten. Es stärkt ebenfalls die Überzeugung, aus eigener Kompetenz Herausforderungen bewältigen zu können. Die Lernenden werden so zu Beteiligten und erhalten Feedback und Unterstützung. Abschließend sollte ein Gespräch mit der Gruppe unter der Beteiligung der Lehrenden zu deren Selbstbewertung stattfinden, in dem zuerst die Lernenden Gelegenheit erhalten, ihre Bewertung zu begründen.

Der *Ausblick* ersetzt in der Version der PrimarWebQuests die ursprüngliche Kategorie ‚Fazit'. Dabei kann der Ausblick mit der Einleitung inhaltlich verbunden sein und so wieder Anschluss an die Lebenswelt, eine Verwendung der Erkenntnisse für den Alltag und einen Ausblick auf weitere interessante Fragen bilden. Sinnvoll ist auch ein weiterführender Link, durch den schnellere Gruppen zusätzliche Informationen zum Thema erhalten oder ihr gewonnenes Wissen testen können. Der Ausblick ist daher auch als Differenzierungsangebot zu sehen. Im gezeigten Beispiel können die Lernenden sich über historische Hintergründe der Längenmessung informieren.

Bei vielen Themen bietet es sich an, diese in Unterthemen zu gliedern und zu bearbeiten. Ähnlich wie bei der Gruppenpuzzle-Methode bearbeitet dann eine Expertengruppe das Thema so, dass dieses den anderen Lernenden präsentiert werden kann. Die Präsentation findet dann nicht in den Stammgruppen, sondern im Plenum statt. Eine Sammlung von verschiedenen PrimarWebQuests zu einem Themengebiet bietet den großen Vorteil, dass man am Ende der Durchführung unterschiedliche Präsentationen hat. Dadurch erhält man die Aufmerksamkeit und Motivation der Lernenden. Ein Beispiel für eine PrimarWebQuest-Sammlung findet sich zum Thema „Expedition in die Geschichte der Mathematik" unter uni-giessen.de/primarwebquest/wq/prwq_mathematiker/uebersicht.html (Zugegriffen: 11. Nov 2022).

1.3 Durchführung eines PrimarWebQuests

Generell bietet es sich an, die Methode in folgenden sechs Phasen durchzuführen (s. Schreiber & Kromm, 2020, S. 67ff):

Phase 1: Einführung

In dieser ersten Phase wird der Klasse von ihrer Lehrkraft die Methode PrimarWebQuest und die Art der Präsentation vorgestellt. Dies sollte durch die Verwendung von Laptop und Beamer oder interaktivem Whiteboard unterstützt werden. Es ist es wichtig, den Aufbau des PrimarWebQuests und die einzelnen Seiten zu besprechen. Hierbei ist ratsam vor allem auch auf das Wechseln zwischen den einzelnen Seiten des PrimarWebQuests über die Navigationsleiste hinzuweisen. Zudem sollte die Aufgabe der Lernenden besprochen werden. Dazu zählt auch das Vorbereiten der späteren Präsentation. Die Lernenden arbeiten in Kleingruppen, welche in dieser Phase eingeteilt werden können. Das Besprechen der weiteren Bearbeitungshinweise ist von den Kenntnissen der Lerngruppe im Bereich des Umgangs mit digitalen Medien abhängig, wobei die Ausgangslage meist recht heterogen ist. Gerade bei der Erarbeitung der Seite ‚Quellen' empfiehlt es sich die Begriffe ‚Link' und ‚Scrollen' zu klären. Auch das Öffnen und Schließen einzelner Quellen oder das Öffnen der Internetseiten in Tabs kann exemplarisch gezeigt und die Funktion von Hyperlinks verdeutlicht werden. Bei den Seiten ‚Projekt' und ‚Anforderungen' sollte geklärt werden, wie man die Arbeitsschritte bzw. den Bewertungsbogen ausdrucken kann.

Phase 2: Umgang mit den Quellen

Die Gruppen beginnen mit der Bearbeitung der PrimarWebQuests. Der Inhalt des PrimarWebQuests wird in der Kleingruppe durchgelesen und anschließend mit der Bearbeitung der Aufgabe begonnen. Die vorgegebenen Internetquellen werden aufgerufen und die nötigen Informationen aus ihnen entnommen. Die Informationen soll die Gruppe für eine Präsentation aufbereiten. In dieser Phase hält sich die Lehrkraft zurück und steht den Gruppen eher beratend zur Seite. Sie unterstützt bei technischen Problemen oder Konflikten.

Phase 3: Zwischenbilanz

Es hat sich bewährt, während des Arbeitsprozesses innezuhalten und diesen gemeinsam mit den Kindern zu reflektieren. Dabei können unterschiedliche Schwerpunkte gesetzt werden. Wichtig ist insbesondere die Thematisierung des Arbeitsstandes, so dass man gezielt unterstützen kann. Die Zwischenreflexion kann entweder in der gesamten Lerngruppe oder in der jeweiligen Kleingruppe erfolgen. Auch die Voraussetzungen für eine erfolgreiche Präsentation sollen an dieser Stelle nochmals deutlich gemacht werden.

Phase 4: Planung der Präsentation

Die Lernenden arbeiten nach der Zwischenreflexion an ihrem PrimarWebQuest in der Kleingruppe weiter. Jetzt steht die Planung der Präsentation im Vordergrund. Die Lehrkraft sollte auch während dieser Bearbeitungsphase für auftretende Fragen bereitstehen, sonst aber im Hintergrund agieren. Unbedingt muss der Lerngruppe genügend Zeit gegeben werden, sich die Präsentation vorzubereiten. Für jede Präsentationsform (Plakat, Vortrag, Ausstellung, …) gilt es unterschiedliche Ansprüche zu beachten.

Phase 5: Präsentation als Ergebnissicherung

Als Abschluss stellen die einzelnen Gruppen ihre Ergebnisse in der vereinbarten Präsentationsart vor. Dabei ist das Präsentieren keinesfalls trivial. Einen Gegenstandsbereich zu kennen, ist Voraussetzung für die Präsentation, reicht alleine jedoch bei Weitem nicht aus, um ein Thema präsentieren zu können. Das Präsentieren muss geübt und durch Vorgaben und Hilfestellung unterstützt werden. Eine detaillierte, konstruktive Rückmeldung der Lernenden sowie der Lehrkraft ist hilfreich. Man unterschätze dabei nicht, dass das Geben der Rückmeldung geeignet angeleitet werden sollte: Eine gute Struktur auch für die Rückmelderunde, in der positive Aspekte klar hervorgehoben werden, ist hier hilfreich.

Phase 6: Besprechung des Bewertungsbogens

Nach den Präsentationen schätzen sich die Kinder auf dem verlinkten Bewertungsbogen zuerst selbst ein. Dabei kann zunächst jedes Kind alleine den Bewertungsbogen ausfüllen, um dann mit der Gruppe darüber ins Gespräch zu kommen. Die Arbeit mit dem Bewertungsbogen ist ein dynamischer, kommunikativer Prozess.

Danach wird der Bewertungsbogen mit der Lehrkraft besprochen. In diesem Gespräch sollten die Lernenden zuerst Gelegenheit erhalten, ihre Einschätzung darzustellen und sie zu begründen. Anschließend nimmt die Lehrkraft dazu Stellung. Die Kinder sollen in ihrem Lernprozess ernst genommen werden und Feedback und Unterstützung erhalten. Dies kann als Gespräch mit der ganzen Gruppe, als Einzelgespräche oder Kombination beider Gesprächsformen erfolgen.

2. PrimarWebQuests in bilingualen Settings

Insbesondere in bilingualen Settings können PrimarWebQuests sprachliche Unterstützungsmöglichkeiten bieten. Diese sind in vielfältiger Hinsicht zugleich auf ein sprachsensibles Arbeiten innerhalb des klassisch deutschsprachigen Mathematikunterrichts übertragbar.

2.1 Bilinguales Lernen im Fach Mathematik

Bilinguales Lernen wird in Deutschland aus bildungspolitischer Sicht als Fachunterricht in den nicht-sprachlichen Fächern verstanden, in welchem für einen begrenzten oder längeren Zeitraum überwiegend eine Fremdsprache statt der Schulsprache für den fachlichen Diskurs genutzt wird (KMK, 2013). Im Rahmen deutscher Konzepte gilt das Sachfach, wie z. B. das Fach Mathematik, als leitend und passende interkulturelle Schwerpunkte werden gesetzt. Die Anwendung der Fremdsprache steht stets über der grammatikalisch korrekten Ausdrucksweise (ebd.). *Content and Language Integrated Learning (CLIL)* wird im europäischen Kontext als Oberbegriff für verschiedene bilinguale Modelle und Ausprägungsformen genutzt (Verriere, 2014). In solchen Settings sollte ein integriertes Fach- und Sprachlernen stattfinden, indem die Sprache nicht nur als Arbeitsmittel des Unterrichts betrachtet wird, sondern im Einklang mit fachlichem Wissen vermittelt wird. Es bleibt zu berücksichtigen, dass fachliche Wissensaneignung stets sprachliche Lernprozesse erfordert. Zur Verringerung der sprachlichen und inhaltlichen Diskrepanz kann die Lehrkraft im Sinne eines Scaffolding beispielsweise auf Paraphrasierungen oder die Unterstützung durch mehrere Darstellungsebenen zurückgreifen, so dass ihre Äußerungen aus dem Kontext heraus erschlossen werden können (Bechler, 2014).

Wenn bilingualer Mathematikunterricht an deutschen Schulen stattfindet, wird dieser häufig in Form von Projekten oder bilingualen Modulen durchgeführt (Rolka, 2012). Die bereits im monolingualen Mathematikunterricht vorhandene Verknüpfung von sprachlich-kommunikativem und fachlich-inhaltlichem Lernen im Rahmen der Kompetenz des „Kommunizierens“ (KMK, 2022) kann auf den bilingualen Mathematikunterricht übertragen werden. Neu erworbene Fachbegriffe sind zumeist nicht direkt mit einer präzisen Vorstellung verbunden. Eine solche Vorstellung wird erst durch sprachliche Aushandlungsprozesse entwickelt und erweitert, welche fortlaufend im Mathematikunterricht zu finden sind. Schubnel (2009) stellt heraus, dass sich bilingualer Mathematikunterricht positiv auf den Erwerb mathematischer Kenntnisse auswirken kann, da Fachbegriffe im Idealfall in zwei Sprachstrukturen aufgebaut werden und so Bedeutungsnuancen hervorgehoben werden können. Für eine solche kontrastive Spracharbeit sind passende Anwendungskontexte herauszusuchen, die ein authentisches Lernen ermöglichen und zu Diskussionen anregen (Rolka & Albersmann, 2016). Ein fachlicher Diskurs sollte möglichst oft arrangiert werden, um fachliche Denk- und Arbeitsweisen zu unterstützen (ebd.). Dies kann durch offene Aufgabenstellungen und weitere passende Hilfsmittel, wie z. B. unterstützende Satzmuster oder fachspezifische gestufte Lernhilfen (Leisen, 2013) angeregt werden.

2.2 Potentiale bilingualer PrimarWebQuests

Die Verknüpfung des bilingualen und digitalen Unterrichtens scheint insbesondere durch die Nutzung des Internets spezielle Potentiale vorzuweisen, da für den bilingualen Unterricht nur geringfügig Materialien vorhanden sind (s. Baschek, 2021).

Ein PrimarWebQuest kann den angemessenen Einsatz des Internets unterstützen, da durch die Vorauswahl der Quellen, die *Komplexität* der vorhandenen Informationsfülle *reduziert* werden kann. Dennoch beinhalten die Internetseiten, welche als Quelle genutzt werden können, Texte, die in der Regel nicht zum Sprachenlernen didaktisch aufbereitet wurden oder einen anspruchsvollen Inhalt aufweisen. Im Rahmen des PrimarWebQuests könnten *zusätzliche Hilfen* zur Verfügung gestellt werden, um auf inhaltliche und sprachliche Schwierigkeiten zu reagieren (Haupt & Biederstädt, 2007). Aus technischer Sicht ist neben unterstützenden bildlichen Darstellungen auch ein Vorlesen des Textes der Internetseiten durch einen Sprachassistenten möglich, um den *Inhalt dem Alter angemessen aufzubereiten* und die sprachliche Komplexität der Texte für die Lernenden zu reduzieren. Die durch die fremdsprachigen Internetseiten entstehende *internationale Vernetzung* führt zur *Nutzung authentischer und multimedialer Materialien* in der Fremdsprache, welche eine sprachliche Realität aufweisen, da Vokabular, Tempora sowie Modi passend verwendet werden (Netz, 2007). Das Durchdringen der Internetseiten inklusive ihrer landeskundlichen Eigenarten und Perspektiven kann somit auch zum *interkulturellen Lernen* beitragen (Baschek, 2020).

Digitale Medien bringen einen Erlebnischarakter mit sich, welcher auch beim Einsatz von PrimarWebQuests zu *neuen Kommunikationsformen* führen und die Lernenden zu aktiven Sprachnutzung anregen kann (Böttger, 2013). Durch die häufig stattfindenden gruppenbezogenen Arbeitsformen wird die *Kooperation der Lernenden* unterstützt. So erhalten die Lernenden ausreichend Raum zur Selbsterfahrung und zum Selbstausdruck sowie für *sprachliche Aushandlungsprozesse*. Diese sind von besonderer Wichtigkeit, wenn die Lernenden während der Arbeit mit dem PrimarWebQuest auf Begriffe stoßen, die ihnen unbekannt sind oder die sie aus einem anderen Kontext kennen und anders verstehen würden und die somit zur Irritation führen. Die Lernenden können so ihre sprachlichen Konzepte überprüfen und weiter ausschärfen, wodurch ein integriertes Inhalts- und Sprachenlernen unterstützt werden kann. Ein *ausgiebiger fachlicher Diskurs* wird unter anderem durch die offenen Aufgabenstellungen der PrimarWebQuests unterstützt. So zeigen sich vielfältige sprachliche Lernsituationen und Anregungen beim Einsatz von PrimarWebQuests. Die fächerübergreifende bzw. -verbindende Arbeitsweise der PrimarWebQuests bietet den Lernenden durch die *Vernetzung mehrerer Kompetenzbereiche* abwechslungsreiche Anforderungssituationen.

2.3 Integriertes Fach- und Sprachenlehren mit PrimarWebQuests

Leisens Merkmale integrierten Fach- und Sprachenlehrens (Leisen, 2015) finden sich auch im Einsatz von PrimarWebQuests wieder. Aufgabenstellungen sollten unter Nutzung vieler Darstellungsformen *kompetenzorientiert auf Fach- und Sprachlernen* hin konzipiert sein (ebd.). Die offene Aufgabenstellung im PrimarWebQuest ermöglicht eine vielseitige Gestaltung der Lösungswege und zugleich individuelle Schwerpunktsetzungen der Lernenden. Sowohl das Fach- als auch das Sprachlernen sollte von der Lehrkraft anhand der *Materialien und* durch *Methoden-Werkzeuge* unterstützt werden (ebd.). Im PrimarWebQuest handelt es sich hierbei besonders um authentische Quellen, da diese von Muttersprachler*innen erstellt wurden. Des Weiteren können Unterstützungsmöglichkeiten auch als Audio- oder Videoformat Verwendung finden. Zum Gelingen eines integrierten Fach- und Sprachenlernens sollten die Lernenden darüber hinaus den *handelnden Umgang mit Wissen* lernen und entsprechend *Lernprodukte* erstellen (ebd.). Dies gelingt im PrimarWebQuest vor allem durch die projektorientierte Umsetzung der Methode, denn die Lernenden wählen einen eigenen Fokus und arbeiten eigenständig an einem bekannten Zielprodukt. Das Ziel der *Diskursivität* (ebd.) wird durch die Moderation des Unterrichts ermöglicht. Beim Einsatz eines PrimarWebQuests versteht sich die Lehrkraft als Lernbegleitung und hält sich im Hintergrund. Zusätzlich regt sie zu vielfältigen Diskussionen an und erlaubt diese zu jeder Zeit. Die *Diagnose und Rückmeldung* unter Einbindung metareflexiver Phasen stärken das Sprach- und Könnensbewusstsein der Lernenden wodurch sie integriertes Fach- und Sprachlernen fördern (ebd.). Beide Aspekte werden in den verschiedenen Phasen des PrimarWebQuest-Einsatzes berücksichtigt, stehen jedoch besonders im Rahmen des Bewertungsbogens und dessen Reflexion im Vordergrund. Die Lehrkraft berücksichtigt außerdem die *Grundsätze des Spracherwerbs* und die *Leitlinien der Sprachbildung* im Fach (ebd.), wie beispielsweise, dass sich die Sprache über einen längeren Zeitraum und über mehrere Stufen hinweg entwickelt, indem sprachliche Handlungssituationen erfolgreich bewältigt werden. Hierzu bietet ein PrimarWebQuest authentische und zu bewältigende Lernsituationen durch die Kontexteinbettung der Aufgabenstellung. Darüber hinaus finden sich Sprachmuster in den Quellen, welche als Vorbild dienen können.

Literatur:

Baschek, E. (2021). Sprachsensibler Einsatz bilingualer PrimarWebQuests im Mathematikunterricht. In Ch. Schreiber & R. Klose (Hrsg.), *Mathematik, Sprache und Medien.* (S. 119–141). Münster: WTM. Doi:10.37626/GA9783959871969.0.07

Baschek, E. (2020). PrimarWebQuests im bilingualen Mathematikunterricht – Unterstützung des fachlichen und sprachlichen Kompetenzerwerbs. *Forschung Sprache*, 2, 27–45.

Bechler, S. (2014). *Bilinguale Module in der Grundschule. Integriertes Inhalts- und Sprachlernen im Fächerverbund Mensch, Natur und Kultur*. Frankfurt am Main: Peter Lang.

Bescherer, Ch. (2005). WebQuests als Lernumgebung für prozessbezogene Kompetenzen im Mathematikunterricht. In B. Barzel, S. Hußmann & T. Leuders (Hrsg.), *Computer, Internet & Co. im Mathematik-Unterricht.* (S.107–116). Berlin: Cornelsen.

Böttger, H. (2013). Bilingualer Unterricht in Primarschulen: Die Fremdsprache in den Lernbereichen der Grundschule. In W. Hallet & F. G. Königs (Hrsg.), *Handbuch Bilingualer Unterricht. Content and Language Integrated Learning.* (S. 66–73). Seelze: Klett Kallmeyer.

Dodge, B. (1997). Some Thoughts About WebQuests. Online unter: http://webquest.org/sdsu/about_webquests.html [13.08.2022].

Haupt, D. & Biederstädt, W. (2007). Geography. Methoden und Medien im bilingualen Geographieunterricht. In M. Wildhage & E. Otten (Hrsg.), *Praxis des bilingualen Unterrichts.* (2. Aufl.). (S. 46–76). Berlin: Cornelsen.

Konferenz der Kultusminister der Länder der Bundesrepublik Deutschland (KMK). (2013). *Konzepte für den bilingualen Unterricht – Erfahrungsbericht und Vorschläge zur Weiterentwicklung.* https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/2013/201_10_17-Konzepte-bilingualer-Unterricht.pdf

Konferenz der Kultusminister der Länder der Bundesrepublik Deutschland (KMK). (2022). Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich. https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/2022/2022_06_23-Bista-Primarbereich-Mathe.pdf

Leisen, J. (2015). Zur Integration von Sachfach und Sprache im CLIL-Unterricht. In B. Rüschoff; J. Sudhoff & D. Wolff (Hrsg.), *CLIL Revisited. Eine kritische Analyse zum gegenwärtigen Stand des bilingualen Sachfachunterrichts.* (S. 225–244). Frankfurt am Main: Peter Lang.

Leisen, J. (2013). *Handbuch Sprachförderung im Fach. Sprachsensibler Fachunterricht in der Praxis. Praxismaterialien.* Stuttgart: Klett.

Moser, H. (2001/2008). *Abenteuer Internet, Lernen mit WebQuests*. Donauwörth: Auer.

Netz, G. (2007). Eine Methode mit vielen Lernzielen. WebQuests im Fremdsprachenunterricht. *Computer + Unterricht*, 67, 24–25.

Rolka, K. (2012). Bilingualer Mathematikunterricht – Theoretische Überlegungen und praktische Beispiele. In B. Diehr & L. Schmelter (Hrsg.), *Bilingualen Unterricht weiterdenken. Programme, Positionen, Perspektiven.* (S. 131–148). Frankfurt am Main: Peter Lang.

Rolka, K. & Albersmann, N. (2016). Chancen und Herausforderungen bilingualer Projekte im Mathematikunterricht. In B. Diehr, A. Preisfeld & L. Schmelter (Hrsg.), *Bilingualen Unterricht weiterentwickeln und erforschen.* (S. 147–163). Frankfurt am Main: Peter Lang.

Schreiber, Ch. (2007). Prima(r)WebQuests –WebQuests für die Grundschule modifiziert. *Computer und Unterricht,* 67, 38–40.

Schreiber, Chr. & Kromm, H. (2020). *Projektorientiertes Lernen mit dem Internet in der Primarstufe – PrimarWebQuest.* Baltmannsweiler: Schneider.

Schubnel, Y. (2009). *Bilingualer Mathematikunterricht. Ein Beitrag zu einem zusammenwachsenden Europa. Dissertation an der Pädagogischen Hochschule Freiburg.* Download am 21.02.2021 von http://docplayer.org/ 37230456-Bilingualer-mathematikunterricht-ein-beitrag-zu-einem-zusammenwachsenden-europa.html

Verriere, K. (2014). *Bilinguale Module im Mathematikunterricht. und ihr Einfluss auf die Lernbereitschaft der Schüler/innen für das Sachfach.* Trier: WVT Wissenschaftlicher Verlag Trier.

Frederik Dilling, Felicitas Pielsticker & Gero Stoffels

Universität Siegen, dilling@mathematik.uni-siegen.de, pielsticker@mathematik.uni-siegen.de, stoffels@mathematik.uni-siegen.de

Bewertung von Unterrichtsmedien aus Schüler*innenperspektive – eine Fallstudie im Kontext von Geraden

*Die Anzahl an digitalen Unterrichtsmedien und -werkzeugen ist in den letzten Jahren deutlich gewachsen. Daher werden Qualitätskriterien zur Beurteilung und Auswahl geeigneter Medien und Materialen für den Mathematikunterricht zunehmend bedeutsam. Dieser Beitrag befasst sich in einer Fallstudie mit der Perspektive von Schüler*innen auf die Beurteilung von Unterrichtsmedien. Die identifizierten Kriterien und deren Nutzung können als Ergänzung zu gängigen Kriterienkatalogen verstanden werden.*

1. Einleitung

Während die für den Mathematikunterricht relevanten und etablierten digitalen Medien vor einigen Jahren noch überschaubar waren, ist das Spektrum an digitalen mathematischen Unterrichtsmedien und -werkzeugen in den letzten Jahren sehr stark gewachsen. Die Qualität dieses Spektrums ist bekanntermaßen sehr heterogen, was es zu einer zentralen Aufgabe von Mathematiklehrer*innen macht, gute digital gestützte Unterrichtsszenarien auszuwählen und auszuarbeiten. Diese Aufgabe ist natürlich nicht neu und ergab sich auch im Kontext analoger Unterrichtsmaterialien (z.B. Krauthausen & Scherer, 2007), scheint aber von der Häufigkeit des Einsatzes und durch die größere Vielfalt der Möglichkeiten verschiedener Medien zugenommen zu haben.

Aus diesem Grund bedarf es geeigneter Qualitätskriterien zum Einsatz digitaler Medien und Werkzeuge für den Mathematikunterricht, die unterrichtsnah und dennoch wissenschaftlich fundiert sind und den Lehrer*innen im Unterrichtsalltag als Orientierung dienen können. So fordert beispielsweise Barzel (2018):

> „Wir brauchen klare Qualitätskriterien und -standards für Technologie beim Lernen und Lehren von Mathematik für Auswahl und Produktion von Material & Medien, um so dem Wildwuchs transmissiver Kalkülorientierung entgegen zu wirken.“ (S. 6)

Die wissenschaftlichen und unterrichtspraktischen Publikationen, in denen entsprechende Qualitätskriterien entwickelt und aufbereitet werden, haben in den letzten Jahren merklich zugenommen. Insbesondere im Kontext von Lernvideos lassen sich seit den temporären Schulschließungen aufgrund der Corona-Pandemie viele Kriterienkataloge finden (z.B. Marquardt, 2020). Auffällig ist in diesem Zusammenhang, dass es sich bei den Kriterien meist um normative Setzungen handelt, die auf didaktischen Prinzipien oder stoffdidaktischen Überlegungen beruhen. Die Perspektive der am Unterrichtsgeschehen direkt beteiligten Personen wird selten adressiert, bzw. im Falle von Schüler*innen zum Teil sogar bewusst außen vor gelassen:

> „[…] dann ist eine denkbare Maßnahme, möglichst zahlreiche und vielfältige Materialien/Medien bereitzustellen, aus denen die Kinder selbst auswählen können. Problematisch daran ist nur: Die Kinder verfügen nicht ohne Weiteres über didaktisch begründbare Auswahlkriterien, entscheiden also vermutlich eher nach sachfremden Kriterien, Lernlüsten und nicht nach tatsächlichen Lernbedarfen." (Krauthausen, 2012, S. 12)

Die Autor*innen dieses Beitrags sind der Auffassung, dass Schüler*innen – zumindest der Sekundarstufen – Lehr-Lernprozesse bis zu einem gewissen Grad durchaus sinnvoll reflektieren und beurteilen können und der Einbezug der Perspektive von Schüler*innen auf den Einsatz digitaler Medien als Zielgruppe eines digital gestützten Mathematikunterrichts durchaus legitim ist. Die Frage, inwiefern Schüler*innen dies möglich ist, bildet den Kern dieses Beitrags. Entsprechend werden in dieser Studie die von Schüler*innen der Q1 angesetzten Kriterien zur Beurteilung von Unterrichtsmedien in einem digital gestützten Mathematikunterricht zum Thema Geraden erhoben – als Ergänzung zu gängigen und etablierten Kriterienkatalogen. Es sollen Antworten auf die folgende Forschungsfragen gefunden werden:

1. Wie kommen Schüler*innen auf Kriterien zum Einsatz (digitaler) Medien im Mathematikunterricht zum Thema Geraden?
2. Welche Bewertungskriterien legen Schüler*innen für die (digitale) Mediennutzung im Mathematikunterricht zum Thema Geraden fest?
3. Inwiefern setzen die Schüler*innen diese Kriterien an konkreten (digitalen) Medien in Text (und Interaktion) um?

2. Fallstudie

Zur Beantwortung der Forschungsfragen haben wir die Methodik der intrinsischen Fallstudie nach Stake (1995) gewählt. Er beschreibt, dass Fälle für eine Fallstudie zum einen hinsichtlich eines möglichst großen Erkenntnisgewinns, andererseits aber auch in Bezug auf die Zugänglichkeit des Falls für die Forschenden ausgewählt werden sollen. Die Zugänglichkeit des Falls ist durch die Rahmenbedingung in bc:Olpe (www.bc-olpe.de) – einer Kooperationsstruktur zwischen dem Schulträger der Kreisstadt Olpe, allen allgemeinbildenden Schulen der Stadt Olpe und der Universität Siegen – gegeben, die sich u.a. in einem Lehr-Lern-Studio zur schulpraktischen (Entwicklungs-)Forschung räumlich verwirklicht. Es handelt sich insofern um eine Best-Practice Situation, da die Lehrkraft des betrachteten

Q1-Kurses zum einen ein großes Interesse an einem sinnstiftenden Einsatz digitaler Medien im Mathematikunterricht und der Förderung dieses Einsatzes an seiner Schule hat, und besonders großen Wert auf selbstständiges und in weiten Teilen eigenverantwortliches Arbeiten der Schüler*innen legt. Zum anderen sind die Schüler*innen aufgrund vielfältiger Kontakte mit Forschenden der Universität Siegen diesen gegenüber aufgeschlossen.

In der Forschung zu empirischen Theorien im Mathematikunterricht (Struve, 1990; Pielsticker, 2020) hat sich der Kontext „Geraden" bereits als besonders reichhaltig erwiesen, um Auffassungs- und Wissensentwicklungsprozesse von Schüler*innen und Lehrer*innen zu rekonstruieren. Die Forschungsergebnisse wurden bereits in passenden Lehr- und Lernmaterialien mit verschiedenen digitalen und analogen Medien in unserer Arbeitsgruppe umgesetzt und ausdifferenziert (Stoffels, 2021; Dilling, 2019), vornehmlich zur Erforschung des konkreten Umgangs der Lernenden und Lehrenden mit diesen Medien und Werkzeugen. Eine neue Perspektive bietet nun die Frage, inwiefern Lernende miteinander über ihre Erfahrungen mit diesen Materialien kommunizieren. Die Lernumgebungen, die für diese Studie (weiter-)entwickelt wurden, integrieren die digitalen Medien GeoGebra Book, 3D-Druck mit dem Programm Graphendrucker, SketchUp, GeoGebra 3D-Grafikrechner AR, Virtual Reality und YouTube sowie als analoges Medium ein 3D-Koordinatenmodell. Die Auswahl gerade dieser Medien und Werkzeuge erfolgte, da bereits bekannt ist, dass Lernende mit diesen Medien vielfältige Erfahrungen machen, sodass die von den Lernenden aufgestellten Kriterien voraussichtlich unterschiedlich erfüllt werden und eine angeregte Kommunikation über die verschiedenen Medien zu erwarten ist.

Zur Initiierung von Kommunikationsprozessen über die Kriterien, die die Lernenden an Medien und Werkzeuge anlegen, wurde folgendes Setting mit einer Dauer von insgesamt 4 Unterrichtsstunden hergestellt:

In der ersten Stunde sammeln die Lernenden mithilfe der sogenannten Lawinen-Methode Kriterien für die Auswahl und Nutzung digitaler Medien – also zunächst alleine, in Partnerarbeit, 4er Gruppe, 8er Gruppe und schließlich durch eine Vorstellung im Plenum. In der folgenden Doppelstunde haben die Lernenden die Möglichkeit Erfahrungen im Umgang mit einem der Medien und Werkzeuge zu sammeln und einen je Lernenden eigenen Erfahrungsbericht zu schreiben. In der vierten Stunde, der Mathekonferenz, ordnen die Lernenden im Sinne eines Peer-Reviews die schriftlich festgehaltene Erfahrung mit (digitalen) Medien ihrer Mitschüler*innen ein, ohne selbst Erfahrungen mit dem von ihnen vorzustellendem Medium gesammelt zu haben. Vor der hier vorgestellten Unterrichtsreihe, haben die Lernenden die Grundlagen der linearen Algebra aus der Einführungsphase wiederholt und vor Beginn der Intervention einen offenen Fragebogen zu elementargeometrischen Begriffen und dem Vektorbegriff ausgefüllt. Dieser diente dazu, Kenntnisse und Assoziationen zum Geradenbegriff vor der Intervention festzustellen. Die Antworten der Schüler*innen zeigten, dass Begriffe wie Punkt und Gerade im Sinne der analytischen Geometrie aufgefasst wurden, was vermutlich auf die vorangehende Wiederholung zurückzuführen ist.

In der folgenden Ausarbeitung fokussieren wir auf die Ergebnisse der ersten Stunde und die Erfahrungsberichte, welche die Lernenden in der zweiten und dritten Stunde formuliert haben.

Während der Sammlung und Diskussion der Kriterien in der Gruppenarbeit ist aufgefallen, dass die Lernenden ihre Kriterien aus der jeweils vorangehenden Phase oft nicht mündlich ausgetauscht haben, sondern im wahrsten Sinne des Wortes auf Papier oder iPad vorgezeigt haben, bevor sie eine Kriteriensammlung als Ausgangspunkt ausgewählt und dann im Diskurs weitere Kriterien zu einer bestehenden Sammlung hinzugefügt haben. In dieser Phase wurde auch verhandelt, ob es sich bei diesem Arbeitsauftrag überhaupt um eine mathematische Aufgabenstellung handelt. Das Ergebnis der Arbeit zeigt sich in den folgenden Kriterien und Eigenschaften zur Beschreibung und Einordnung digitaler Medien:

- Welches Medium
- Erwartungen
- Darstellung
- Effizienz/Vorteile
- Einsetzbarkeit im Unterricht
- Bedienung/Anleitung
- Formulierungen
- Beispiele
- Probleme
- Fazit

3. Anwendung der Kriterien auf ein analoges Koordinatenmodell

An dieser Stelle wollen wir nun an einem Beispiel darstellen, wie die Schüler*innen die selbst entwickelten Kriterien zur Beurteilung anwenden. Es handelt sich um die Schülergruppe, welche sich mit dem analogen Koordinatenmodell beschäftigt hat. In dem Koordinatenmodell, welches aus drei Kunststoffplatten mit Beschriftungen bestand, konnten die drei Schüler Geraden als Gummiseile spannen (Abb. 1) und auf dieser Basis Geradengleichungen identifizieren und Lagen der Geraden beschreiben.

Abbildung 1: Schüler arbeiten mit einem analogen Koordinatenmodell

In Abbildung 2 sieht man den fertigen Text eines Schülers aus dieser Gruppe, der das Lernmedium beschreibt und beurteilt.

Broschüre Koordinatenmodell

Meine Gruppe hat sich mit dem Medium Koordinatenmodell beschäftigt. Unsere Erwartung ein digitales Medium zu erhalten hat sich somit nicht erfüllt. Allerdings haben wir uns vorgestellt, dass ein solches Modell den dreidimensionalen Raum gut veranschaulichen kann.
Das Modell besteht aus zwei Wänden und einem Boden, worauf x,y,z-Koordinaten angegeben waren.
Mit einer Schnur kann man in dem Modell Geraden darstellen.
Das Modell ist besonders gut zur Veranschaulichung von Dingen in einem Raum geeignet und ist einfach zu bedienen und zu verstehen.
Zwar ist das Medium nicht digital und modern, jedoch durch die einfache Handhabung und die gute räumliche Veranschaulichung für die Einsetzbarkeit im Unterricht geeignet.
Teilweise ist die Orientierung im Koordinatenmodell jedoch nicht einfach, da man sich nur an den äußeren Platten orientieren kann und die meisten Punkte (wie z.B. auch der Ursprung) in der „Luft schweben“ und somit auch keine Geraden an diesen befestigt werden können. Außerdem ist das Modell nur für einen kleinen Zahlenrahmen anwendbar, da in unserem Modell nur Koordinaten von -7 bis 7 dargestellt waren.
Zusammenfassend ist zu sagen, dass das Modell sehr einfach zu verstehen und zu bedienen ist und außerdem eine gute räumliche Veranschaulichung bietet. Jedoch ist die Orientierung schwierig und das Modell nur für einen kleinen Zahlenraum gedacht, wofür digitale Medien besser geeignet sind.

Abbildung 2: Beurteilungstext eines Schülers

An dem Schülerdokument ist zu erkennen, dass zunächst erklärt wird, um welches Medium es sich handelt:

> „Meine Gruppe hat sich mit dem Medium Koordinatenmodell beschäftigt.“

Anschließend erläutert der Lernende die Erwartungen der Gruppe an das Lernsetting:

> „Unsere Erwartungen ein digitales Medium zu erhalten hat sich somit nicht erfüllt. Allerdings haben wir uns vorgestellt, dass ein solches Modell den dreidimensionalen Raum gut veranschaulichen kann."

Der Schüler geht somit sowohl auf die Erwartungen ein, die er im Vorhinein an die Unterrichtsstunde gestellt hatte, als auch auf die Erwartungen an das der Gruppe zugeordnete Koordinatenmodell als Unterrichtsmedium. Bei letzteren Ausführungen geht er bereits auf die Darstellungsmöglichkeiten des Mediums ein. Diese beschreibt er anschließend im Detail:

> „Das Modell besteht aus zwei Wänden und einem Boden, worauf x,y,z-Koordinaten angegeben waren. Mit einer Schnur kann man in dem Modell Geraden darstellen."

Nach den Darstellungsmöglichkeiten werden in dem Text die Vorteile des Modells beschrieben. Dabei werden deutliche Bezüge auf die Kategorien *Bedienung/Anleitung* sowie *Einsetzbarkeit im Unterricht* genommen.

> „Das Modell ist besonders gut zur Veranschaulichung von Dingen in einem Raum geeignet und ist einfach zu bedienen und zu verstehen. Zwar ist das Medium nicht digital und modern, jedoch durch die einfache Handhabung und die gute räumliche Veranschaulichung für die Einsetzbarkeit im Unterricht geeignet."

Es folgen weitere Beschreibungen mit Bezug zu den Kriterien *Probleme*, *Einsetzbarkeit im Unterricht*, *Effizienz/Vorteile*, *Darstellung* und schließlich *Fazit*, die hier aber nicht im Detail betrachtet werden sollen.

Der Schüler verwendet somit einen Großteil der durch den Mathematik-Kurs entwickelten Beurteilungskriterien. Auffallend ist, dass die Kriterien in ihrer Anwendung nicht trennscharf sind. Stattdessen lassen sich übergeordnete und spezifische Kriterien unterscheiden. *Darstellung* und *Bedienung/Anleitung* sind spezifische Kriterien, auf die in den Ausführungen zu den übergeordneten Kriterien *Erwartungen*, *Effizienz/Vorteile*, *Einsetzbarkeit im Unterricht*, *Probleme* und *Fazit* vielfach Bezug genommen wird und welche diese inhaltlich an den Umgang mit dem Medium binden.

4. Anwendung des Kriteriums „Darstellung"

Die Ergebnisse der Schüler*innen in Form der Erfahrungsberichte zu den einzelnen digitalen Medien und Werkzeugen wurden hinsichtlich der übergeordneten und spezifischen Kriterien analysiert. Eines der Kriterien war die *Darstellung*, worauf wir im Folgenden hinsichtlich der einzelnen für unsere Fallstudie genutzten

Medien und Werkzeuge beispielhaft fokussieren wollen. In Tabelle 1 sind die analysierten Textausschnitte aus den Broschüren der Schüler*innen für das Medium der 3D-Druck-Technologie mit dem Programm Graphendrucker (Abb. 3) zur Kategorie *Darstellung* festgehalten.

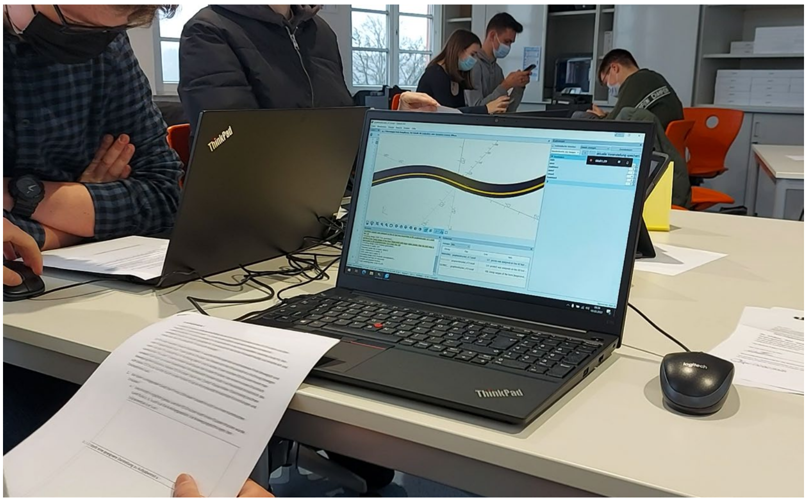


Abbildung 3: Schüler*innen arbeiten mit dem 3D-Druck Programm Graphendrucker

Mithilfe des Programms Graphendrucker (Dilling & Struve, 2019), entwickelt mit OpenSCAD®, ist es möglich, den Graphen einer Funktion mit einem 3D-Drucker als Modell auszudrucken. In der Lernumgebung hatten die Schüler*innen dabei die Aufgabe, eine Funktionsvorschrift zu wählen, entsprechend der Schreibweise des Programms einzutragen und sich den Graphen der Funktion darstellen zu lassen. Anschließend sollte das Objekt gedruckt, beschrieben und schließlich vor dem Hintergrund der gelernten Definition des Geradenbegriffs im Unterricht bewertet werden.

Die Schüler*innen halten in der Broschüre fest, dass die 3D-Druck-Technologie insgesamt genutzt werden kann, um „Geometrie in der Mathematik zu veranschaulichen“ (Tab. 1). Zudem konnten sie „Objekte zum Drucken modellieren“ (Tab. 1) und „ein Objekt zur Veranschaulichung“ drucken. Zudem erwähnen die Schüler*innen „eine graphische Darstellung“ (Tab. 1), welche mithilfe der 3D-Druck-Technologie möglich ist.

Kategorie	Broschürentext
	„Vor allem ist er geeignet, um die Geometrie in der Mathematik zu veranschaulichen. So kann man zum Beispiel Geraden oder Objekte im Unterricht drucken.“
	„das Programm, mit welchem man die Objekte zum Drucken modellieren konnte“

Darstellung	„ein Objekt zur Veranschaulichung einer Aufgabe drucken“
	„Durch eine graphische Darstellung der Gerade, hat man eine gute Vorstellung erhalten, wie diese im dreidimensionalen Raum aussieht.“

Tabelle 1: Kategorie Darstellung und Texteinheiten zur 3D-Druck-Technologie

In Tabelle 2 sind die Textausschnitte zur Kategorie „Darstellung“ aus den Erfahrungsberichten aller Schüler*innen des Mathematik-Kurses hinsichtlich der einzelnen Medien zusammengefasst.

Kategorie	Medium	Textstelllen aus Erfahrungsbericht
Darstellung	3D-Druck-Technologie	„Zum veranschaulichen“, „Zum modellieren“ „Für eine „graphische Darstellung“ Um eine „gute Vorstellung zu erhalten“ „besser vorstellen kann“
	AR	Um eine „gute Vorstellung zu erhalten“, „besser vorstellen kann“ „deutlich übersichtlicher“, „gut zu erkennen“ „Es ist hilfreich, wenn man es einmal gesehen hat“ „Stimmt nicht immer“, „Angabe sehr ungenau“ „räumliche Darstellung“
	GeoGebra	„anschaulich“ „deutlich übersichtlicher“, „gut zu erkennen“ „zu verdeutlichen“ „Es ist hilfreich, wenn man es einmal gesehen hat“
	Koordinatenmodell	„zur Veranschaulichung“
	VR-Brille	„sich selber in ein Koordinatensystem zu versetzen“

Tabelle 2: Zusammenfassung zur Kategorie Darstellung

Hinsichtlich der Kategorie *Darstellung*, welche hier exemplarisch für die anderen Kategorien genauer ausgeführt wurde, können wir festhalten, dass die Schüler*innen der Q1 für die verschiedenen genutzten digitalen Medien und Werkzeuge unterschiedliche Aspekte von *Darstellung* in ihren Broschüren festhalten. In Tabelle 2 zeigt sich, dass die Schüler*innen insbesondere für die 3D-Druck-Technologie festhalten, es gehe um „Veranschaulichung“, um „modellieren“, um eine „graphische Darstellung“ und dass man eine „gute Vorstellung“ erhalten kann. Bei dem Medium VR-Brille wird darauf fokussiert, dass es möglich wird, „sich selber in ein Koordinatensystem zu versetzen“. Die Perspektive, die die Schüler*innen durch das Medium im virtuellen Raum einnehmen können, scheint für die Kategorie *Darstellung* besonders wichtig. Ein Hineinversetzen in die Situation wird mit diesem Medium für die Schüler*innen gut möglich. Bei AR wird durch die Schüler*innen insbesondere auf eine „räumliche Darstellung“ fokussiert. Gleichzeitig wird darauf hingewiesen, dass die „Angaben sehr ungenau“ seien, da die Schüler*innen einen Vergleich der Längenskalen zu ihren Längenskalen vornehmen, ohne zuvor eine Normierung durchzuführen. Trotzdem wird, ähnlich wie für GeoGebra, die Übersichtlichkeit herausgehoben, sowie dass es als gut befunden wird, mathematische Inhalte in der Darstellung des Programms „einmal gesehen“ zu haben. Für das Medium GeoGebra wird weiterhin herausgehoben, dass dieses „anschaulich“ sei und dazu geeignet ist, etwas „zu verdeutlichen“.

5. Fazit und Ausblick

In diesem Beitrag wurde neben der Darstellung der Konzeption eines Teils der Fallstudie exemplarisch die Anwendung der Kriterien durch die Schüler*innen anhand des analogen Mediums Koordinatenmodell (Abschnitt 3) sowie die verschiedenen Ausdeutungen des Kriteriums *Darstellung* über alle Medien hinweg vorgestellt (Abschnitt 4). Hierbei hat sich gezeigt, dass die Kriterien zwar nicht disjunkt sind, sich aber in spezifische und übergeordnete Kriterien in Bezug auf die von den Schüler*innen diskutierten Medien einteilen lassen. Die übergeordneten Kriterien rufen bei den Schüler*innen Begriffe hervor, die im Unterricht vermutlich ko-konstruktiv entwickelt wurden, wie etwa beim Kriterium der *Darstellung* mit Verweis auf Begriffe wie „veranschaulichen“ oder „anschaulich“ und dem didaktisch konnotierten Ziel „bessere Vorstellungen“ bei den Unterrichtsakteuren zu erzeugen, womit ein Ergebnis im Sinne von Forschungsfrage 1 erzielt wurde. Im Vergleich mit den Erfahrungsberichten zu den weiteren Medien konnte festgestellt werden, dass die Lernenden weitgehend konsequent ihren aufgestellten Kriterien in der Gesamtdiskussion der Medien folgen, da Sie diese konsequent anwenden indem sie diese inhaltlich sowie organisatorisch differenziert hinsichtlich ihrer Erfahrungen im Hinblick auf zukünftigen Mathematikunterricht reflektieren.

Die Kriterien, welche Schüler*innen ansetzen, sehen wir im Sinne unserer Fallstudie als Ergänzung zu gängigen Qualitätskriterien für den Einsatz digitaler Medien und Werkzeuge im Mathematikunterricht. Im Sinne unsere Fallstudie kann die

Schüler*innenperspektive auf den Einsatz digitaler Medien und Werkzeuge im Mathematikunterricht somit wertvolle Hinweise für Lehrer*innen bieten, bspw. hinsichtlich konkreter Einsatzszenarien oder der Einschätzung des Wertes von Darstellungswechseln. Entsprechend wird so eine weitere Begründungsebene für Entscheidungen bzgl. der zukünftigen Unterrichtsplanung eröffnet.

Im Rahmen dieser Fallstudie wurden neben den hier vorgestellten vornehmlich schriftlichen Daten auch noch Videographien der abschließenden Mathekonferenz, sowie Aufzeichnungen des Umgangs der Schüler*innen mit den betrachteten digitalen Medien gesichert. Diese sollen analysiert werden, um weitere Erkenntnisse über Schüler*innenperspektiven auf den Einsatz digitaler Medien zu erlangen, die bisher nur selten in der einschlägigen Literatur betrachtet wurden, die wir aber als wichtigen Teil der Digitalkompetenz von Schüler*innen für den Mathematikunterricht und darüber hinaus betrachten.

Literatur:

Barzel, B. (2018). Digitalisierung als Herausforderung an Mathematikdidaktik – gestern. heute. morgen. In G. Pinkernell & F. Schacht (Hrsg.), *Digitalisierung fachbezogen gestalten* (S. 1–9). Hildesheim: Franzbecker.

Dilling, F. (2019). Ebenen und Geraden zum Anfassen – Lineare Algebra mit dem 3D-Drucker. *Beiträge zum Mathematikunterricht 2019*, 177–180.

Dilling, F. & Struve, H. (2019). Funktionen zum Anfassen. Ein empirischer Zugang zur Analysis. *Mathematik Lehren, 217*, 34–37.

Krauthausen, G. (2012). *Digitale Medien im Mathematikunterricht der Grundschule.* Heidelberg: Springer.

Krauthausen, G. & Scherer, P. (2007). *Einführung in die Mathematikdidaktik.* Heidelberg: Springer.

Marquardt, K. (2020). Qualitätskriterien für Mathematik-Erklärvideos. Kriterienraster als Hilfestellung bei der Qualitätsbeurteilung und Produktion. *Mitteilungen der GDM, 109*, 43–49.

Pielsticker, F. (2020). *Mathematische Wissensentwicklungsprozesse von Schülerinnen und Schülern. Fallstudien zu empirisch-orientiertem Mathematikunterricht mit 3D-Druck*. Wiesbaden: Springer.

Stake, R. E. (1995). *The art of case study research*. Thousand Oaks: Sage.

Stoffels, G. (2020). Punkte erzeugen Geraden – Chancen und Herausforderungen des Einsatzes von „GeoGebra Büchern“ in der Linearen Algebra. In: F. Dilling & F. Pielsticker (Hrsg.), *Mathematische Lehr-Lernprozesse im Kontext digitaler Medien*. MINTUS – Beiträge zur mathematisch-naturwissenschaftlichen Bildung. Wiesbaden: Springer.

Struve, H. (1990). *Grundlagen einer Geometriedidaktik*. Mannheim: BI-Verlag.

Frederik Dilling, Rebecca Schneider & Kevin Hörnberger

Universität Siegen, dilling@mathematik.uni-siegen.de, schneider@mathematik.uni-siegen.de, hoernberger@mathematik.uni-siegen.de

Das MPC-Modell: Fachbezogene (digitale) Medienkompetenz von Mathematiklehrkräften- theoretische Grundlegung und empirische Implikationen

Die digitale Transformation ermöglicht den Einsatz eines zunehmend wachsenden Spektrums digitaler Medien in Schulen. Um den hiermit verbundenen Herausforderungen begegnen zu können, sollten Mathematiklehrkräfte professionelle fachbezogene Medienkompetenzen entwickeln. Der vorliegende Beitrag gibt aufbauend auf dem TPACK-Modell einen Beschreibungsrahmen für entsprechende Kompetenzen und zeigt Implikationen für die Förderung dieser auf.

Motivation

Im Zuge der digitalen Transformation steht Mathematiklehrkräften eine stetig wachsende Auswahl digitaler Medien und Werkzeuge zur Verfügung. Zunehmend erfolgen darüber hinaus auch bildungspolitische Vorgaben, die die Integration digitaler Medien in den Mathematikunterricht fordern (z.B. KMK, 2016 sowie 2022). Diese wachsende Auswahl unterschiedlicher Medien und Werkzeuge in Verbindung mit einem gewissen Handlungszwang durch bildungspolitische Regularien stellt Mathematiklehrkräfte hinsichtlich der Implementierung digitaler Medien und Werkzeuge vor neue Herausforderungen. Der Einsatz digitaler Medien wird zum grundlegenden Teil des Mathematikunterrichts und verliert seinen optionalen Status im Sinne eines gewünschten „add-ons". Um dieser neuen Art der Herausforderung zu begegnen, bedarf es der Entwicklung einer professionellen (digitalen) Medienkompetenz, die Mathematiklehrkräfte dazu befähigt, auf Basis ihrer subjektiven Erfahrungen (digitale) Medien professionell in mathematische Lehr-Lernprozesse zu integrieren. Unter professioneller Medienkompetenz wird dabei die Kompetenz verstanden, welche es einer Lehrkraft ermöglicht, ein geeignetes Medium gezielt hinsichtlich der unterrichtlichen und fachdidaktischen Ziele auszuwählen und für den Unterricht zu nutzen, um einen ausgewählten mathematischen Inhaltsbereich für Schüler*innen aufzubereiten und den angestrebten Inhaltsbereich zu erschließen. Wenngleich bereits unterschiedliche Modelle zur Beschreibung digitaler Medienkompetenz bestehen (exemplarisch seien hier das SAMR-Modell, z.B. Hamilton, Rosenberg & Akcaoglu (2016), das DigCompEdu-Modell, z.B. Punie & Redecker (2017) sowie das TPCK-Modell, siehe z.B. Koehler & Mishra (2009), genannt), fordern die veränderten Rahmenbedingungen eine gezielte Anpassung. Das MPC-Modell stellt einen Beschreibungsrahmen bereit, der es erlaubt, professionelle (digitale) Medienkompetenz von Lehrpersonen im Spiegel der veränderten Rahmenbedingungen zu beschreiben und qualitativ einzuordnen. Zur Entwicklung des MPC-Modells wurde das bereits etablierte TPACK-

Modell nach Koehler & Mishra (2009) herangezogen und mit Blick auf die veränderten Herausforderungen modifiziert. Im folgenden Beitrag werden wir aufzeigen, an welchen Stellen aus unserer Sicht eine Erweiterung des TPACK-Modells sinnvoll erscheint und wie diese Veränderung für das MPC-Modell vorgenommen wurde. Im Anschluss wird die Förderung von Medienkompetenz mit Bezug auf das MPC-Modell diskutiert. Das Ziel ist, einen Beschreibungsrahmen für eine fachbezogene (digitale) Medienkompetenz zu entwickeln, der den aktuellen Anforderungen und Herausforderungen von Mathematiklehrkräften gerecht wird und im Rahmen mathematikdidaktischer Forschung zu professionellen Digitalkompetenzen von Lehrpersonen genutzt werden kann.

Zum veränderten Status digitaler Medien im Mathematikunterricht

Eine wesentliche Folge der veränderten Rahmenbedingungen ist ein veränderter Status digitaler Medien in der Gestaltung mathematischer Lehr-Lernprozesse. Während digitale Medien lange als rare Ressource im deutschen Schulsystem galten, machen es rasante Weiterentwicklungen von Technologien sowie zahlreiche bildungspolitische Bemühungen zunehmend flächendeckend möglich, zu Unterrichtszwecken regelmäßig auf eine Vielzahl digitaler Medien zugreifen zu können. Sie verlieren damit den Status von etwas „Besonderem“ zu Gunsten des Status als grundständige Unterrichtsmedien. Die Einbindung eines digitalen Mediums erfolgte lange Zeit mit dem Ziel, ein ausgewähltes Medium in mathematische Lehr-Lernprozesse einzubinden, um das Medium, seine Funktionsweisen und Möglichkeiten zur Beantwortung mathematischer Fragestellungen aufzuzeigen. Der Einsatz erfolgte dementsprechend aus der Perspektive auf ein gewisses Medium auf der Suche nach sinnvollen Möglichkeiten seines Einsatzes im Mathematikunterricht. Auf dieser Perspektive beruht unter anderem auch die Entwicklung des mittlerweile etablierten und bewährten TPACK-Modells nach Koehler und Mishra (2009), welches das PCK-Modell nach Shulman (1987, 2013) zur Grundlage hat:

> How can teachers integrate technology into their teaching? (Koehler & Mishra, 2009, S.62)

Wenn digitale Medien nun jedoch in einer zunehmend größeren Auswahl und stetigen Verfügbarkeit für Unterrichtszwecke genutzt werden können und gleichzeitig deren Einsatz nicht mehr optional oder wünschenswert, sondern eine verbindliche curriculare Vorgabe ist, müssen aus mathematikdidaktischer Sicht andere Anforderungen an den Einsatzzweck digitaler Medien im Mathematikunterricht erfüllt werden. Die Perspektive verschiebt sich dadurch hin zu dem angestrebten Lerngegenstand und der Frage danach, welches zur Verfügung stehende (digitale) Medium[1] aus inhaltlicher, didaktischer und pädagogischer Sicht besonders geeig-

[1] An dieser Stelle wollen wir einen breiten Medienbegriff zugrunde legen, welcher sowohl neuere (z.B. 3D-Druck Technologie) als auch klassische digitale (z.B. dynamische Geometrie Software) und analoge (z.B. Schulbuch) Unterrichtsmedien und Werkzeuge einbezieht.

net erscheint, um die gewünschten mathematischen Lehr-Lernprozesse zu initiieren. Die zu beantwortende Frage lässt sich dann analog zu Koehler und Mishra (2009) wie folgt formulieren:

> Which (digital) teaching media can be integrated to support specific mathematical learning processes in a meaningful way?

Es ist dabei wichtig zu betonen, dass der Einsatz digitaler Medien keine notwendige Voraussetzung zur Gestaltung guten Mathematikunterrichts ist, dass dieser also auch ohne den Einsatz digitaler Medien hervorragend gelingen kann. Aus unserer Sicht ist hinsichtlich des veränderten Statuts digitaler Medien im Mathematikunterricht eine Trennung zwischen dem Einsatz digitaler Medien oder analoger Medien nicht zielführend. Wenn digitale Medien als grundständiges Element im Mathematikunterricht gedacht werden sollen, so muss dies auch in fachdidaktische Entscheidungen Einzug halten. Das bedeutet, dass wir digitale Medien als Teilmenge allgemeiner Unterrichtsmedien verstehen. Unterrichtsmedien nehmen eine Vermittlerrolle mit dem Ziel „der Entwicklung mathematischer Kompetenzen und dem Verstehen mathematischer Begriffe und Zusammenhänge" (Barzel & Greefrath, 2015) ein. Bei der Auswahl eines Mediums im Mathematikunterricht, kommt es darauf an, die aus fachdidaktischer Sicht bestmögliche Auswahl aus verschiedenen denkbaren Medien zu treffen, um den angestrebten Inhaltsbereich für mathematische Lehr-Lernprozesse aufzubereiten.

Das MPC-Model versteht professionelle digitale Medienkompetenz D dementsprechend als Teilmenge professioneller Medienkompetenz M: [2]

- D: Professionelle Digitalkompetenz (Bezug zu digitalen Medien)
- M: Professionelle Medienkompetenz (Bezug zu allgemeinen Medien)
- $D \subseteq M$

Analog zum TPACK Modell (Koehler & Mishra, 2009) werden Inhaltskompetenzen (C) und Pädagogische Kompetenzen (P) als weitere bedeutende Kompetenzdimensionen ausgewiesen. Wir erhalten damit drei zentrale Kompetenzdimensionen, die jeweils isoliert voneinander aber auch in ihren Bezügen zueinander als Kompetenzdimensionen ausgewiesen werden können. In Bezug auf die Medienkompetenz entstehen die folgenden Schnittmengen:

- M: Professionelle Medienkompetenz mit $D \subseteq M$
- MC: Inhaltsbezogene Medienkompetenz
- MP: Pädagogische Medienkompetenz

[2] Es ist wichtig zu betonen, dass es sich aus Sicht der Autor*innen an dieser Stelle um eine ausschließlich relationale Beschreibung handelt, die keine inhaltliche Hierarchisierung oder gar zeitliche Abfolge der Entwicklung der Kompetenzen für ein Individuum impliziert. Die Menge der professionellen Digitalkompetenz und die Menge der professionellen Medienkompetenz können für ein Individuum aus dieser Sicht grundsätzlich auch die gleiche Menge beschreiben.

- MPC: Inhaltsbezogene pädagogische Medienkompetenz
- $MC \cup MP \cup MPC \subset M$

Digitale Medienkompetenz wird dabei stets als Teilmenge einer (allgemeinen) Medienkompetenz mit den jeweiligen Bezügen zu den ausgewiesenen Teilkompetenzen beschrieben (siehe Abb. 1).

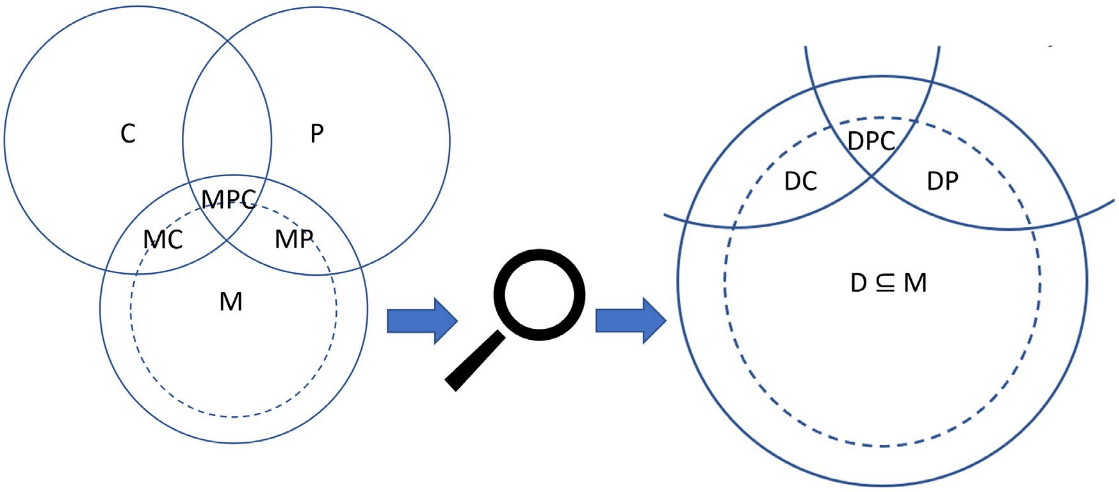


Abbildung 1: Schematische Darstellung der Kompetenzdimensionen im MPC-Modell.

Das hier vorgestellte Modell beschreibt zunächst einen weit gefassten Begriff (digitaler) Medienkompetenz. Es ist dementsprechend wichtig zu betonen, dass in der Anwendung des Modells stets die fachbezogene (digitale) Medienkompetenz im Fokus steht, also stets der Bezug zum mathematischen und fachdidaktischen Wissen der Lehrkraft (C) im Zentrum der Bemühungen steht.

Situiertheit digitaler Medienkompetenz als zentrale Herausforderung

Die vorausgegangenen Ausführungen zu der Sichtweise auf digitale Medienkompetenz als Teilmenge allgemeiner Medienkompetenz bedürfen einer weiteren Spezifizierung. Systematische Beobachtungen unterschiedlicher Lehrkräfte, die digitale Medien und Werkzeuge im Mathematikunterricht in verschiedenen Schulformen und Jahrgangsstufen einsetzen zeigten auf, dass der geeignete Einsatz eines digitalen Mediums in einem ausgewählten Kontext nicht als Indikator für die grundsätzliche Fähigkeit eines professionellen fachbezogenen Einsatzes digitaler Medien in einem anderen Kontext gelten kann. Dieses beobachtete Phänomen lässt sich aus erkenntnistheoretischer Sicht mit dem SEB-Konzept nach Bauersfeld (1983) erklären. Das Konzept besagt, dass jede menschliche Erfahrung stets in einem gewissen Kontext erworben wird und eng mit dieser Erwerbssituation verbunden ist. Diese Erfahrungen werden in voneinander isolierten Subjektiven Erfahrungsbereichen (kurz SEB) gespeichert. Die Gesamtheit aller im Subjekt verorteten SEB wird als „society of mind“ (Lawler, 1981) bezeichnet. Innerhalb der society of mind liegen die SEB nicht-hierarchisch gegliedert vor und konkurrieren um Aktivierung. Auf die Aktivierung eines SEB hat das Individuum keinen bewussten Einfluss. Ein SEB bezieht sich dabei entweder auf eine konkrete Erfahrung des Individuums (in unserem Fall zum Beispiel auf ein digitales Medium) oder auf andere SEB (insofern ein verknüpfender, übergeordneter SEB vorliegt). Ein übergeordneter SEB verbindet zwei oder mehr SEB miteinander und ermöglicht dem Individuum bei Aktivierung des übergeordneten SEB, eine gezielte Auswahl zwischen den darin verknüpften SEB zu treffen. Ein so übergeordneter SEB eröffnet dann die Möglichkeit einer Reflexionsebene, auf der das Individuum zwischen zwei oder mehr SEB mit Bezug auf digitale Medien hinsichtlich des geplanten Einsatzes abwägen kann.

Das MPC-Modell beschreibt Medienkompetenz als Menge der SEB, die sich auf Medien beziehen und berücksichtigt neben dem rein deklarativen Wissen über digitale Medien auch weitere motivationale, affektive oder emotionale Komponenten subjektiver Erfahrungen in Bezug auf den Einsatz digitaler Medien. Damit wird eine Beschreibung mithilfe des SEB-Konzeptes dem umfassenden Kompetenzbegriff (vgl. Weinert, 2001) gerecht, der sich auf mehr als nur Wissen bezieht. Bezeichnet man nun die SEB eines Individuums mit Bezug zu Medien als $M_1, \ldots, M_n$ und analog solche SEB, die auch einen Bezug zu digitalen Medien aufweisen als $D_1, \ldots, D_m$, so lässt sich digitale Medienkompetenz wie folgt formulieren:

1. S: „society of mind“ (Gesamtheit aller SEB eines Individuums)

(2) $M_{i \in 1, \ldots, n}$: SEB mit Bezug zu Medien

3. $M = \{M_1, \ldots, M_n\}$: Professionelle Medienkompetenz (Gesamtheit aller SEB eines Individuums mit Bezug zu Medien)

4. $M \subset S$

(5) D: Professionelle Digitalkompetenz (Gesamtheit aller SEB eines Individuums mit Bezug zu digitalen Medien)

(6) $D_{i \in 1, \ldots, m}$: SEB mit Bezug zu digitalen Medien

7. $D = \{D_1, \ldots, D_m\}$

8. $\{D_1, \ldots, D_m\} \subseteq \{M_1, \ldots, M_n\}$ wobei stets gilt: $m \leq n$

Die Lehrperson verfügt über eine Menge von SEB, die einen Bezug zu (Unterrichts)Medien aufweisen (vgl. (2), siehe Beispiel in Abb. 2). Die Gesamtheit aller SEB mit einem Bezug zu diesen Medien wird im MPC-Modell als Teilmenge der society of mind verstanden (vgl. (4)). Die Gesamtheit dieser Teilmenge beschreibt die professionelle Medienkompetenz der Lehrperson (vgl. (3)). Verfügt die Lehrperson darüber hinaus über SEB mit einem Bezug zu digitalen Medien, so lassen sich diese als Teilmenge der SEB mit einem Bezug zu (allgemeinen) Medien beschreiben (vgl. (8)). Wird ein Medium also wie im MPC-Modell in seiner Vermittlerrolle verstanden, so steht der Einsatz digitaler Medien gleichbedeutend neben dem Einsatz analoger Medien. Von Bedeutung ist die sinnvolle Unterstützung der angestrebten mathematischen Lehr-Lernprozesse.

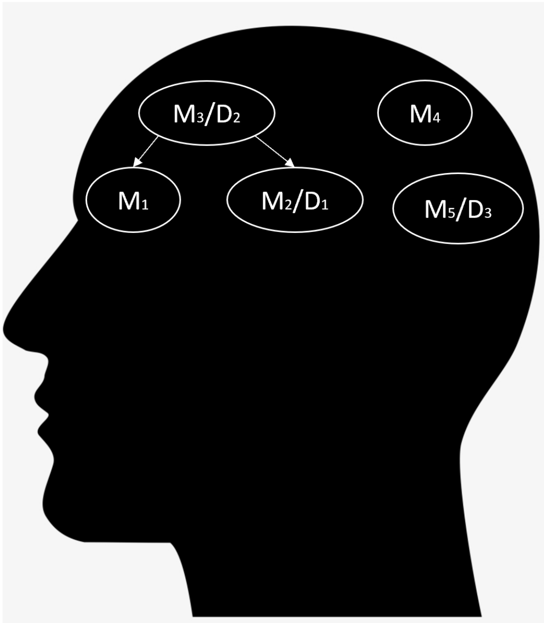


Abbildung 2: Visualisierung eines Beispiels für die Struktur einer Teilmenge der Medienkompetenz.

Die Bedeutung einer Reflexionsebene – (Weiter)Entwicklung professioneller Medienkompetenz

Betrachtet man die bisherigen Ausführungen wird schnell klar, worin die neuen Herausforderungen von Mathematiklehrpersonen bei der Implementierung digitaler Medien hinsichtlich der breiten Verfügbarkeit und bildungspolitischen Vorgaben liegt. Um die sich daraus ergebenden Chancen nutzen zu können bzw. den Vorgaben des Einsatzes digitaler Medien gerecht werden zu können, ist es wichtig, über das zum Einsatz benötigte Wissen in den hier unterschiedenen Kompetenzdimensionen sowie ihren Bezügen zueinander zu verfügen, also über hinreichend viele SEB mit einem Bezug zu digitalen Medien, die deren Einsatz zur Initiierung mathematischer Wissensentwicklungsprozesse erlauben. Nur dann, wenn eine Lehrperson auf Erfahrungen mit Bezug zu digitalen Medien zurückgreifen kann, ist die Aktivierung adäquater SEB möglich. Wenn der Einsatz digitaler Medien nun mit dem Ziel besonders gewinnbringender mathematischer Lehr-Lernprozesse erfolgt und digitale Medien in ihrem neuen Status gleichwertig neben analogen Medien stehen, wird schnell klar, dass die Entscheidung für den Einsatz eines (digitalen) Mediums stets in Abwägung zu anderen, der Lehrperson bekannten (digitalen) Medien erfolgen muss. Nur dann ist die Lehrperson in der Lage, hinsichtlich des angestrebten mathematischen Lerngegenstands für eine gewisse Lerngruppe Vor- und Nachteile sowie Chancen und Grenzen solcher (digitaler) Medien gegeneinander abzuwägen, die hier prinzipiell eingesetzt werden können. Eine solche bewusste Abwägung ist möglich, wenn es der Lehrperson gelingt eine Reflexionsebene einzunehmen, in der zwei oder mehr SEB miteinander verknüpft sind, die jeweils einen Bezug zu (digitalen) Medien aufweisen.

Aus Sicht der Autor*innen ist es von besonderer Bedeutung bei der (Weiter)Entwicklung (digitaler) Medienkompetenz die (Weiter)Entwicklung einer Reflexionsebene anzustreben, die eine professionelle Auswahl geeigneter (digitaler) Medien aus fachspezifischer und fachdidaktischer Perspektive zulässt. Erst auf dieser Reflexionsebene ist es möglich, die zentralen Chancen und Grenzen ausgewählter (digitaler) Medien und Werkzeuge hinsichtlich der Initiierung mathematischer Lehr-Lernprozesse zu vergleichen und so eine professionelle Auswahl zu treffen. Die Entwicklung oder Weiterentwicklung professioneller Medienkompetenz kann vor dem theoretischen Hintergrund des MPC-Modells auf drei Arten geschehen:

1. Durch die Weiterentwicklung eines bestehenden SEB $M_{i \in 1, \ldots, n}$

Eine Weiterentwicklung kann erfolgen, wenn die Lehrperson bereits erworbene Erfahrungen mit einem ausgewählten Medium innerhalb eines SEB durch weitere Erfahrungen ausweitet. Das bedeutet, dass die Lehrperson zu einem Medium bereits Erfahrungen und Vorwissen gesammelt hat und dann weitere Funktionen oder Einsatzmöglichkeiten dieses Mediums kennen lernt. Ein bestehender SEB (M_i) wird dann durch zusätzliche Elemente erweitert. So könnte eine Lehrperson das Tablet als Unterrichtsmedium kennen gelernt haben, indem für Schülerinnen und Schüler ausgewählte Lernapps in den Mathematikunterricht integriert werden. Sammelt die Lehrperson nun weitere Erfahrungen zum Tablet zum Beispiel durch das Kennenlernen von weiteren Apps oder der Funktion zur Spiegelung des Bildschirms an einer digitalen Tafel, so können diese Erfahrungen zu einer Präzisierung des bestehenden SEB beitragen und ein breiteres Spektrum der Einsatzmöglichkeiten ermöglichen.

Darüber hinaus ist es möglich, dass eine Lehrperson ein neues Medium kennen lernt und unmittelbar Bezüge zu einem bereits bekannten Medium erkennt. Ist der Kontext der Erwerbssituation aus subjektiver Sicht hinreichend ähnlich zu den bestehenden Erfahrungen zu einem bereits bekannten Medium, so wird ein bestehender SEB hinsichtlich des neuen Mediums erweitert.

2. Durch die Entstehung eines neuen SEB M_{n+1}

Erwirbt die Lehrperson Erfahrungen mit einem für sie bislang unbekannten (digitalen) Medium, so besteht die Möglichkeit der Entstehung eines neuen SEB, in dem diese Erfahrungen, also unter anderem das Wissen über das neue Medium, verortet sind. Der neue SEB (M_{n+1}) und die entsprechenden Erfahrungen sind zunächst nicht mit den anderen SEB in Bezug auf Medien vernetzt. Analog kann auch eine neue Situation mit einem bereits bekannten (digitalen) Medium subjektiv als hinreichend unterschiedlich zu den bereits gemachten Erfahrungen mit Medien aufgefasst werden, was zur Bildung eines isolierten SEB (M_{n+1}) in Bezug auf ein bereits bekanntes Medium führen kann.

3. Durch die Entstehung eines neuen übergeordneten SEB M_{n+1}

Eine weitere Möglichkeit zur (Weiter)Entwicklung von Medienkompetenz lässt sich durch die Entstehung übergeordneter SEB beschreiben. Dabei können zum Beispiel für die Lehrperson bislang isolierte Erfahrungen zu einem einzelnen digitalen Medium zu einer übergeordneten Perspektive vernetzt werden. In diesem Fall würde die Lehrperson über unterschiedliche SEB zu einem ausgewählten Medium verfügen, die an unterschiedliche Situationen gebunden sind. Zum Beispiel könnten unterschiedliche SEB bestehen, in denen das Smartphone vorkommt. In einem SEB womöglich als Bild- und Tonaufnahmegerät, in einem anderen als Gerät zur Nutzung von Messengerdiensten oder Social Media und in einem dritten SEB als Medium, mit der Funktion Informationen im Unterricht abzurufen. Werden diese womöglich isolierten SEB in einem übergeordneten SEB (M_{n+1}) verknüpft, so würden die Funktionen, die bislang für die Lehrperson in keiner Verbindung zum Mathematikunterricht standen, mit Situationen vernetzt werden können, die eine Verbindung aller einzelnen SEB im Mathematikunterricht aufzeigen.

Die wohl bedeutendste Möglichkeit der (Weiter)Entwicklung professioneller Medienkompetenz liegt in der Generierung und Ausdifferenzierung eines übergeordneten SEB (M_{n+1}), der SEB mit Bezug auf unterschiedliche (digitale) Medien vernetzt. Dieser übergeordnete SEB ermöglicht den Vergleich unterschiedlicher Medien in Bezug auf konkrete Lernsituationen und damit die bewusste situationsspezifische Auswahl und Nutzung eines (digitalen) Mediums. Der Fokus einer gezielten (Weiter)Entwicklung (digitaler) Medienkompetenz sollte aus Sicht der Autor*innen dieses Beitrags auf einem solchen Reflexionsvermögen mit allen zugehörigen Komponenten liegen.

Rekonstruktion professioneller Medienkompetenz mit dem MPC-Modell

Für den Einsatz des MPC-Modells zur mathematikdidaktischen Forschung ist eine Operationalisierung der oben genannten Kompetenzbereiche notwendig. Diese Operationalisierung erfolgt im MPC-Modell mit dem Zweck einer qualitativen Beschreibung und Einordnung beobachtbaren Verhaltens der Lehrkräfte, in die im MPC-Modell aufgeführten Kompetenzdimensionen. Es soll dahingehend betont werden, dass das MPC-Modell aus unserer Sicht nicht zur quantitativen Erhebung im Sinne einer Kompetenzmessung entwickelt wurde, sondern mit dem Ziel eines Beschreibungsrahmens zur Einordnung und gezielten Weiterentwicklung professioneller (digitaler) Medienkompetenz von Lehrpersonen im Rahmen der aktuellen Herausforderungen im Zuge der digitalen Transformation. Diese Beschreibungen können zum Beispiel auf Grundlage von Interviews oder Beobachtungen im Unterrichtsgeschehen erfolgen. Darüber hinaus können auch gezielt entwickelte Fragebögen eine Grundlage zur Einordnung professioneller Kompetenz von Lehrkräften darstellen. Diese Erhebungsinstrumente wurden bereits erfolgreich eingesetzt. Wesentlich ist dabei, die aufgeführten Kompetenzdimensionen im Vorfeld genau zu beschreiben, um eine möglichst trennscharfe Einordnung auf qualitativer

Ebene zu erreichen. Um professionelle (digitale) Medienkompetenz auf Basis subjektiver Erfahrungen sowie deren Entwicklung oder (Weiter)Entwicklung erfassen zu können, wurden in den durch die Autor*innen entwickelten Erhebungsinstrumenten[3] unter anderem folgende Bereiche abgedeckt:

- Beliefs zu digitalen Medien
- Vorerfahrungen (auch in der privaten Nutzung)
- Kenntnisse über digitale Medien
- Kenntnisse über digitale Medien mit Nutzen für den Mathematikunterricht
- Möglichkeiten und Grenzen digitaler Medien mit Nutzen für den Mathematikunterricht im Vergleich zu analogen bzw. anderen digitalen Medien
- Konkretisierungen in Bezug auf spezifische Unterrichtssituationen
- Gründe für bzw. gegen den Einsatz im Mathematikunterricht

Je nach konkreter Durchführung und Anlage der Datenerhebungen ist es so möglich, gezielte Aussagen hinsichtlich der Reflexionsebene zum Zeitpunkt der Erhebung zu machen. Dabei ist entscheidend, dass die einzelnen oben genannten Aspekte mit Bezug zu konkreten Medien erhoben werden. Werden die Instrumente mit zeitlichem Abstand eingesetzt, kann auch eine Beschreibung der Entwicklung erfolgen.

Ausblick

Die hier vorgestellten Ergebnisse basieren auf lerntheoretischen Erkenntnissen sowie Erfahrungen der Autor*innen aus einer intensiven Zusammenarbeit mit praktizierenden Mathematiklehrkräften im Projekt DigiMath4Edu an der Universität Siegen (Dilling et al., 2022). Im Rahmen des Projekts wird unter anderem untersucht, wie professionelle Digitalkompetenz (weiter)entwickelt werden kann und welche Gelingensbedingungen sich für digitale Transformationsprozesse im mathematischen Bildungsbereich beschreiben lassen. In diesem Zusammenhang entwickelten die Autor*innen des Beitrags Fragebogen und Interviewformate, um professionelle Medienkompetenz auf Basis des MPC-Modells zu beschreiben. Die Auswertung der erhobenen Daten dient als Ausgangspunkt weiterer Entwicklungen zur Beschreibung und zur gezielten Ausbildung professioneller (digitaler) Medienkompetenz.

Literatur:

Bauersfeld, H. (1983). Subjektive Erfahrungsbereiche als Grundlage einer Interkationstheorie des Mathematiklernens und -lehrens. In H. Bauersfeld & u.a. (Hrsg.), *Lernen und Lehren von Mathematik. Untersuchen zum Mathematikunterricht.* (Bd. 6, S. 1–56). Köln: Aulis-Verlag Deubner.

[3] Eingesetzte Erhebungsinstrumente sind sowohl Leitfadeninterviews als auch Fragebögen, die die o.g. Items aufgreifen. Die Fragebögen decken dabei eine Vielzahl digitaler Medien ab, zu denen die Items jeweils einzeln abgefragt werden.

Barzel, B., & Greefrath, G. (2015). Digitale Mathematikwerkzeuge sinnvoll integrieren. In W. Blum, S. Vogel, C. Drüke-Noe, & A. Roppelt (Hrsg.), *Bildungsstandards aktuell: Mathematik in der Sekundarstufe II* (S. 145–157). Braunschweig: Westermann.

Dilling, F., Hörnberger, K., Reifenrath, M, Schneider, R., Vogler, A. & Witzke, I. (2022). Das Forschungs- und Entwicklungsprojekt DigiMath4Edu – Digitale Transformation im Bildungsbereich am Beispiel des Mathematikunterrichts. In F. Dilling, F. Pielsticker & I. Witzke (Hrsg.), *Neue Perspektiven auf mathematische Lehr-Lern-Prozesse mit digitalen Medien* (S. 73–84). Wiesbaden: Springer Spektrum.

Hamilton, E.R., Rosenberg, J.M. & Akcaoglu, M (2016). The Substitution Augmentation Modification Redefinition (SAMR) Model: a Critical Review and Suggestions for its Use.TechTrends 60, 433–441. https://doi.org/10.1007/s11528-016-0091-y

KMK (2016). Bildung in der digitalen Welt. Strategie der Kultusministerkonferenz. Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 08.12.2017. Berlin, Bonn: KMK.

KMK (2022). Bildungsstandards für das Fach Mathematik Erster Schulabschluss (ESA) und Mittlerer Schulabschluss (MSA). Berlin, Bonn: KMK.

Koehler, M. J., & Mishra, P. (2009). What is Technological Pedagogical Content Knowledge? *Comtemporary Issues in Technology and Teacher education*, *9*(1), 60–70.

Lawler, R. W. (1981). The Progressive Construction of Mind. *Cognitive Science*, *5*(1), 1–30.

Punie, Y. & Redecker, C. (2017). European Framework for the Digital Competence of Educators: DigCompEdu , EUR 28775 EN, Publications Office of the European Union, Luxembourg. doi:10.2760/178382 (print),10.2760/159770 (online), JRC107466.

Shulman, L. S. (1987). Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform. *Harvard educational Review*, *57*(1), 1–22.

Shulman, L. S. (2013). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *The Journal of Education*, *193*(3), 1–11.

Weinert, F.E. (Hrsg.): Leistungsmessung in Schulen. Weinheim und Basel: Beltz, 2001.

Hans-Jürgen Elschenbroich

Medienberatung NRW (i.R.), elschenbroich@t-online.de

Kein Mensch lernt digital, aber …

Dies ist eine ganz persönliche Stellungnahme zum Buch „Kein Mensch lernt digital“ von Ralf Lankau. Neben vielen unstrittigen allgemein-pädagogischen Aussagen zu Medien und Lernen gibt es auch viele weiße Flecken in Bezug auf den Unterricht in Fächern, speziell im Fach Mathematik. Nach grundlegenden Überlegungen zu Digitalität im Mathematik-Unterricht werden konkrete Beispiele zum Einsatz von digitalen Werkzeugen und Lernumgebungen im Mathematikunterricht vorgestellt.

1. Zustimmung und Kritik

In dem Buch von „Kein Mensch lernt digital“ (Lankau, 2017) findet man etliche allgemein-pädagogische Aussagen, denen ich mich durchaus anschließen kann:

> „Kein Mensch lernt digital“ (S. 10)
> „Bildung ist etwas, das Menschen mit sich und für sich machen“ (S. 12)
> „Lernen muss jeder Mensch selbst“ (S. 43)
> Berechtigte Kritik: „Statt mehr Geld für Menschen, insbesondere für mehr Lehrerinnen und Lehrer in Aussicht zu stellen, gibt es Geld für Technik“ (S. 21)
> Konzepte des ‚digitalen Lernens‘ sind Neuauflagen des programmierten Lernens der 1960er Jahre (S. 25) und des Distance Learnings (S. 37) mit moderner Technologie.
> „Das ist die digitale Variante des Nürnberger Trichters“ (S. 31)
> „Es gibt keinen Unterricht ohne Medien“ (S. 82),
> „Medien im Unterricht sind kein Selbstzweck“ (S. 81)
> Aufwändige Animationen absorbieren oft auch Aufmerksamkeit, die zum Lernen gebraucht würde (S. 95)
> „Die verstärkte Nutzung digitaler Medien führt offensichtlich nicht per se zu besseren Schülerleistungen. Vielmehr kommt es auf die Lehrperson an“ (S. 95)

Das für die Schule zentrale Kapitel 5 *Medien, Technik, Unterricht* erfüllt dann aber nicht die Erwartungen. Lankau schreibt ein *medienpädagogisches* Buch ohne fachliche oder fachdidaktische Sicht. Die Frage *Wie kann man mit digitalen Medien mehr, besser, nachhaltiger lernen?*, die sich zumindest im Fachunterricht der Sekundarstufe stellt, wird leider nicht beantwortet, erst recht nicht für das Fach Mathematik.

2. Digitale Medien und Werkzeuge

Digitale Medien sind in Bezug auf das Lernen ein unscharfer Begriff. Ein digitales Medium nutzt man auch, wenn man ohne weitere eigene Aktivitäten ein YouTube Video schaut. Mit Blick auf Lernaktivitäten kommt es jedoch vor allem darauf an: Wie kann man PCs, Grafiktaschenrechner, Tablets als digitale Werkzeuge im persönlichen Lernprozess sinnvoll und zielgerichtet nutzen, als *Lernwerkzeuge* (Elschenbroich, 2010) einsetzen? Solche Lernwerkzeuge sollen Lernenden wie Lehrenden die Arbeit erleichtern und Lernaktivitäten ermöglichen, die ohne diese nur schwer zugänglich wären (Elschenbroich & Heintz, 2008). Zwei Prinzipien, die vor allem für Lehrkräfte als als Autoren von Lernumgebungen vor Bedeutung sind, sollen hier besonders betont werden die *systematische Variation* und die *dynamische Visualisierung*." (Heintz et al., 2017. S. 16).

Neue digitale Werkzeuge eröffnen neue Möglichkeiten: „Waren früher einfache Additionen und Multiplikationen Grundoperationen, so machte der Taschenrechner beispielsweise das Berechnen von Wurzeln, das Potenzieren oder Logarithmieren zu Grundoperationen, der Funktionenplotter das Zeichnen von Funktionsgraphen, die Computeralgebra das Gleichungslösen, Differenzieren, Integrieren oder Matrizenrechnen. [...] War früher mit Zirkel und Lineal das Zeichnen von Punkten, Geraden und Kreisen eine Grundoperation, so machte das Geodreieck das Konstruieren von Senkrechten und Parallelen zu Grundoperationen. Dynamische Geometrie-Software […] fügt das Konstruieren von Mittelsenkrechten, Winkelhalbierenden, das dynamische Messen von Abständen und Winkeln und das Zeichnen von Ortslinien hinzu" (Elschenbroich, 2010, S. 8). Und in 3D-Software kann heutzutage mit einem einzigen Befehl ein Dodekaeder oder eine Pyramide definiert werden.

3. Digitalisierung und Digitalität

Wenn man eine handschriftliche Notiz oder eine Skizze einscannt, hat man sie dann digital in einer Grafikdatei oder einem PDF vorliegen. Man kann sie dadurch einfach digital weiter verteilen. Den grundlegenden Charakter hat man damit aber nicht verändert. Es gab zwar eine gewisse Digitalisierung, von einer Digitalität kann aber keine Rede sein. Im didaktischen Bereich wird dies noch deutlicher. Dies soll an einem Beispiel zur pq-Formel verdeutlicht werden (siehe Abb. 1). Dort werden im vorgestellten GeoGebra-Applet die Parameter p, q eingegeben und man erhält die Werte von x_1 und x_2. Im gezeigten Screenshot erfolgt hier eine Konzentration auf die mathematisch und didaktisch wesentlichen Aspekte; Fragen der Bedienung des Applets werden ausgeblendet.

Die einzelnen Schritte 1 bis 4 kann man dynamisch schrittweise mit Hilfe eines Schiebereglers einblenden. Diese Abfolge entspricht sicher dem derzeit in der Schule gängigen Vorgehen mit quadratischer Ergänzung und binomischen Formeln, verlässt so nicht die gewohnten Pfade und nutzt damit die Möglichkeiten eines neuen Werkzeugs nicht adäquat aus. Die nicht unerheblichen algebraischen

Hürden werden nicht umgangen und auch nicht relevant abgemildert. Dieser klassische Weg ist eben ein probater Weg für diejenigen, die diese Verfahren beherrschen, aber eine kaum überwindbare Hürde für die anderen.

$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ ***Nullstellen quadratischer Funktionen***

Übung - p-q-Formel

$f(x) = 2\,x^2 - 2\,x - 4$

Schritt 1: Nullstellen sind die Stellen, an denen die Funktion 0 wird!
Wenn die Nullstelle x_0 heißt muss natürlich $f(x_0) = 0$ gelten.
Also setzt man den Funktionsterm gleich 0.
Alle Lösungen dieser Gleichung sind dann Nullstellen der Funktion.
$0 = 2\,x^2 - 2\,x - 4$

Schritt 2: NORMIEREN! Die p-q-Formel kann nur angewendet werden, wenn der Faktor vor x^2 "1" ist! Also dividieren wir ggf. durch diesen Faktor
$0=2\ x^2 - 2\ x - 4 \ \ | : 2$
$0=x^2 - x - 2$

Schritt 3: Identifizieren von p und q
$0=x^2 -1 \cdot x \ -2 \quad \Rightarrow p= -1 \quad q= -2$

Schritt 4:Anwenden der p-Q-Formel
$x_{1/2} = -\frac{(-1)}{2} \pm \sqrt{(\frac{(-1)}{2})^2 - (-2)}$ es lohnt sich vorab p/2 auszurechnen: $\frac{(-1)}{2} = (-\frac{1}{2})$
$x_1 = -(-\frac{1}{2}) + \sqrt{((-\frac{1}{2}))^2 - (-2)}$ $x_2 = -(-\frac{1}{2}) - \sqrt{((-\frac{1}{2}))^2 - (-2)}$
$x_1 = -(-\frac{1}{2}) + \sqrt{\frac{1}{4} + 2)}$ $x_2 = -(-\frac{1}{2}) - \sqrt{\frac{1}{4} + 2)}$
$x_1 = -(-\frac{1}{2}) + \sqrt{\frac{9}{4}}$ $x_2 = -(-\frac{1}{2}) - \sqrt{\frac{9}{4}}$
$x_1 = 2 \ und \ x_2 = -1$

Abbildung 1: *pq*-Formel (bearbeiteter Ausschnitt aus GeoGebra-Material: www.geogebra.org/m/eXsgjYzZ)

Die Digitalisierung, durch das vom COVID-19 Lockdown erzwungene ‚Homeschooling' noch mal besonders gefördert, ist zu einem aktuellen bildungspolitischen Thema geworden. Dabei wird die Digitalisierung noch viel zu eng als Geräte-Offensive verstanden und ist mit populären Fehlvorstellungen verbunden (*So klug macht der Computer*, Focus-Titel 39/2000; *Das Handy macht schlauer als gedacht*, Überschrift Rheinische Post 8.11.2019). Auch der *DigitalPakt Schule 2019 bis 2024* ist stark ausstattungsorientiert: „Ziel des DigitalPakts ist es, die infrastrukturellen Grundlagen für digitale Bildung in deutschen Schulen zu schaffen und Investitionshilfen als Anschub zu leisten. Förderfähig sind insbesondere die breitbandige Verkabelung innerhalb der Schulen bis zum Klassenzimmer, die WLAN-Ausleuchtung sowie stationäre Endgeräte wie zum Beispiel interaktive

Tafeln“ (BMBF, 2019, Abschnitt 6.). Dazu kommt jetzt infolge des COVID-19 Lockdowns noch eine Ausstattungswelle mit Tablets, speziell iPads.

In solchen sicher gut gemeinten Ausstattungsinitiativen besteht die Gefahr, dass übersehen wird, dass ein Gerät an sich noch nichts zum Lernen beiträgt. Es muss ein erheblicher Teil der Gelder in Software, Lehrer-Fortbildung und technische Unterstützung investiert werden, um diese Geräte sinnvoll einzusetzen. „Zu einer erfolgreichen schulischen Digitalisierung gehört mehr als Geräte, PDFs und WLAN, es müssen die schulischen Lern- und Lehrprozesse neu gedacht und neu gestaltet werden. […] Wir müssen das Lehren und Lernen anders organisieren und die Prüfungen sicher auch. Wer aber Digitalisierung so versteht und organisiert, dass alles nur noch digital gehen soll, begeht auch einen folgenschweren Fehler. […] Wir müssen uns immer wieder neu überlegen: Was sollen Schüler noch per Hand können und tun und was nicht (mehr)? Das ist der Kern der Digitalität in der Schule“ (Elschenbroich, 2019, S. 356).

Es kommt darauf an, dass „ein Nutzer sich ein zunächst allgemeines ‚Artefakt‘ zu eigen macht, zum ‚Instrument‘ macht, um es für die eigenen mathematischen Handlungen und Intentionen zu nutzen“ (Barzel, 2016, S. 155). Dies bedeutet aber nicht, dass für alles und jedes nur noch dieses eine Instrument genutzt werden soll.

4. Beispiele dynamischer Lernumgebungen

Im Folgenden werden zu Standardthemen des Mathematikunterrichts dynamische Lernumgebungen vorgestellt, an denen deutlich wird, wie man mit dynamischer Visualisierung und systematischer Variation anschaulich und schüleraktiv Mathematik entdecken kann.

4.1 Quadratische Funktionen: Scheitelpunktform und Nullstellen-Formeln

War der klassische Zugang zu diesen Themen stark algebraisch und term-orientiert geprägt, so wird jetzt mit der dynamischen Mathematiksoftware GeoGebra (oder vergleichbaren dynamischen Mathematik-Werkzeugen) ein interaktiver graphischer Ansatz möglich.

In der Lernumgebung ist zunächst der Graph der Normalparabel $f(x) = x^2$ gegeben, wobei die Fixierung aufgehoben ist. Man kann dann an dieser Parabel ziehen (am besten mit dem Scheitelpunkt auf ganzzahlige Gitterpunkte) und bekommt direkt den zugehörigen Funktionsterm in Scheitelpunktform angezeigt. Damit kann man dann mit diesem Lernwerkzeug auf mathematische Entdeckungsreise gehen (Abb. 2 und 3).

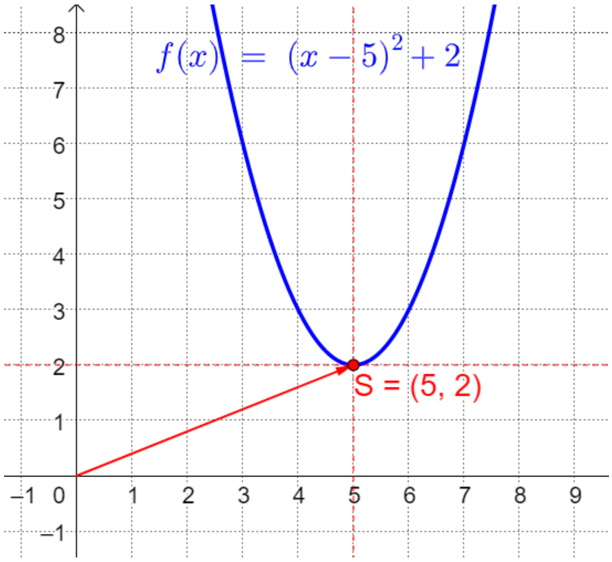


Abbildung 2: Scheitelpunktform graphisch

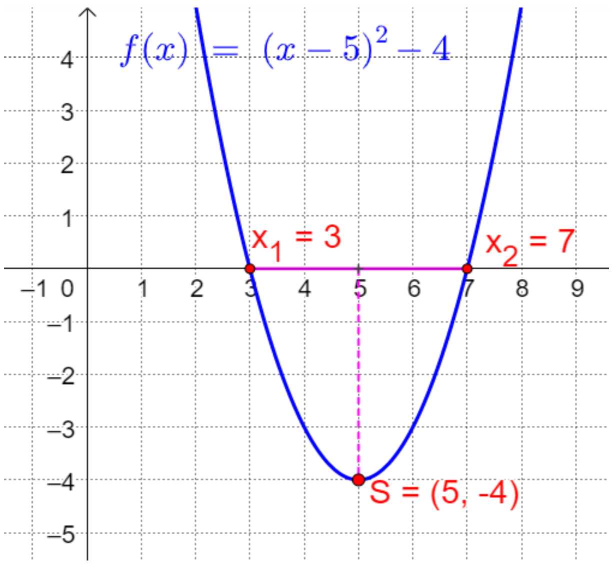


Abbildung 3: Nullstellen graphisch

- Für $y_S = -4$ erhalten wir $x_1 = -2$ und $x_2 = 2$.
- Für $y_S = -9$ erhalten wir $x_1 = -3$ und $x_2 = 3$.
- Allgemein für negatives y_S: $x_{1,2} = \pm\sqrt{-y_S}$.

Liegt S zunächst auf der negativen y-Achse, so liegen die beiden Nullstellen symmetrisch zur y-Achse. Im nächsten Schritt erweitern wir die systematische Variation auf $S = (x_S, y_S)$. Jetzt ist die Symmetrieachse der Parabel eine Parallele zur y-Achse durch den Scheitelpunkt und die beiden Nullstellen liegen dazu symmetrisch. Dies führt zu der Nullstellenformel $x_{1,2} = x_S \pm \sqrt{-y_S}$. In dieser Formel finden wir damit den Zusammenhang zwischen der Lage des Scheitelpunktes und den Nullstellen.

Ist die Funktionsgleichung nicht in der Scheitelpunktform gegeben, sondern in der Normalform $f(x) = x^2 + px + q$, so entdeckt man schnell, dass dann $x_S = -\frac{p}{2}$ sein muss. Eingesetzt erhält man $f(x_S) = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 + p\left(-\frac{p}{2}\right) + q$ und daraus $y_S = -\frac{p^2}{4} + q$. Damit haben wir den Bogen zur pq-Formel bei zwei Nullstellen geschlossen: $x_{1,2} = -\frac{P}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$.

Eine Fortführung in Richtung Linearfaktorzerlegung und Satz von Vieta samt dritter binomischer Formel ist zumindest im Gymnasium geradezu naheliegend.

4.2 Geometrie: Satz des Thales und Satz des Pythagoras

In Schulbüchern und im Unterricht werden der Satz des Thales und der Satz des Pythagoras meist direkt auf den rechten Winkel bezogen formuliert. Hier bietet sich eine Dynamisierung durch die heuristische Strategie des Weglassens einer Bedingung an, was eine allgemeinere Betrachtung ermöglicht.

In der Lernumgebung werden zunächst zwei Punkte A und B gezeichnet und fixiert. Dann werden der Thaleskreis über $\overline{AB}$ und das Dreieck ABC mit einem beweglichen Punkt C konstruiert. Dadurch entfällt die Beschränkung auf den rechten Winkel und es werden drei Fallunterscheidungen sichtbar, die zu einer allgemeineren Sicht führen. Dies gilt sowohl für den Satz des Thales als auch für den Satz des Pythagoras, siehe Abbildung 4 und 5. Insbesondere ist bei diesem Zugang zum Satz des Pythagoras schon der Kosinussatz qualitativ mit angelegt.

- Für $\gamma < 90°$ liegt C außerhalb des Thaleskreises und es ist $a^2 + b^2 > c^2$.
- Für $\gamma > 90°$ liegt C innerhalb des Thaleskreises und es ist $a^2 + b^2 < c^2$.
- Der Thaleskreis ist also eine Grenzlinie. Für $\gamma = 90°$ liegt C auf dem Thaleskreis und es ist $a^2 + b^2 = c^2$.

Dass C dann präzise auf der Kreislinie liegt, ist im Zugmodus nur selten zu erreichen. Daher nutzen wir das GeoGebra-Tool *Punkt anhängen* und können damit den Punkt C exakt auf den Thaleskreis legen und dann nur darauf ziehen.

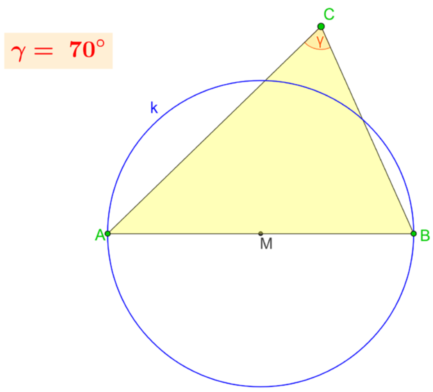


Abbildung 4: Satz des Thales entdecken, $\gamma < 90°$. C liegt dann außerhalb des Thaleskreises

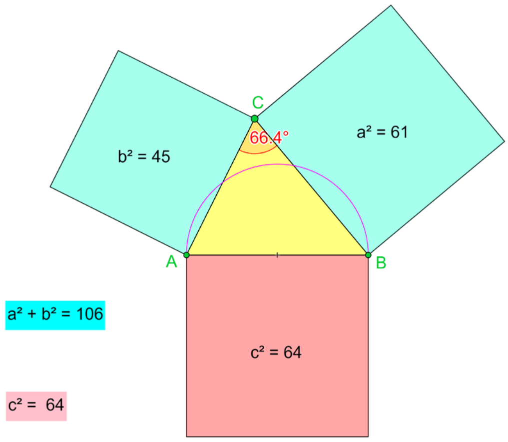


Abbildung 5: Satz des Pythagoras entdecken $\gamma > 90°$. $a^2 + b^2 > c^2$

4.3 Lineare Gleichungssysteme: LGS mit drei Unbekannten

Bei den Linearen Gleichungssystemen mit zwei Unbekannten werden üblicherweise neben den algebraischen Lösungsverfahren auch geometrische Lösungen als Schnitt von zwei Geraden betrachtet. Ein analoger Zugang findet aber bei Linearen Gleichungssystemen mit drei Unbekannten in der Algebra der Sekundarstufe I praktisch nicht statt, da lange kein Werkzeug mit entsprechenden Basisoperationen für Ebenen zur Verfügung stand. Das ist mit GeoGebra 3D jetzt anders geworden, weil GeoGebra Gleichungen mit x, y, z automatisch als Ebenengleichung in Normalenform deutet und im 3D Fenster die Ebenen anzeigt. Damit kann man jetzt auch ohne Kenntnis der vektoriellen Analytischen Geometrie mit den Befehlen von GeoGebra zwei Ebenen schneiden und die Schnittgerade mit der dritten Ebene schneiden und erhält so (im Fall der Lösbarkeit) in den Koordinaten des Schnittpunktes die Lösungen

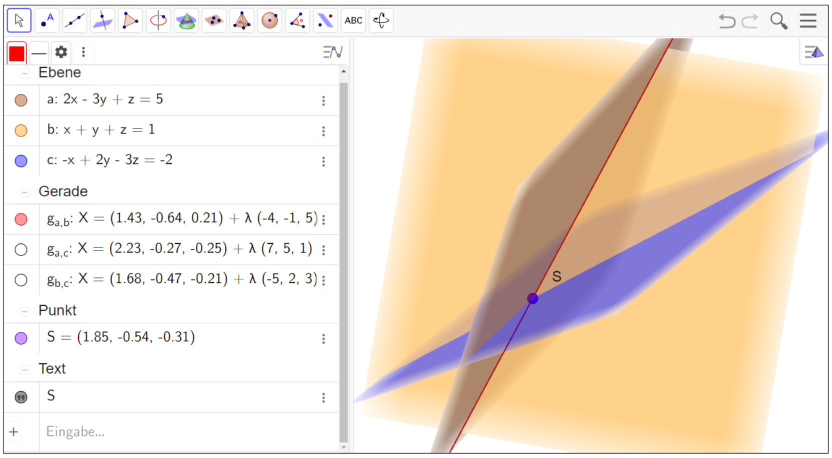


Abbildung 6: Grafische Lösung eines 3x3 LGS

4.4 Analysis: Funktionenlupe und Differentiograph

Der Einstieg in die Differenzialrechnung ist üblicherweise stark kalküllastig und wenig graphisch geprägt. Die *Funktionenlupe* (Elschenbroich et al., 2014) greift die graphische Idee der lokalen Linearität auf, dynamisiert sie und verbindet sie mit dem schulüblichen Kalkül der h-Methode. Mit dem Schieberegler h wird eine quadratische h-Umgebung um A auf dem Funktionsgraphen definiert und variiert. Diese Umgebung wird dann in das zweite Grafikfenster kopiert und dadurch entsteht ein Zoom-Effekt. Für einigermaßen gutartige Funktionen (ohne Sprungstellen, ohne ‚Zacken') erscheint dann für sehr kleines h der Ausschnitt des Graphen linear. Wahlweise können dazu Sekanten, Steigungsdreiecke und Steigungen eingeblendet werden.

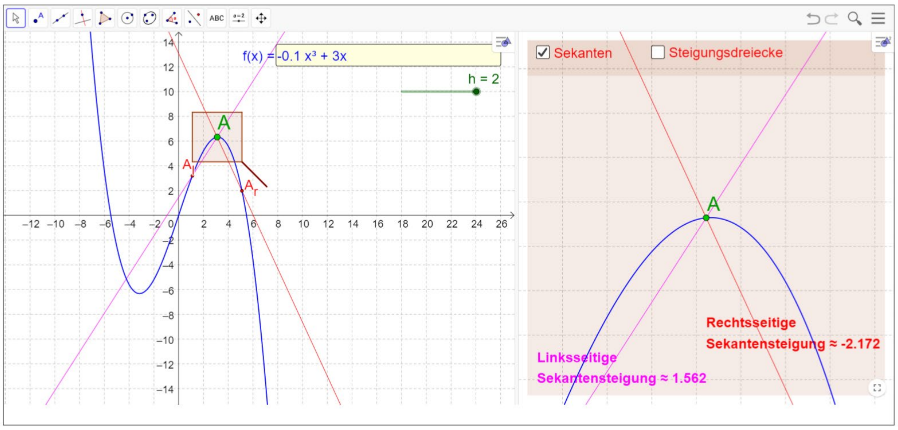


Abbildung 7: Funktionenlupe

Mit dem Tangenten-Befehl und dem Ortslinien-Werkzeug von GeoGebra kann dies dann zu einem interaktiven Steigungskurven-Zeichner (*Differentiograph*) erweitert werden. Zu einem Punkt P auf dem Graphen und der Tangente mit der

Steigung m konstruieren wir einen neuen Punkt Z = (x(P), m), der dann als Ortslinie die Steigungskurve erzeugt (hier ohne Abbildung, siehe Link zum GeoGebra-Book). Dies erfolgt graphisch, nur aus lokalen Informationen, noch ohne Kenntnis des Funktionsterms der Steigungskurve und ohne Ableitungsregeln. Dazu nutzen wir nur als Basisoperationen von GeoGebra das Anlegen einer Tangente, das Messen der Steigung und die Erzeugung einer Ortslinie.

5. Fazit

Dieser Beitrag ist nicht als Fundamentalkritik an Lankau gedacht. Die vorgestellten Beispiele sind keine Gegenpositionen, sondern sollen vielmehr für das Fach Mathematik exemplarisch die fachlichen und fachdidaktischen Leerstellen seines Buches füllen.

Digitale Lernumgebungen in Form von GeoGebra-Arbeitsblättern bieten durch dynamische Visualisierung, systematische Variation und Nutzung mächtiger Befehle vielfältige Möglichkeiten, lange und fehleranfällige Rechnungen zu vermeiden und sich auf die Mathematik zu konzentrieren. Es reicht nicht, in kurz gesprungener Digitalisierung die traditionellen Ansätze nur von der Tafel auf den Bildschirm zu verlagern, sondern es geht vielmehr darum, die didaktischen Möglichkeiten der dynamischen Visualisierung auszunutzen, die neue digitalen Mathematik-Werkzeuge bieten, und damit schüleraktives Entdecken zu ermöglichen.

Der Computer ist an sich ein Verstärker: Richtig eingesetzt kann man mit ihm guten Mathematik-Unterricht besser machen. Falsch eingesetzt kann er schlechten Unterricht auch noch schlechter machen. „Auf den Lehrer kommt es an!“ ist eine alte Weisheit, die sich immer wieder bestätigt.

Wenn neue Werkzeuge entstehen, kann man sie auf Dauer nicht verhindern. Ein sinnvolleres Herangehen als Verbieten ist: Die Aufgaben anpassen und eine neue Aufgabenkultur entwickeln. Das heißt auch: Es braucht enorme Anstrengungen bei der Lehrer-Ausbildung und der Lehrer-Fortbildung, damit die Investitionen in die Ausstattung nicht im Sande verlaufen.

Literatur:

Barzel, B. (2016). Arbeiten mit CAS aus fachdidaktischer Perspektive. In Heintz, G., Pinkernell, G. & Schacht, F. (Hrsg.), *Digitale Werkzeuge für den Mathematikunterricht* (S. 154–165). MNU Medienstatt.

BMBF (2019). Bundesministerium für Bildung und Forschung. Digitalpakt Schule – Das sollten Sie jetzt wissen (Stand 4.3.2022). https://www.bmbf.de/bmbf/de/home/_documents/das-sollten-sie-jetzt-wissen.html

Elschenbroich, H.-J. (2010). Digitale Medien und Werkzeuge im Mathematikunterricht. In: Elschenbroich, H.-J. & Greefrath, G. (Hrsg.): *Mathematikunterricht mit digitalen Medien und Werkzeugen. Bericht von dem zweiten CASIO Round Table 2009 (S. 8 – 10).* MV-Wissenschaft. www.geogebra.org/m/tde33heb#material/pkyckpj7

Elschenbroich, H.-J. (2019). Digitalisierung oder Digitalität? *MNU journal, 5*, 256 – 257. www.geogebra.org/m/tde33heb#material/qt938wrs

Elschenbroich, H.-J. & Heintz. G. (2008). Kompetenzen und Methoden. *Der Mathematik-Unterricht 6*, 3–18.

Heintz, G., Elschenbroich, H.-J., Laakmann, H., Langlotz, H. Rüsing, M. Schacht, F., Schmidt, R. & Tietz, C. (2017). *Werkzeugkompetenzen. Kompetent mit digitalen Werkzeugen Mathematik betreiben.* MNU, Verlag Medienstatt. www.geogebra.org/m/tde33heb#material/w8x8b4cs

Lankau, R. (2017). *Kein Mensch lernt digital.* Beltz.

Link

Die dynamischen Lernumgebungen zu den Abbildungen und weitere Beispiele aus dem Vortrag finden Sie in dem GeoGebra Book https://www.geogebra.org/m/bfge3aae

Heiko Etzold[1], Günter Krauthausen[2]

[1]Universität Potsdam, heiko.etzold@uni-potsdam.de
[2]Universität Hamburg, guenter.krauthausen@uni-hamburg.de

Digitale Experimentierumgebungen für den Mathematikunterricht entwickeln – (Drei) Augen auf bei der App-Entwicklung!

Während für die Unterrichtsplanung und -durchführung u. a. die Auswahl, Analyse und der Einsatz digitaler Werkzeuge von hoher Bedeutung sind, ist es auch Aufgabe der Mathematikdidaktik, die Entwicklung und Gestaltung digitaler Werkzeuge in den Blick zu nehmen. Am Vorgehen der Entwicklung der Nim-App beschreibt dieser Beitrag, mit welchen Augen es sich lohnt, auf App-Entwicklungen zu blicken, um didaktisch sinnvolle Designentscheidungen zu treffen.

Mangel und Bedarf an digitalen Experimentierumgebungen

Recherchiert man nach Apps für den Mathematikunterricht der Grundschule, strotzt das (meist kommerziell geprägte) Angebot nur so vor *drill&practice*-Anwendungen (Walter, 2022). Mathematiklernen wird dann vorwiegend als das Lösen von „Aufgaben" angesehen – in engen Fragestellungen mit jeweils nur einer richtigen Antwortmöglichkeit. Üben und Fördern entspricht dann dem Lösen möglichst vieler solcher Aufgaben und der Wert von Software wird darüber bemessen, dass sie eine sofortige Rückmeldung über richtig oder falsch gibt. Inhalte derartiger Anwendungen begrenzen sich häufig auf Fachinhalte des Mathematikunterrichts, während kein Bewusstsein für prozessbezogene Kompetenzen sichtbar wird. So wird ein traditionelles Verständnis von Mathematikunterricht verfestigt, wobei doch die mathematikdidaktische Forschung schon viel weiter ist, ebenso zum Glück auch die Unterrichtspraxis und viele Schulbücher. Prozessbezogene Kompetenzen stehen gleichwertig neben den inhaltsbezogenen und sind (seit über 15 Jahren) in den KMK-Standards und Bildungsplänen festgeschrieben – bilden also beileibe keinen „Randbereich" mehr. Doch ein Angebot an digitalen Anwendungen, die das Argumentieren, Kommunizieren, Problemlösen oder Modellieren in den Blick nehmen, ist gleichsam nicht vorhanden (Krauthausen et al., 2020).

Da das erwähnte traditionelle Verständnis aber auch bei vielen Eltern (und teilweise auch noch Lehrpersonen – insbesondere, wenn sie sich hilflos gegenüber Lernschwierigkeiten der Kinder fühlen, vgl. Wahl, 1991) – tief eingewurzelt ist, sind diese Personen nach wie vor „anfällig" für Apps, die vollmundig Lernerfolge versprechen (jedoch auf diskussionswürdiger Basis, siehe z. B. Walter & Rink, 2021). Hinzu kommt, dass Kinder manche dieser App-Konzepte – wie auch *bunte Hunde* – durchaus (und nachvollziehbar) „mögen". Aber auch das Spaß-Argument ist nicht tragfähig: *Dass* Kinder etwas mit großer Motivation tun, heißt noch nicht, dass es sie auch geistig beansprucht. Lernfreude kann auch vordergründig sein, z. B. sich gezielt einer anforderungsarmen Tätigkeit hingeben oder auch, um die oberflächliche Gestaltung oder die einkleidende „Rahmenhandlung" einer App zu genießen. Es ist also eine Frage der „didaktischen Verantwortung", die mit der Entwicklung von Apps einhergeht. Und dieser muss die Mathematikdidaktik gerecht werden und sich mit Experimentierumgebungen, also eben jenen Apps, die prozessbezogene Kompetenzen in den Blick nehmen, tiefergehend beschäftigen.

Mit dem Beispiel der Nim-App (Etzold & Krauthausen, 2022) haben wir eine solche Experimentierumgebung entwickelt, die den Fokus darauf legt, die Gewinnstrategie des Nim-Spiels zu identifizieren, zu prüfen und zu begründen. Erste im Rahmen einer Tagung erhaltene Rückmeldungen der mathematikdidaktischen Community waren durchweg positiv, was uns veranlasst hat, den Entwicklungsprozess offenzulegen und Instrumente zur Verfügung zu stellen, um weitere, ebenso didaktisch gut begründete Anwendungen zu entwickeln. Apps, die aus mathematikdidaktischer Sicht eine hohe Qualität aufweisen, entstehen nicht zufällig. Wir sind der Überzeugung, dass jede Designentscheidung bewusst und begründet getroffen werden muss und nicht nur die mathematischen Inhalte *irgendwie* in der App präsentiert werden dürfen. Daraus ergibt sich als zentrale Frage:

Welche Leitlinien bestimmen die zu treffenden Designentscheidungen bei der Entwicklung digitaler Experimentierumgebungen für den Mathematikunterricht?

Am Beispiel unseres Vorgehens wollen wir einen Vorschlag unterbreiten, der von der exemplarischen Anwendung auch allgemeiner auf digitale Experimentierumgebungen abstrahiert werden kann. Es wird also keine *Analyse* der Nim-App dargestellt (dies sollte denen überlassen werden, die die App nicht selbst entwickelt haben), sondern wir beschreiben, welche Entscheidungen die *Entwicklung* der App geleitet haben, wie diese Entscheidungen strukturiert entstanden sind und wie sie auch im Rahmen anderer Entwicklungsprojekte getroffen werden könnten.

Designentscheidungen bei der App-Entwicklung

Die Entwicklung der ersten Version der Nim-App (Etzold, 2022; verfügbar für iOS und macOS) war geprägt von eigenen Erfahrungen aus der (Nim-)Unterrichtspraxis, Forschung und Entwicklung zu digitalen Werkzeugen. Unsere Ideen flossen dabei in einen Prototyp ein, der anschließend im gemeinsamen Diskurs mehrfach (d. h. 24 mal) begründet überarbeitet wurde. Dies betrifft einerseits argumentativ gewonnene Einsichten zur Gestaltung der App, andererseits auch das Bereinigen von Programmierfehlern. Die folgende Darstellung unserer Designentscheidungen erfolgt zum Teil sehr detailliert, etwa indem auch (verworfene) Alternativen gegenübergestellt werden. Ziel ist insbesondere, noch nicht so erfahrenen oder weniger Fachdidaktik-affinen App-Entwicklerinnen und -Entwicklern Möglichkeiten offenzulegen, auf welch kleinteiliger und spezifischer Ebene Entscheidungen getroffen werden können. Dies hat (unserer Meinung nach) eine hohe Relevanz für die didaktisch sinnvolle Gestaltung und Anwendung einer App und damit den Lernerfolg. Die *Zufälligkeit* von Entscheidungen soll im Anschluss vermindert werden, indem wir diese kategorisieren und letztlich drei Dimensionen zuordnen werden – den metaphorischen drei Augen auf App-Entwicklungen.

Designentscheidungen zur Nim-App

(1) Inhaltsspezifische Navigationsstruktur. Die Navigation in der App spiegelt die typischen Phasen des Nim-Spiels im Unterricht wider: Erst werden die Spielregeln festgelegt (*Einstellungen*), anschließend kann frei gespielt werden (*Nim-Spiel*). Die Spiele werden gesammelt, strukturiert dargestellt und verglichen (*Archiv*), um die Gewinnstrategie zu entwickeln, und durch Parameter-Variationen zunehmend verallgemeinert und einzelne Spiele operativ untersucht (*Nim-Spiel untersuchen*). Die Schülerinnen und Schüler behalten so stets den Überblick, in welcher Phase sie sich derzeit befinden und nutzen die äußere Struktur der App als Orientierung.

(2) Reduktion der Bildschirminhalte. Es werden ausschließlich diejenigen Bedienelemente dargestellt, die für das Bearbeiten der jeweiligen Phase notwendig sind. Das bedeutet insbesondere auch, dass keine „schmückenden" Elemente vorhanden sind (wie man sie häufig bei Apps für Grundschulkinder findet). Letztere dienen meist nur dazu, Kinder entweder zum Lernen zu „überlisten", oder sie unterliegen dem Glauben, Mathematik interessant *machen* zu müssen, anstatt eine Mathematik anzubieten, die (durch ihren Substanzgehalt) interessant *ist*. Für beide Vorurteile gibt es in der Mathematikdidaktik und in der Praxis des Mathematikunterrichts überzeugende Gegenargumente und Erfahrungen (Krauthausen & Scherer, 2022). Zur Reduktion trägt weiterhin bei, dass einige Einstellungen aus der App ausgelagert und in die globale Einstellungsapp des iPads verlegt wurden. So kann dort bspw. die Sprache eingestellt werden oder entschieden werden, ob bestimmte Funktionen (Änderung der Nummerierung der Felder, Option des Einzel-Exports) zulässig sind. Werden diese ausgeschaltet, reduzieren sich entsprechend die Bedienfelder in der App, was versehentliches Antippen verhindern kann, wenn die Lehrkraft die entsprechenden Funktionen nicht zur Verfügung stellen möchte.

(3) Ikonische Darstellungen. Sofern möglich, werden ikonische Darstellungen verwendet oder Texte mit ikonischen Darstellungen ergänzt, um den Leseaufwand zu reduzieren. Dies betrifft bspw. den Gewinnzustand des letzten Feldes (Daumen hoch/runter), aber auch einzelne Buttons (z. B. im Archiv). Hierüber soll eine kognitive Entlastung der Schülerinnen und Schüler erreicht werden, so dass die Konzentration vollständig dem Spiel und der Strategiefindung gewidmet werden kann.

Designentscheidungen zur Einstellungen-Ebene der Nim-App

(4) Schrittweise Änderung der Parameter. Um zielgerichtet die Gewinnstrategie des Nim-Spiels zu finden, ist es notwendig, auf die relevanten Parameter Einfluss zu haben. Dies erfolgt über eine Variabilität in Plättchenanzahl, Spielfeldlänge und Gewinnstatus des letzten Feldes (Abb. 1). Die Einstellungen können von den Schülerinnen und Schülern selbst über sogenannte *Stepper* vorgenommen werden. Es wurde bewusst auf Schieberegler verzichtet, da diese einen kontinuierlichen Charakter suggerieren, der bei der Anzahl an Plättchen und Feldern jedoch nicht gegeben ist. Auch Eingabefelder hätten hier zu einer überfrachteten Interaktion geführt.

Die Anzahl der Plättchen (1 bis 4) und die Feldlänge (5 bis 20) ermöglichen die Betrachtung von Grenzfällen (nur 1 Plättchen) und sind noch gut auf dem Tablet-Bildschirm erfassbar (Feldlänge max. 20). Dies soll zudem beim Finden der Gewinnstrategie (wofür auch mehr als 20 Felder betrachtet werden sollten) dazu motivieren, das digitale Werkzeug zu verlassen und stattdessen im „Offlinemodus" den (abstrakten) Kern des Spiels zu erkunden.

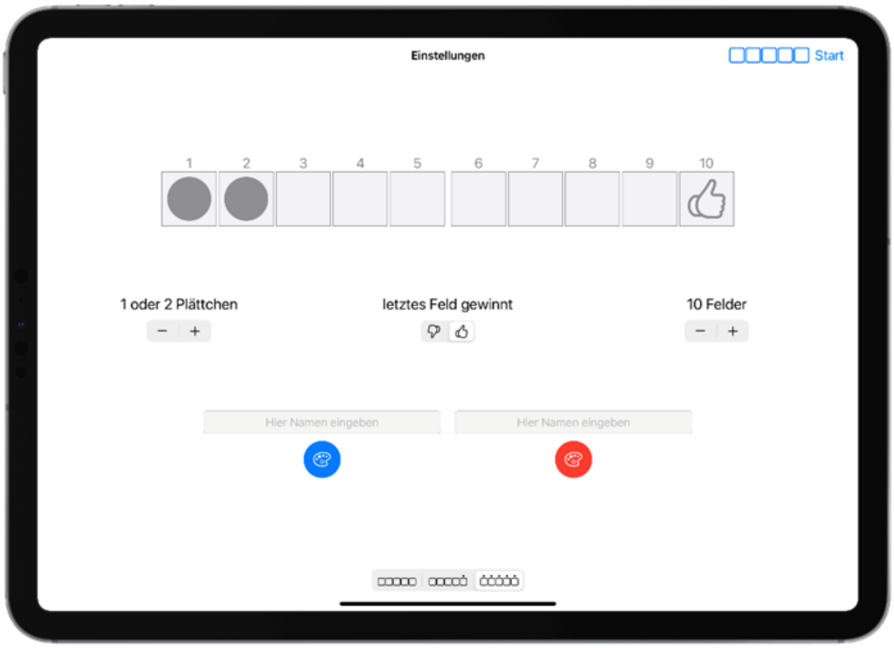


Abbildung 1: Einstellungen in der Nim-App

(5) Animation der Änderung des Spielfeldes. Auch wenn die Änderung der Spielfeldlänge schrittweise erfolgt, wird ihre Darstellung dynamisch animiert. So erscheint nicht plötzlich ein weiteres Feld (was wegen der zentrierten Darstellung zu einem *Sprung* des gesamten Spielfeldes nach links führen würde), sondern es wird das neue Feld *eingeblendet* und das Spielfeld wird nach links *verschoben*.

(6) Personalisierung. Die Schülerinnen und Schüler können ihre Spielfarbe anpassen sowie Namen für die Spieler 1 und 2 vergeben. Dies ermöglicht einen persönlicheren Bezug der Kinder zu „ihrem" Spiel und beeinflusst auch die Rückmeldungen der App („Maxi ist dran" statt „Rot ist dran"). Auch ist es in den globalen Einstellungen möglich, die Sprache der App auszuwählen (derzeit Deutsch, Englisch, Französisch, Arabisch, Ukrainisch, Russisch und Kölsch). Neben der Teilhabe entsprechender Muttersprachler kann diese Option auch für interkulturelle Aspekte genutzt werden (insbesondere im Arabischen, da dort wegen der Schreibrichtung von rechts nach links auch alle Bedienelemente umgedreht sind).

(7) Elementare Farbauswahl. Um die Bedienung einfach zu halten (vgl. *Reduktion der Bildschirminhalte*), wird eine Vorauswahl durch die Primär- und Sekundärfarben zur Verfügung gestellt. Es ist bewusst nicht möglich, über eine Farbpalette beliebige Farben zu wählen, da dies wieder eine weitere Bedienhürde bzw. eine Befassung mit Frage (Farbenvielfalt) mit sich bringen

könnte, die inhaltlich weder dem Spiel noch der Strategiefindung dienlich ist. Die Farbauswahl erfolgt über einfaches Antippen hinreichend großer Felder, Primär- und zugehörige Sekundärfarbe werden jeweils untereinander dargestellt (siehe Abb. 2). Die gleiche Farbe für beide Spieler wird verhindert, indem automatisch die Farbe einer Person gewechselt wird, sobald die zweite Person dieselbe Farbe auswählt.

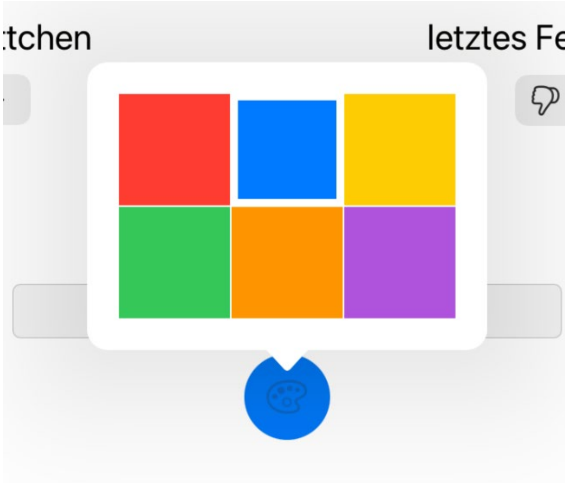


Abbildung 2: Farbwahl

Designentscheidungen zur Spiel-Ebene der Nim-App

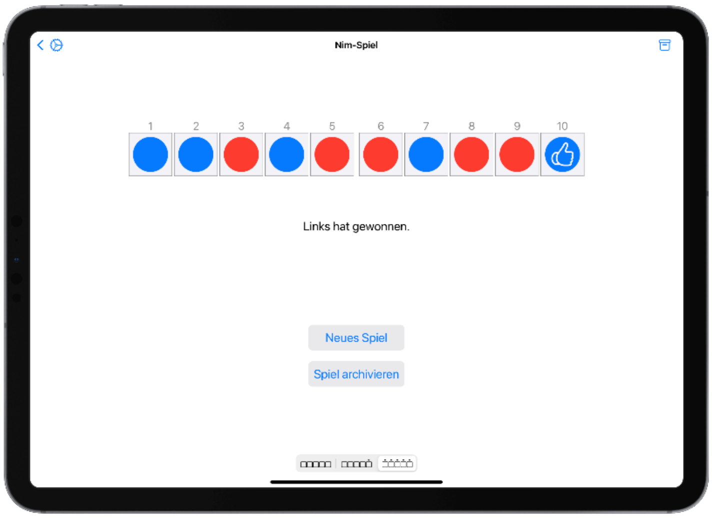


Abbildung 3: Spiel-Ebene der Nim-App

(8) Adaptive Rückmeldungen. Während des Spielens erhalten die Kinder situationsangemessene Rückmeldungen, etwa wer gerade am Zug ist, wie viele Plättchen maximal gelegt werden dürfen oder falls eine Spielregel nicht beachtet wurde. Es geht dabei nicht um didaktische „Bewertungen“ wie richtig, falsch oder (un)geschickt, mit denen die Kinder in die Zielrichtung „gefördert“ werden sollen. Die App kontrolliert hier lediglich die Einhaltung der Spielregeln bzw. erinnert an

diese. Die sprachlich möglichst kurzen Hinweise dienen der kognitiven Entlastung, so dass sich die Spielerinnen und Spieler voll und ganz auf das Spielen, das Finden und das argumentative Begründen der Gewinnstrategie konzentrieren können. Auch das Ausblenden gerade nicht benötigter Buttons oder die ikonische Information des Gewinns/Verlustes des Spiels auf dem letzten Feld durch einen entsprechenden Daumen sollen dieser Designentscheidung dienlich sein.

(9) Regelgewährleistung. Durch die Gestaltung des Spiels wird man zum Einhalten der Spielregeln verpflichtet. So muss man zunächst den eigenen Button zum Starten antippen und das Ende eines Zugs durch Tippen des Fertig-Buttons bestätigen, bevor die andere Person an der Reihe ist. Auch wurde bewusst nicht implementiert, ein gelegtes Plättchen wieder zu entfernen, was wohlüberlegte Züge motiviert und mit Spielerfahrungen aus der analogen Welt („Gelegt ist gelegt!") konsistent ist. Nur durch das konsequente Einhalten der Regeln ist es möglich, die Gewinnstrategie abzuleiten, so dass der Zwang hier keine „Gängelei" darstellt, sondern eine Notwendigkeit aus der *Sache* heraus, sich dem Lerngegenstand zu nähern.

(10) Archiv-Animation. Wird ein Spiel ins Archiv gelegt, erfolgt eine kleine Animation, die das Spiel in einer kurzen Zeitspanne verkleinert, auf das oben rechts befindliche Archiv-Icon bewegt und dort ausblendet. Diese Ablage-Animation dient einerseits als informative Rückmeldung getätigten Archiv-Ablage. Andererseits bietet sie auch einen Hinweis, wo sich das Archiv befindet, so dass das weitere (für das Finden der Spielstrategie relevante) Vorgehen angeregt wird.

Designentscheidungen für das Archiv und zum Untersuchen des Nim-Spiels

Dem Archiv der *digitalen* Nim-App wachsen in besonderer Weise Funktionen und Potentiale zu, die den entsprechenden Gegebenheiten beim *analogen* Nim-Spiel deutlich überlegen sind (vgl. Krauthausen & Etzold, 2022). Hier können also *medienspezifische* Vorteile besonders nutzbringend eingesetzt werden:

(11) Unendlicher Tisch. Die im Archiv gespeicherten und nachhaltig *dokumentierten* Spiele werden auf einem „unendlichen Tisch" präsentiert. Zunächst sind die Spiele untereinander linksbündig dargestellt (Abb. 4). Sind mehr Spiele vorhanden, wird eine neue Spalte erzeugt und bei mehr Spalten als es die Bildschirmbreite zulässt, können diese horizontal verschoben werden. So können die Schülerinnen und Schüler möglichst viele Spiele überblicken und für die Suche nach der Gewinnstrategie miteinander vergleichen.

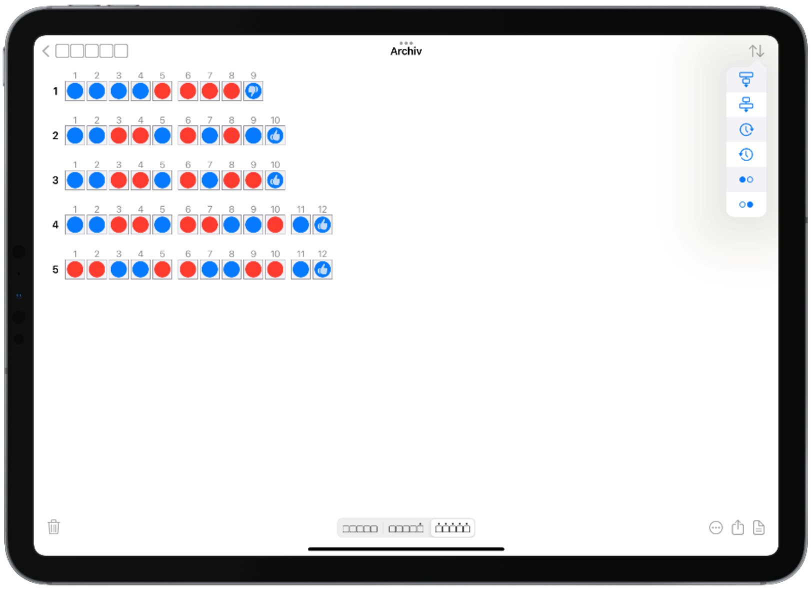


Abbildung 4: Archiv in der Nim-App

(12) Vielfältige Sortier-Optionen. Das Finden einer Gewinnstrategie wird dann besonders gut unterstützt, wenn man in der Lage ist, den Einfluss diverser Spielparameter zu überprüfen. Dazu können die Spiele im Archiv nach *unterschiedlichen* Kriterien umgeordnet werden. Das Sortieren ist eine mächtige heuristische Strategie des Problemlösens – nicht nur, aber insbesondere in der Grundschule, wo ein symbolischer Zugang ggf. noch nicht in Reichweite der Schülerinnen und Schüler liegt. Durch flexible Sortiermöglichkeiten können bereits auf der Phänomenebene Muster und Regelhaftigkeiten evident werden und Anlass zur Hypothesenbildung und -prüfung bieten (vgl. Krauthausen & Scherer, 2022, S. 131 f.). In der App besteht die Option, die Spielverläufe frei umzuordnen, was über ein längeres Drücken und anschließendes Verschieben der jeweiligen Spiele möglich ist (*drag&drop*). Weiterhin bieten entsprechende Buttons ein schnelles und automatisiertes Sortieren nach anderen Kriterien: nach der Reihenfolge des Spielens, nach der Spielfeldlänge sowie nach der Farbe, die zu spielen begonnen hat (um etwa die Vermutung „Wer beginnt, gewinnt" zu prüfen).

(13) Vielfältige Export-Optionen. Die Nim-App ermöglicht, das Archiv als Datei im App-eigenen .nim-Format zu exportieren, das alle Informationen eines Archivs enthält, so dass es dann bspw. auch auf einem anderen Gerät wieder geöffnet und damit weitergearbeitet werden kann. Ebenso ist auch Export als pdf-Datei möglich, was in diversen Unterrichtssituationen, wenn z. B. ein Ausdruck vorgenommen wird, hilfreich ist. Aufgrund kaum verbreiteter Farbdrucker wird beim pdf-Export eine spezifische Version in Graustufen erstellt, die auch ein Verwechseln der Farben (wie es oftmals bei einer automatischen Umwandlung von Farbe in Graustufen erfolgt) verhindert. Neben dem Export des kompletten Archivs können über einen Optionsbutton am unteren Rand auch nur einzelne Spiele zum Export ausgewählt werden. Dies ist insbesondere in Unterrichtssituationen hilfreich, in denen die Lehrkraft ein bestimmtes Spiel allen Kindern (z. B. per AirDrop) zum genaueren Untersuchen zur Verfügung stellen möchte.

(14) Simultane Darstellung. Wird im Archiv ein Spiel zum genaueren Untersuchen ausgewählt, erscheint dieses (statisch und grau hinterlegt) auf einer neuen Seite; gleichzeitig steht dasselbe Spiel darunter noch einmal zur Verfügung, jedoch manipulierbar. Es können also an derselben Spielsituationen vermutete Strategien ausprobiert oder der Einfluss der Spielparameter untersucht werden. Die simultane Darstellung ermöglicht ein sofortiges Vergleichen von alter und neuer Situation und unterstützt beim Finden der (korrekten) Gewinnstrategie.

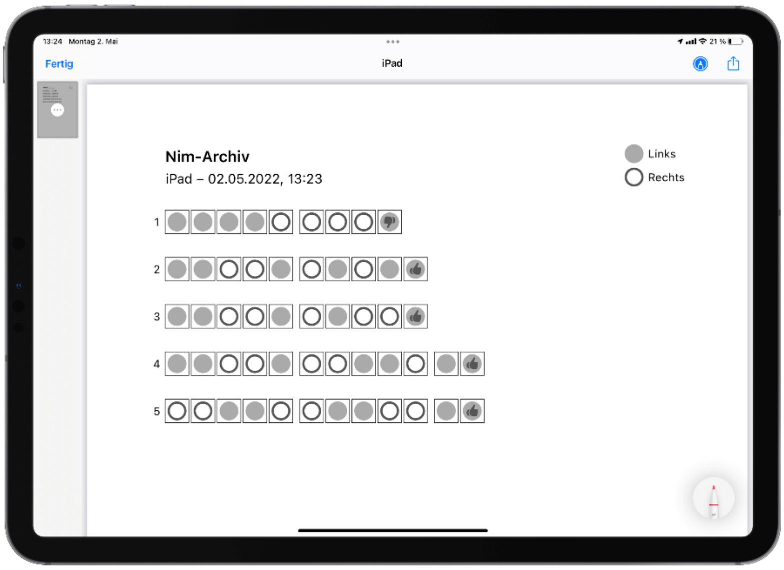


Abbildung 5: Untersuchen eines Nim-Spiels in der App

Strukturierung der Designentscheidungen

Die 14 hier vorgestellten Designentscheidungen spiegeln (und auch das nur exemplarisch) die konkrete Genese der Nim-App wider. Um eine strukturierte Form von Leitlinien zu erhalten, die eine Übertragbarkeit auf andere Entwicklungsprojekte ermöglicht, wollen wir eine Kategorisierung vorschlagen, die sowohl dem theoretischen Erkenntnisstand der Fachdidaktik als auch dem didaktischen und praktischen Erkenntnisstand bzw. Erwartungshorizont eines zeitgemäßen Mathematikunterrichts gerecht wird. Uns scheinen drei Dimensionen an Anforderungen entscheidungsrelevant, die wir als die „drei Augen" bezeichnen, mit denen es sich lohnt, auf eine App-Entwicklung zu blicken.

Auge 1: Anforderungen aus dem Lerngegenstand – die fundamentale Rolle einer stoffdidaktischen Analyse

Der Lerngegenstand, der mit der Nim-App verfolgt wird, ist nicht das Spielen an sich, sondern das Finden und argumentative Begründen einer Gewinnstrategie. Dieser Fokus hatte einen wesentlichen Einfluss auf die Navigationsstruktur der App, die Möglichkeit des Parametereinflusses und der Regelgewährleistung sowie insbesondere auf die Gestaltung des Archivs. Auf eine allgemeinere Ebene gehoben: Eine ausführliche fachliche wie fachdidaktische Analyse des Lerngegenstandes ist essenziell, bevor die App-Entwicklung überhaupt begonnen werden kann. Folgende konzeptionelle Grundlagen (Wittmann, 2015, S. 249) sehen wir hierfür als fundamental an:

(a) „Mathematische Kenntnisse und Techniken werden am besten eigenaktiv unter Anleitung mathematisch erfahrener Lehrpersonen erworben". Eine App sollte daher den Kindern Freiräume zum selbstständigen Erkunden einräumen (anstatt sie unterschwellig zu einem gewünschten Ziel zu führen). Eine solche Erkundung bedarf aber – um nicht in belangloses Probieren abzugleiten – einer didaktisch erfahrenen Begleitung. Eine App dient demnach nicht als „Lehrerersatz", soll aber wohl der Lehrperson Möglichkeiten eröffnen, den Lernprozess der Kinder didaktisch überlegt und begründet zu begleiten, anzuregen und aufrechtzuerhalten.

(b) „Für die Höhe des jeweils erreichbaren fachlichen Niveaus ist die Strukturierung des Unterrichts nach mathematischen Grundideen von Ausschlag gebender Bedeutung". Dies entspricht der Erwartung, die mathematischen Grundideen gut zu kennen und curricular einzuordnen (bei einer App zum 1 x 1 würde dies implizieren, mehr als zu wissen, wie man multipliziert und was das 1 x 1 ist). Hier liegt u. E. eine große Hürde für „Fremdentwickler" ohne fachdidaktische Expertise und damit ´ein Grund für den hohen Anteil didaktisch fragwürdiger Apps am Markt.

(c) „Authentische mathematische Aktivitäten, bei denen die Heuristik eine entscheidende Rolle spielt, sind ihrer Natur nach sozial und kommunikativ" Apps, die dies berücksichtigen, verstehen Mathematik nicht als Produkt, das es in Kinderköpfe zu „transferieren" gilt, sondern als Prozess. Damit werden auch die heuristischen Problemlösestrategien relevant sowie das Kommunizieren, Argumentieren und Begründen mathematischer Kernideen.

Um diese Anforderungen umzusetzen und eine digitale Lernumgebung spezifisch auf den gewünschten Fokus hin auszugestalten, bietet sich in Anlehnung an Wittmann (2015) eine Checkliste wie die folgende an: • Worin besteht die fachliche Substanz (aus höherer Warte)? • Welche reichhaltigen Aktivitäten auf unterschiedlichen Niveaus sollen ermöglicht werden? • Worin bestehen im Detail die kognitiven Anforderungen der Aktivitäten? • Wie gelingt eine curriculare Passung, Kohärenz und Konsistenz in Bezug auf inhaltliche und allgemeine Kompetenzen der Bildungsstandards? • Welche curriculare Reichweite/Tiefe soll wie angestrebt werden? • Welche didaktischen Übungstypen sollen enthalten sein?

Hieraus wird ebenfalls deutlich, dass eine App (wie allgemein ein Arbeitsmittel) nur einem begrenzen Inhalts- und Kompetenzbereich wirklich dienlich sein kann – eierlegende Wollmilchsäue sind didaktisch nicht sinnvoll!

Auge 2: Anforderungen aus der Einbettung in den Unterricht – die fundamentale Rolle des Unterrichtsverständnisses

Experimentierumgebungen, die Kommunikations- und Argumentationskompetenzen verfolgen, benötigen eine Einbettung in den von einer Lehrkraft gestalteten Unterricht, da entsprechende Prozesse angeregt werden müssen (s. o.). Der Blick in die Verwendung der App in der Klassensituation führt ebenfalls zu spezifischen Designentscheidungen, teils eng verknüpft mit dem Lerngegenstand, teils aber auch unabhängig davon, bspw. hinsichtlich der methodischen Gestaltung. Bei der Nim-App betrifft dies z. B. die Möglichkeit, Bedienelemente auszublenden, das Spiel mit Farben und Namen zu personalisieren bzw. das Archiv auf vielfältige Weisen im Hinblick auf Kommunikationsprozesse zu exportieren.

Eine App-Entwicklung, die einen curricularen Inhalt des mathematischen Unterrichtsalltags thematisiert, kann daher nicht ohne eine vertiefte Kenntnis darüber erfolgen, wie denn der entsprechende Inhalt in einem zeitgemäßen Mathematikunterricht und auch *ohne* digitale Medien aussieht. Wie sehen Unterrichtsroutinen konkret aus? Welche fachdidaktischen Konzepte sind *state-of-the-art* oder in der Diskussion? Welche Lernwege beschreiten Schülerinnen und Schüler? Welche Lernhürden sind bekannt? Welche methodischen Alternativen gibt es und welche methodischen Probleme? Dabei sollte auch im Vorfeld Klarheit darüber bestehen, welche Funktion die zu entwickelnde App erfüllen soll. Nach Heppell (1993, S. 104 f.) lassen sich unterscheiden: *Narrative Funktionalität:* Eine solche App dient der Einführung, dem Überblick oder dem automatisierenden Üben. Eine solche Funktionalität verfolgt die Nim-App bewusst nicht. *Interaktive* Funktionalität: Eine solche App ermöglicht das „Blättern“, Erforschen, Erkunden und Auswählen. Diese Funktionalität soll in der Nim-App zweifelsohne enthalten sein. *Partizipative Funktionalität:* Eine solche App (und hier liegt eine Stärke der Nim-App) ermöglicht das Sammeln, (Re-)Präsentieren, Produzieren, das Gestalten und das Finden und Prüfen von Hypothesen. Dies sollte jedoch – wie bereits erwähnt – durch die Lehrkraft angeregt werden, die App selbst „verlangt“ solche Prozesse nicht.

Auge 3: Anforderungen aus der Mensch-Maschine-Interaktion – die fundamentale Rolle des UI-Designs

Oftmals unabhängig vom Lerngegenstand und nicht auf das konkrete Unterrichten bezogen, wurden „kleine“ Designentscheidungen getroffen, die die Nim-App für die Schülerinnen und Schüler zugänglicher gestalten. Wir wollen dies der Mensch-Maschine-Interaktion zuordnen, auch um die Unabhängigkeit von der mathematikdidaktischen Brille zu betonen. So können im User-Interface (UI) etwa ikonische Darstellungen, geeignete Animationen oder reduzierte Bildschirminhalte den Schülerinnen und Schülern dienlich sein, sich hürdenärmer mit der Nim-App auseinanderzusetzen und den Schwerpunkt auf die inhaltliche Arbeit zu legen.

Anforderung „Lerngegenstand“	
(1) Inhaltsspezifische Navigationsstruktur	(10) Archiv-Animation (Hinweis auf Archiv)
(4) Schrittweise Änderung der Parameter	(11) Unendlicher Tisch (Möglichkeit an sich)
(8) Adaptive Rückmeldungen	(12) Vielfältige Sortier-Optionen
(9) Regelgewährleistung	(14) Simultane Darstellung
Anforderung „Einbettung in Unterricht“	
(2) Reduktion der Bildschirminhalte (Ausblenden einzelner Inhalte)	(7) Elementare Farbauswahl (Primär-/Sekundärfarben)
(6) Personalisierung	(13) Vielfältige Export-Optionen
Anforderung „Mensch-Maschine-Interaktion“	
(2) Reduktion der Bildschirminhalte	(5) Animation der Änderung des Spielfeldes
(3) Ikonische Darstellungen	(7) Elementare Farbauswahl
(4) Änderung d. Parameter (Stepper)	(10) Archiv-Animation (inform. Rückmeldung)

Tabelle 1: Augen auf die App-Entwicklung und ihre Designentscheidungen (bzw. Teilaspekte)

Zusammenfassung

Mit diesem Beitrag wollen wir Leitlinien zur Verfügung stellen, um die Entwicklung von Experimentierumgebungen strukturiert anzugehen. Die drei Augen auf die App-Entwicklung haben wir hier aus unserem Vorgehen bei der Nim-App abgeleitet und zusammengefasst, das sich aufgrund des konkreten Hintergrundes auf *Experimentierumgebungen* bezog. Wir verstehen diesen Hintergrund aber in zweifacher Hinsicht als exemplarisch: Zum einen handelt es sich dabei um eine bislang sehr vernachlässigte, wenn nicht „vergessene“ Kategorie, für die man sich aus fachdidaktischer Sicht mehr didaktisch wertvolle Entwicklungsbeispiele wünschen würde. Zum anderen postulieren wir eine Übertragbarkeit unserer Überlegungen auf andere Kategorien didaktischer Apps, auf andere Inhalts- und Kompetenzbereiche, dann ggf. mit einer etwas anderen Gewichtung der drei Augen.

Und nicht zuletzt verstehen wir die in diesem Beitrag erläuterten Punkte nicht als abgeschlossen und würden eine Diskussion darüber für sinnvoll und willkommen halten. Bei alledem denken wir aber auch: Kreativität und Intuition sind ebenso (wie bei gutem Unterricht) wichtige Faktoren und zeichnen letztlich auch die Qualität guter App-Entwickler/-innen (wie auch guter Lehrpersonen) aus.

Literatur:

Etzold, H. (2022). *Nim* (1.0) [App]. https://apps.apple.com/de/app/nim/id1590325148

Etzold, H. & Krauthausen, G. (2022). *Nim-Spiel – Handreichung für Lehrerinnen und Lehrer* (Version 1.0). https://heiko-etzold.github.io/nim-material/de/1.0

Heppell, S. (1993). Eyes on the horizon, feet on the ground. In C. Latchem, J. Williamson, & L. Henderson-Lancett (Hrsg.), *Interactive Multimedia. Practice and Promise* (S. 97–114). Kogan Page.

Krauthausen, G., & Etzold, H. (2022). Die elementare Version des Nim-Spiels als App – Eine digitale Experimentierumgebung. *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik* (113), 8–13.

Krauthausen, G., Michalik, K., Krieger, C., Jastrow, F., Metzler, C., Pilgrim, A., Schwedler-Diesener, A., & Thumel, M. (Hrsg.). (2020). *Tablets im Grundschulunterricht. Fachliches Lernen, Medienpädagogik und informatorische Bildung*. Schneider.

Krauthausen, G., & Scherer, P. (2022). *Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht – Konzepte und Praxisbeispiele aus der Grundschule* (4. Aufl.). Kallmeyer.

Wahl, D. (1991). *Handeln unter Druck. Der weite Weg vom Wissen zum Handeln bei Lehrern, Hochschullehrern und Erwachsenenbildnern*. Deutscher Studien Verlag.

Walter, D. (2022). Durchblick im App-Dschungel. *Mathematik differenziert* (3), 6–8.

Walter, D., & Rink, R. (2021). Tablet-Apps zwischen K. O. Und O. K. In A. Pilgrim, M. Nolte, & T. Huhmann (Hrsg.), *Mathematiktreiben mit Grundschulkindern – Konzepte statt Rezepte* (S. 183–195). WTM.

Wittmann, E. C. (2015). Strukturgenetische didaktische Analysen – empirische Forschung „erster Art“. *mathematica didactica*, 239–255. http://www.mathematica-didactica.com/altejahrgaenge/md_2015/md_2015_Wittmann_Stoffdidaktik.pdf

Hock, Natalie

Universität Erfurt, natalie.hock@uni-erfurt.de

Was kennzeichnet einen guten Distanzunterricht in Mathematik?

Die Corona-Pandemie hatte enorme Einflüsse auf den Unterricht in Deutschlands Schulen. Schlagartig waren andere Unterrichtsformen notwendig. Angesichts dieser Umstände stellt sich die Frage, was einen guten Distanzunterricht in Mathematik kennzeichnet. Auf Grundlage der Überlegungen und Befunde diverser Forschender werden im Artikel Qualitätsmerkmale des Distanzunterrichtes aufgezeigt und auf deren praktische Umsetzung im Mathematikunterricht eingegangen.

1. Einleitung

Ein Rückblick auf die vergangenen zwei Jahre zeigt einen Unterricht an Deutschlands allgemeinbildenden Schulen, wie wir ihn zuvor noch nie erlebt hatten. Der normale Präsenzunterricht im Schulgebäude war ausgesetzt worden. Lehrkräfte versuchten trotz dieser bisher einmaligen Situation, die Schülerinnen und Schüler kompetenzorientiert und lernförderlich zu unterrichten, indem sich die Lernenden zu Hause – größtenteils selbstständig und vor allem räumlich isoliert voneinander – mit mathematischen Inhalten auseinandersetzten.

Alle Bürgerinnen und Bürger in Deutschland haben die Hoffnung, dass Schulschließungen, wie wir sie während der Corona-Pandemie erlebten, nie wieder vorkommen. Um auf ähnliche Situationen in der Zukunft vorbereitet zu sein, sollten wir uns dennoch – gerade aus Forschungsperspektive – mit der Thematik „guter Distanzunterricht" auseinandersetzen, weshalb in diesem Artikel auf den Distanzunterricht in Mathematik näher eingegangen wird.

Im 2. Kapitel des Artikels werden zunächst der Begriff Distanzunterricht sowie sinnvolle Rahmenbedingungen erläutert. Anschließend werden im 3. Kapitel denkbare Qualitätsmerkmale des Distanzunterrichtes unter Berücksichtigung von Forschungsbefunden dargestellt. Hierbei wird explizit auf den Mathematikunterricht eingegangen. Diese Qualitätsmerkmale berücksichtigte ich in meinem eigenen Distanzunterricht, wobei im 4. Kapitel resultierende Erfahrungen dargestellt werden. Zuletzt wird ein Fazit aus den theoretischen und praktischen Erkenntnissen gezogen und ein Ausblick auf die Realisierung von gutem Distanzunterricht in Mathematik gegeben.

2. Distanzunterricht und sinnvolle Rahmenbedingungen

Nach dem Ministerium für Schule und Bildung des Bundeslandes Nordrhein-Westfalen (2020, S. 37) ist Distanzunterricht ein „Unterricht mit räumlicher Distanz, der in engem und planvollem Austausch zwischen Lehrenden und Lernenden stattfindet". Vor allem umgangssprachlich wird oftmals alternativ der Begriff „Homeschooling" verwendet, was jedoch inhaltlich nicht korrekt ist, denn hierbei erfolgt die Beschulung ohne Beteiligung von Schulen (Ministerium für Schule und Bildung des Landes Nordrhein-Westfalen, 2020, S. 5). Laut Meyer (2020) hat sich die Bedeutung des Begriffes Homeschooling seit der Corona-Pandemie allerdings verändert und stellt eine „Variante individualisierenden Unterrichts [dar], bei der das gemeinsame Arbeiten in der Klasse zeitlich befristet aufgehoben und durch Hausarbeit ersetzt wird, die mit digitalen und analogen Unterrichtsmedien unterstützt wird", weshalb eine synonyme Verwendung denkbar ist.

Zur Gestaltung eines lernförderlichen Distanzunterrichtes ist es sinnvoll, bereits vor dem Eintreten gewisse Rahmenbedingungen sicherzustellen, auf die im Folgenden exemplarisch näher eingegangen wird (Landesinstitut für Schule und Medien Berlin-Brandenburg, 2021, S. 10 ff.; Ministerium für Schule und Bildung des Landes Nordrhein-Westfalen, 2020, S. 7).

- Die Lehrkraft sollte frühzeitig die digitale Ausstattung sowie die Lernbedingungen in der häuslichen Umgebung der Lernenden erfassen.

- Für die Lernenden mit nicht ausreichenden Lernbedingungen sollten Alternativen gefunden werden, wie z. B. eine Notbetreuung in der Schule, eine Versorgung mit digitalen Endgeräten als Leihgerät oder auch ein analoger Transfer des Lehrmaterials.

- Außerdem sollten Lernplattformen im Präsenzunterricht eingeführt werden, damit eine adäquate Anwendung im Distanzunterricht ohne Anleitung und Betreuung einer Lehrkraft möglich ist.

3. Qualitätsmerkmale des Distanzunterrichtes

Helm et al. (2021) veröffentlichen ein Review, in dem sie 97 Online-Befragungen zur Schulsituation und zum Lehren und Lernen während der Corona-Pandemie zusammenfassten. Hierbei gehen sie davon aus, dass es sich bei den vier Merkmalen

- Echte Lernzeit sowie Klarheit und Struktur
- Kognitive Aktivierung
- Individuelle Lernunterstützung
- Unterstützung der Eltern durch Schule und Lehrkräfte

um Qualitätsmerkmale des Distanzunterrichtes handelt, wobei die drei erstgenannten ebenso in Meyers „10 Merkmalen guten Unterrichts" erkennbar sind (Meyer, 2021, S. 23). Auf alle vier Merkmale wird nun, unter Berücksichtigung empirischer Ergebnisse, in den folgenden Abschnitten konkreter eingegangen.

3.1 Echte Lernzeit sowie Struktur & Klarheit

„Die echte Lernzeit […] ist die vom Schüler tatsächlich aufgewendete Zeit für das Erreichen der angestrebten Ziele" (Meyer, 2021, S. 40). Um eine echte Lernzeit bei den Lernenden im Distanzunterricht zu erzielen, ist es zunächst erstmal notwendig, mit den Schülerinnen und Schülern in Kontakt zu treten und sich regelmäßig auszutauschen (Helm et al., 2021, S. 277). Neben dem persönlichen Kontakt hat aber auch die Übermittlung von Lernmaterialien eine hohe Bedeutung für das Erreichen einer echten Lernzeit. Ferner kann es zur Steigerung dieser durch die Durchführung digital unterstützten Unterrichts kommen, beispielsweise durch den Einsatz von Videokonferenzen und Erklärvideos (Helm et al., 2021, S. 279). Ein Blick auf die Ergebnisse von Drijvers et al. (2021, S. 44) zeigt, dass der Einsatz von Videokonferenzsystemen im Mathematikunterricht in Deutschland während des ersten Lockdowns stark anstieg und Mathematiklehrkräfte auch vermehrt (selbsterstellte) Erklärvideos benutzten.

Außerdem sind sowohl Struktur als auch Klarheit wichtige Voraussetzungen für effektives und sinnvolles Lernen. Dies kann durch übersichtliche und verständliche Arbeitsaufträge, klar kommunizierte Aufgabenvergaben und -abgaben sowie Lernpläne in Form von Tages- und Wochenplänen realisiert werden (Helm et al., 2021, S. 280; Klieme, 2020, S. 126). Sowohl in Eltern- als auch in Schülerbefragungen wird laut Helm et al. (2021, S. 280 f.) häufig von klaren, verständlichen Arbeitsaufträgen berichtet. Zudem sollten Regeln und Rituale, wie z. B. regelmäßige Gesprächs- und Abgabetermine, etabliert und eingehalten werden (Zierer, 2020, S. 40).

3.2 Kognitive Aktivierung

Eine motivierende Wissensvermittlung gilt allgemein als verständnisförderlich (Helm et al., 2021, S. 280). Aus fachdidaktischer Perspektive sollte ein guter Mathematikunterricht neben den prozeduralen Basisfähigkeiten, also der Durchführung von Verfahren bzw. Kalkülen, u. a. verstehensorientiert sein und die Kompetenzentwicklung bzgl. des Problemlösens, Modellierens und Argumentierens ermöglichen (Drijvers et al., 2021, S. 38). Die Befunde von Drijvers et al. (2021, S. 48 f.) zeigen, dass Mathematiklehrkräfte in Deutschland während des Distanzunterrichtes zwar bereits bekannte Themen wiederholen und üben, aber auch neue Thematiken unterrichten. Hierbei stehen sowohl die Anwendung von Verfahren als auch das mathematische Verständnis im Fokus.

Wie im regulären Präsenzunterricht sollten neben Aufgaben zum Reproduzieren (Anforderungsbereich I) auch Aufgaben Berücksichtigung finden, in denen Zusammenhänge hergestellt und zudem komplexe sowie unbekannte Sachverhalte bearbeitet werden (Anforderungsbereiche II und III). Laut Barlovits et al. (2021, S. 7 f.) wählen Mathematiklehrkräfte Aufgaben für den Distanzunterricht nach pragmatischen-, didaktisch-methodischen- und Bearbeitungskriterien aus, wobei bzgl. des pragmatischen Kriteriums die thematische Passung zum Fachlehrplan sowie die Verfügbarkeit des Materials im Fokus stehen. Die didaktisch-methodische Perspektive verdeutlicht das Niveau der gewählten Aufgaben, denn es kommen vor allem solche zum Einsatz, die durch Reproduktion und Standardverfahren bearbeitet werden können, verständlich sind und einen nicht zu hohen Schwierig-

keitsgrad aufweisen. Zudem werden die Aufgaben so gewählt, dass sie eine Selbstkontrolle sowie optionale Hinweise berücksichtigen und möglichst selbstständig bearbeitet werden können. „Zusammenfassend kann also von einer Fokussierung auf das grundlegende Anforderungsniveau – bedingt durch die Notwendigkeit des selbständigen [sic!] und autonomen Arbeitens in der Homeschooling-Situation – gesprochen werden" (Barlovits et al., 2021, S. 8). Dies geht mit den Befunden von Drijvers et al. (2021, S. 48 f.) einher, denn das Argumentieren und Modellieren, was oftmals mit einer erhöhten Anforderung an die Lernenden sowie unbekannten Sachverhalten einhergeht, nimmt laut Selbsteinschätzung der befragten Mathematiklehrkräfte eher eine untergeordnete Rolle in ihrem Distanzunterricht ein.
Um Lernende kognitiv zu aktivieren, wird von Kunter und Voss (2013, S. 101 f.) auch das kooperative Lernen als lernförderlich angesehen. Dies kann im Distanzunterricht durch den Einsatz von Online-Diskussionen oder Breakout-Sessions angeregt werden. Abschließend ist auch die Verfügbarkeit der Lehrperson für Fragen ein weiteres Kriterium, um kognitiv aktivierenden Unterricht zu gestalten (Helm et al., 2021, S. 281).

3.3 Individuelle Lernunterstützung

Die individuelle Lernunterstützung ist durch ein positives Lehrkraft-Lernenden-Verhältnis und eine individuelle Betreuung der Lernenden gekennzeichnet, bei der es zum regelmäßigen Austausch zu vereinbarten Zeitpunkten beispielsweise über Chats oder Konferenzsysteme kommen sollte. Zudem können sich auch die Lernenden gegenseitig durch festgelegte Lern-Tandems beim Lernen unterstützen (Barzel & Abshagen, o. D., S. 11; Helm et al., 2021, S. 283; Zierer, 2020, S. 38 f.). Außerdem sind Differenzierung (durch Aufgaben) sowie Individualisierung als prinzipielle Lernunterstützung elementar, denn vor allem leistungsschwächere Lernende benötigen auch im Distanzunterricht individuelle Hilfen (Helm et al., 2021, S. 284 f.; Meyer, 2020). Im Mathematikunterricht können die Lernenden durch die Verwendung digitaler Medien, wie mathematische Apps und CAS unterstützt werden, denn sie bieten die Möglichkeit zur individuellen Kontrolle, aber auch zur Verstehensförderung durch Anschaulichkeit bzw. Visualisierung. Außerdem hat das Feedback eine bedeutende Rolle für die individuelle Lernunterstützung, denn die Lernenden erhalten nun eine Einschätzung bzgl. ihres aktuellen (inhaltsbezogenen) Lernstandes und weiterer Entwicklungspotentiale. Die Sichtweisen auf Feedback fallen allerdings unterschiedlich aus: Die meisten Lernenden geben an, von der Lehrkraft Feedback erhalten zu haben, was auch mit den Angaben der Lehrkräfte einhergeht. Die Befunde bzgl. der Wahrnehmung der Erziehungsberechtigten weichen davon ab und sind generell heterogen. Insgesamt sind mehr Eltern der Ansicht, dass ihr Kind kein Feedback erhalten hat (Helm et al., 2021, S. 286).

Im Mathematikunterricht sind bzgl. der Ergebnissicherung und des Feedbacks unterschiedliche Wege denkbar. Neben der Kontrolle und Rückmeldung durch die Lehrkraft könnten die Lernenden beispielsweise ihre Ergebnisse auch mit einem

Lösungsblatt kontrollieren, in einem Forum eintragen oder sie im Rahmen von Videokonferenzen vergleichen (Barzel & Abshagen, o. D., S. 22).

3.4 Unterstützung der Eltern durch Schule und Lehrkräfte

„Was muss ich bei der Aufgabe machen? Ist mein Zwischenergebnis richtig?“ – auch wenn Aufgabenstellungen eindeutig und verständlich formuliert sind, übernehmen Eltern während des Distanzunterrichtes zentrale Funktionen einer Lehrkraft, wodurch dessen Wirksamkeit stark abhängig ist vom Ausmaß und der Qualität der elterlichen Unterstützung. Aus diesem Grund ist es sinnvoll, Eltern ein Unterstützungs- und Informationsangebot zur Verfügung zu stellen (Helm et al., 2021, S. 287). In der Erhebung von Andresen et al. (2020, S. 17) wird deutlich, dass die befragten Eltern eher unzufrieden mit der Unterstützung durch die Lehrkräfte sind. Angebracht ist es an dieser Stelle auch, als Lehrkraft möglichst transparent bei der Gestaltung des Distanzunterrichtes zu sein, um Missverständnisse und Unklarheiten beispielsweise bei Abgaben von Aufgabenbearbeitungen zu vermeiden. Die dargestellten Merkmale kennzeichnen vermutlich die Qualität eines Distanzunterrichtes. Ihre Berücksichtigung könnte dazu beitragen, einen effektiven und lernförderlichen Distanzunterricht in Mathematik zu gestalten.

4. Eigene Erfahrungen im Distanzunterricht in Mathematik

Um eine Realisierung der Qualitätsmerkmale in meinem eigenen Distanzunterricht zu erreichen, habe ich Präsentationen entwickelt, die im 1. Abschnitt zunächst detaillierter dargestellt und im 2. Abschnitt auf Grundlage der beschriebenen Qualitätsmerkmale analysiert werden. Deren Einsatz wurde von Befragungen begleitet, welche im 3. Abschnitt exemplarisch vorgestellt werden. Im Anschluss werden ausgewählte Ergebnisse der Befragung präsentiert und diskutiert.

4.1 Darstellung der Präsentationen

Präsentationen stellen einen Baustein eines qualitativ hochwertigen und lernförderlichen Distanzunterricht dar, in dem beispielsweise auch regelmäßige Videokonferenzen für eine positive Lehrkraft-Lernenden-Beziehung, Feedback an die Lernenden und die Unterstützung der Eltern unerlässlich sind. Die entwickelten Präsentationen veranschaulichen den Ablauf einer Präsenz-Unterrichtseinheit und ermöglichen dadurch der Lehrkraft die Realisierung der Unterrichtsphasen: Anknüpfen an Vorerfahrungen und Interessen, Erkunden, Systematisieren und Sichern sowie Vertiefen (Prediger et al., 2013, S. 44). In der Abbildung 1 sind beispielhaft die Präsentationsfolien zur Einführung der Addition von gleichnamigen Brüchen in Klasse 5 dargestellt. Ein Ausdrucken ist nicht zwangsläufig notwendig, denn die Präsentationen können im pdf-Format auf allen technischen Geräten – einschließlich Smartphone – abgespielt werden.

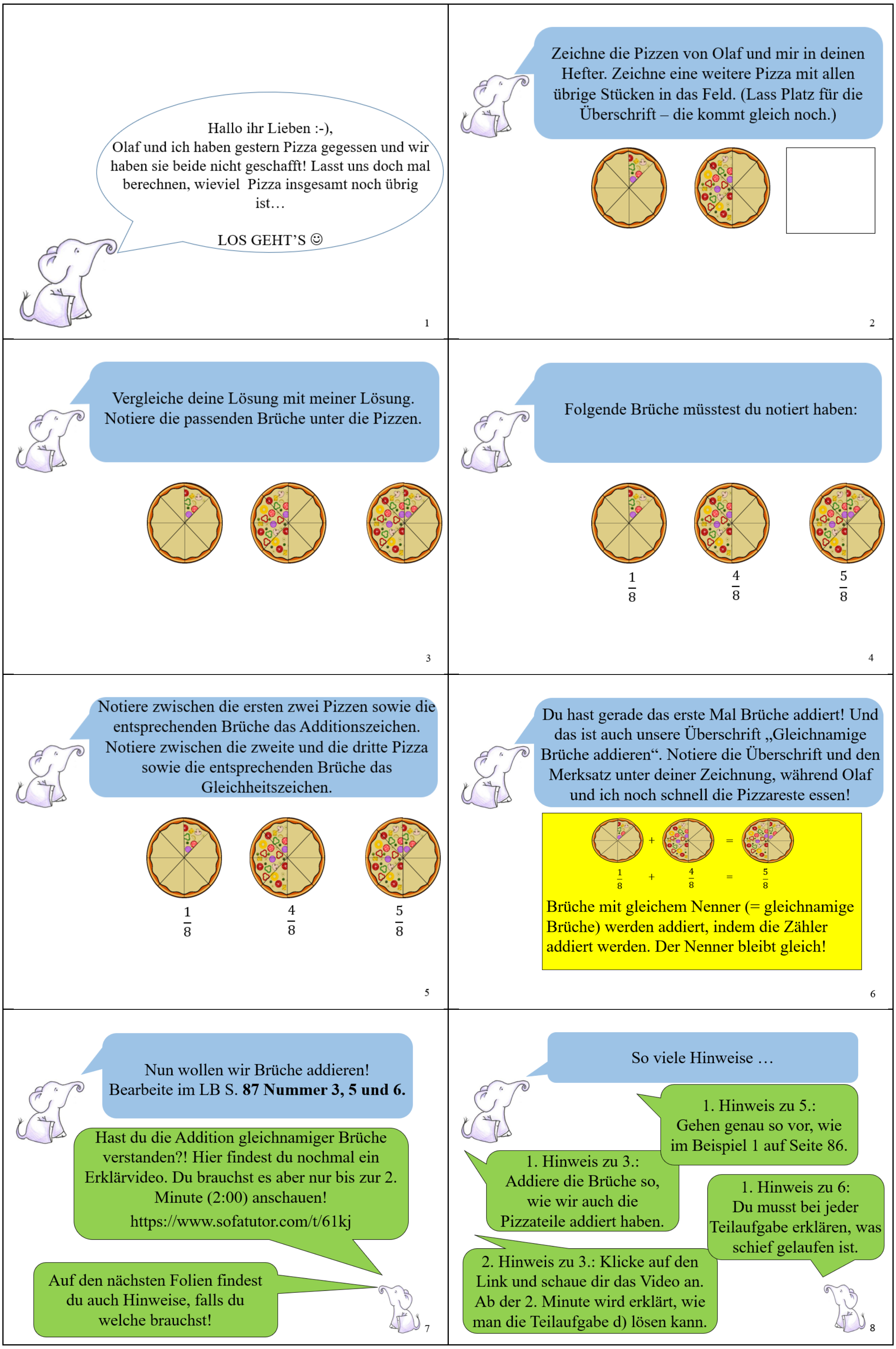


Abbildung 1: Präsentationen in Klasse 5 (Grafiken Pizzastücke aus Kreativ lernen (2019), Elefant aus Borromeo Ferri, Hock & Mehlfärber (2022, S. 110))

Zunächst wird an Vorerfahrungen angeknüpft, denn die Lernenden sind bereits in der Lage, die ikonische und symbolische Darstellung von Brüchen zu verbinden (siehe Folie 1 bis 4). Eine Erkundung und entsprechende Systematisierung finden hier nicht statt, allerdings könnte rückblickend durch eine stärker induktive oder konstruktive Vorgehensweise eine Erkundungsphase eingebettet werden. Das Wissen zum Addieren von gemeinen Brüchen wird jedoch gesichert (siehe Folie 6) und dann vertieft (siehe Folie 7). Auf der Folie 8 befinden sich entsprechende Hinweise für die Aufgabenbearbeitung. Alternativ könnten die einzelnen Hinweise bzw. gestuften Hilfen auch auf verschiedenen Folien notiert werden, wodurch die Lernenden lediglich auf die Hilfe zurückgreifen, die sie auch tatsächlich benötigen, ein entscheidender Vorteil gegenüber einem Arbeitsblatt im Hinblick auf eine Differenzierung. Sinnvoll ist auch die Vertonung von Präsentationen, denn durch die mündlichen Erläuterungen lassen sich beispielsweise noch differenziertere und umfangreichere Hilfestellungen zu den Übungsaufgaben formulieren.

4.2 Analyse der Präsentationen

In diesem Abschnitt werden nun die erläuterten Qualitätsmerkmale auf die Präsentationen bezogen. Durch den Einsatz der Präsentationen im Mathematikunterricht lässt sich eine echte Lernzeit realisieren, denn sie können auf jedem technischen Gerät abgespielt werden. Allerdings müssen die Lernenden dieses Format erst kennenlernen und einüben, um mit Besonderheiten, wie „die Lösung der Aufgabe steht auf der nächsten Folie", umgehen zu können.

Eine kognitive Aktivierung der Lernenden ist denkbar. Neben prozeduralem Wissen kann auch konzeptuelles Wissen bzw. die entsprechenden Kompetenzen herausgebildet werden. Ferner ist ein verstehensorientierter Unterricht möglich. Erkundungsphasen lassen sich in den Präsentationen integrieren, aber eine selbstständige Systematisierung sowie der Übergang zur Sicherung ohne Lehrkraft ist kaum denkbar, wodurch die Notwendigkeit von Videokonferenzen deutlich wird. Darüber hinaus können durch gezielte Hilfestellungen neben Aufgaben zum Reproduzieren auch Aufgaben eingesetzt werden, in denen die Lernenden Zusammenhänge herstellen, verallgemeinern und reflektieren, wodurch auch eine Entwicklung der prozessbezogenen Kompetenzen des Modellierens, Problemlösens und des Argumentierens möglich ist. Dennoch ist weder ein kooperatives Lernen noch ein Austausch im Plenum denkbar. Zwar erlaubt das Präsentationsformat eine Differenzierung im Unterricht und somit eine individuelle Lernunterstützung, aber zu einer Förderung der Beziehungsarbeit zwischen Lernenden bzw. zwischen Lehrkraft und Lernenden trägt es nicht explizit bei. Auch das Feedback kann nur berücksichtigt werden, indem beispielsweise einzelne (eingereichte) Lösungen für alle Lernenden integriert und erläutert werden. Positiv ist noch hervorzuheben, dass dieses Format die Selbstständigkeit der Schülerinnen und Schüler fördert, denn durch die kleinschrittige Vorgehensweise und zusätzliche Hilfen können sie die Aufgaben weitestgehend eigenständig bearbeiten.

Die Unterstützung der Eltern wird durch das Präsentationsformat nur indirekt berücksichtigt. Ein Elternbrief ist sinnvoll, um dieses besondere Format zu erläutern. Die vorangegangenen Analysen zeigen, dass zu einem erfolgreichen Distanzunterricht noch weitere „Bausteine“, wie in Abschnitt 4.1 dargestellt, notwendig sind.

4.3 Befragungen im Distanzunterricht

Während des Distanzunterrichtes im 2. Lockdown arbeiteten meine Lernenden fast zwei Monate mit Präsentationen im Mathematikunterricht. In Klasse 5 erlangten sie u. a. konzeptuelles sowie prozedurales Wissen zur Thematik „Gemeine Brüche“, wobei vor allem das Erweitern und Kürzen, Vergleichen und Ordnen sowie Addieren und Subtrahieren gleichnamiger Brüche im Fokus stand. In Klasse 10 setzten sich die Lernenden u. a. intensiv mit Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten auseinander und beschrieben die Graphen sowie die Eigenschaften dieser Funktionsklasse, was eher konzeptuellem Wissen entspricht.

In dieser Zeit führte ich in meinen Klassen eine einmalige Befragung u. a. zur Erhebung der intrinsischen Lernmotivation der Lernenden und des Verständnisses der Unterrichtsinhalte durch die Präsentationen durch. Der Fragebogen wurde den Lernenden über die Lernplattform Moodle zur Verfügung gestellt und durchgeführt. Zur Erhebung beider Konstrukte kamen jeweils drei Items zum Einsatz. Die Items zur intrinsischen Lernmotivation entstanden in Anlehnung an die Items von Seidel, Rimmele und Dalehefte (2003, S. 363) und wurden bzgl. des Inhalts „Präsentationen und ihre Gestaltung“ lediglich adaptiert. Ein Item lautete beispielsweise: „Durch die Präsentation und ihre Gestaltung bekam ich Lust, mich mit den Unterrichtsinhalten zu beschäftigen.“ Die Items zur Erhebung des Verständnisses entstanden in Anlehnung an die in der PISA-Studie eingesetzten Items zur Erhebung des selbsteingeschätzten Verständnisses und wurden in Abhängigkeit vom Unterrichtsinhalt entsprechend angepasst (Kunter et al., 2002, S. 126). In der 5. Klasse lautete beispielsweise ein entsprechendes Item: „Ich habe den Lernstoff zu den Brüchen im Distanzunterricht gut verstanden.“. Sowohl die Motivation als auch das Verständnis der Unterrichtsinhalte wurden durch eine 4-stufige Ratingskala mit den Abstufungen trifft nicht zu (1), trifft eher nicht zu (2), trifft eher zu (3) und trifft zu (4) erhoben. Diese Items wurden in den Klassen 5 und 10 im Mathematikunterricht eingesetzt, wobei in Klasse 5 23 von 25 Lernenden und in Klasse 10 14 von 22 Lernenden an der Befragung teilnahmen.

4.4 Ergebnisse der Befragung im Distanzunterricht

Im Diagramm in Abbildung 2 werden die Ergebnisse der Befragung deskriptiv in Form von Mittelwert (= MW) und Standardabweichung (= SD) dargestellt. Hierbei wird deutlich, dass zum einen sowohl die Lernenden in Klasse 5 als auch in Klasse 10 durch die Präsentationen motiviert wurden, sich mit den mathematischen Inhalten auseinanderzusetzen, wobei die Motivation in Klasse 5 noch ausgeprägter war als in Klasse 10. Zum anderen haben die Lernenden in beiden Klassen die Unterrichtsinhalte laut eigener Einschätzung durch das Präsentationsformat verstanden, was ein Indiz für die Verständnisförderlichkeit der Präsentation sein kann.

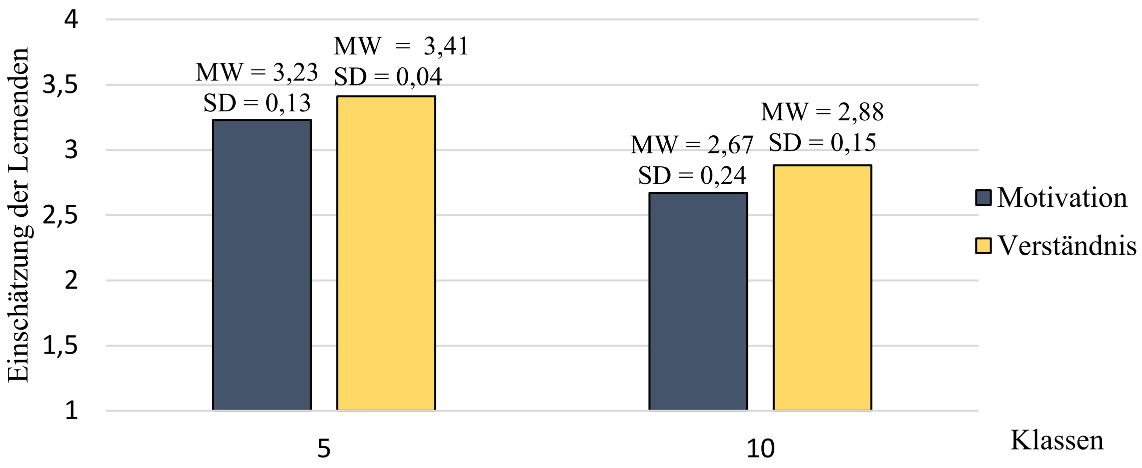


Abbildung 2: Deskriptive Darstellung der Konstrukte Motivation und Verständnis

5. Fazit

Die Qualitätsmerkmale des Distanzunterrichtes, das ausführlich dargestellte Format „Präsentationen“ und die entsprechenden Befunde zur „intrinsischen Lernmotivation der Lernenden“ sowie zum „Verständnis der Unterrichtsinhalte“ geben ein erstes Indiz, dass es möglich sein kann, einen qualitativ hochwertigen Distanzunterricht in Mathematik zu gestalten. Allerdings beziehen sich diese bisherigen Erläuterungen auf Komponenten, die eine Lehrkraft beeinflussen kann. Neben diesen müssen beispielsweise auch die technischen Voraussetzungen, wie eine stabile Internetverbindung, in den Haushalten vorhanden sein und die Lernenden müssen zudem auch gewillt sein, sich selbstständig und kontinuierlich mit den Unterrichtsmaterialien auseinanderzusetzen. Schließlich besitzen auch die Eltern eine herausragende Bedeutung im Distanzunterricht, denn als Vorbild, Erzieher und Motivator müssen sie ihrem Kind die Notwendigkeit schulischer Bildung aufzeigen.

Unter Berücksichtigung all dieser Kriterien kann uns auch in der Zukunft bei ähnlichen Szenarien eine zufriedenstellende Realisierung des Bildungsauftrages gelingen. So ist auch denkbar, dem Lehrkräftemangel in bestimmten Fächern durch Distanzunterricht zu begegnen.

Literatur:

Andresen, S., Lips, A., Möller, R., Rusack, T., Schroer, W., Thomas, S. & Wilmes, J. (2020). *Kinder, Eltern und ihre Erfahrungen während der Corona-Pandemie.* Universitätsverlag Hildesheim. https://doi.org/10.18442/121

Barlovits, S., Jablonski, S. & Ludwig, M. (2021). "Die Motivation war ein sinkendes Schiff" - Lernen und Lehren im Homeschooling. *GDM-Mitteilungen*, (110), 6–10.

Barzel, B. & Abshagen, M. (o. D.). *Mathematik lernen und lehren – „in distance“. Kognitiv aktivieren – Lernen digital begleiten.* Abgerufen am 30.04.2022, von https://fachportal.lernnetz.de/files/Inhalte%20der%20Unterrichtsf%C3%A4cher/Mathematik/oberste%20Ebene/%23distancelearning/Webinar_Corona_2020-03-27.pdf

Borromeo Ferri, R., Hock, N. & Mehlfärber, T. (2022). Fehlerdiagnostische Interviews für mathematische Inhalte der Sekundarstufen. Prozentrechnung. Books on Demand.

Drijvers, P., Thurm, D., Vandervieren, E., Klinger, M. Moons, F., van der Ree, H., Mol, A., Barzel, B. & Doorman, M. (2021). Distance mathematics teaching in Flanders, Germany, and the Netherlands during COVID-19 lockdown, *Educational Studies in Mathematics*. 108, 35–64. https://doi.org/10.1007/s10649-021-10094-5

Helm, C., Huber, S. & Loisinger, T. (2021). Was wissen wir über schulische Lehr-Lern-Prozesse im Distanzunterricht während der Corona-Pandemie? – Evidenz aus Deutschland, Österreich und der Schweiz. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaften*, (24), 237–311. https://doi.org/10.1007/s11618-021-01000-z

Klieme, E. (2020). Guter Unterricht – auch und besonders unter Einschränkungen der Pandemie? In D. Fickermann & B. Edelstein (Hrsg.), *„Langsam vermisse ich die Schule ...“. Schule während und nach der Corona-Pandemie*. Waxmann. https://doi.org/10.31244/9783830992318

Kreativ lernen (2019, 24. März). Mathematik: Bruchrechnung mit Pizza Stücken – Cliparts. Abgerufen am 27.11.2022, von https://eduki.com/de/material/62960/mathematik-bruchrechnung-mit-pizza-stuecken-cliparts

Kunter, M., Schümer, G., Artelt, A., Baumert, J., Klieme, E., Neubrand, M., Prenzel. M., Schiefele, U., Schneider, W., Stanat, P., Tillmann, K.-J. & Weiß, M. (2002). *PISA 2000: Dokumentation der Erhebungsinstrumente*. Max-Planck-Institut.

Kunter, M. & Voss, T. (2013). The Model of Instructional Quality in COACTIV: A Multicriteria Analysis. In M. Kunter et al. (Eds.), *Cognitive Activation in the Mathematics Classroom and Professional Competence of Teachers. Results from the COACTIV Project* (S. 97–124). Springer.

Landesinstitut für Schule und Medien Berlin-Brandenburg (2021, 23. April). *Pädagogische Empfehlungen zum Lernen in Präsenz und Distanz. Wegweiser.* Abgerufen am 30.04.2022, von https://bildungsserver.berlin-brandenburg.de/fileadmin/bbb/Wegweiser-Lernen_in_Praesenz_und_Distanz-neu.pdf

Meyer, H. (2020, 27. April). *Didaktische Maßstäbe für Homeschooling in Corona-Zeiten*. Abgerufen am 30.04.2022, von https://www.cornelsen.de/magazin/beitraege/didaktische-massstaebe-homeschooling

Meyer, H. (2021). *Was ist guter Unterricht?*. Cornelsen.

Ministerium für Schule und Bildung des Landes Nordrhein-Westfalen. (2020). *Handreichung zur lernförderlichen Verknüpfung von Präsenz- und Distanzunterricht*. Abgerufen am 30.04.2022, von https://xn--broschren-v9a.nrw/fileadmin/Handreichung_zur_lernfoerderlichen_Verknuepfung/pdf/Handreichung-Distanzunterricht.pdf

Prediger, S., Leuders, T., Barzel, B. & Hußmann, S. (2013). Anknüpfen, Erkunden, Ordnen, Vertiefen – Ein Modell zur Strukturierung von Design und Unterrichtshandeln. *Beiträge zum Mathematikunterricht* (S. 769–772). WTM-Verlag.

Seidel, T., Rimmele, R. & Dalehefte, I. M. (2003). Skalendokumentation der Schülerfragebögen. In T. Seidel, M. Prenzel, R. Duit & M. Lehrke (Hrsg.), *Technischer Bericht zur Videostudie "Lehr-Lernprozesse im Physikunterricht"* (S. 317–386). IPN.

Zierer, K. (2020). *Herausforderung Home-Schooling. Theoretische Grundlagen und empirische Ergebnisse zum Fernunterricht.* Schneider Verlag Hohengehren.

Rudolf Hrach

hrach@gmx.net

Sätze am rechtwinkligen Dreieck mit dem 3D Druck

Satz des Pythagoras, Katheten- und Höhensatz sind Pflicht-Themen im Mathematik-Unterricht. Mit der 3D-Druck Technologie lassen sich nun Formen und Plättchen drucken, mit deren Hilfe man durch Verschieben die Flächen-Gleichheiten in den obigen Sätzen nachweisen kann.

1. Der Satz des Pythagoras

1.1 Zerlegungsbeweis

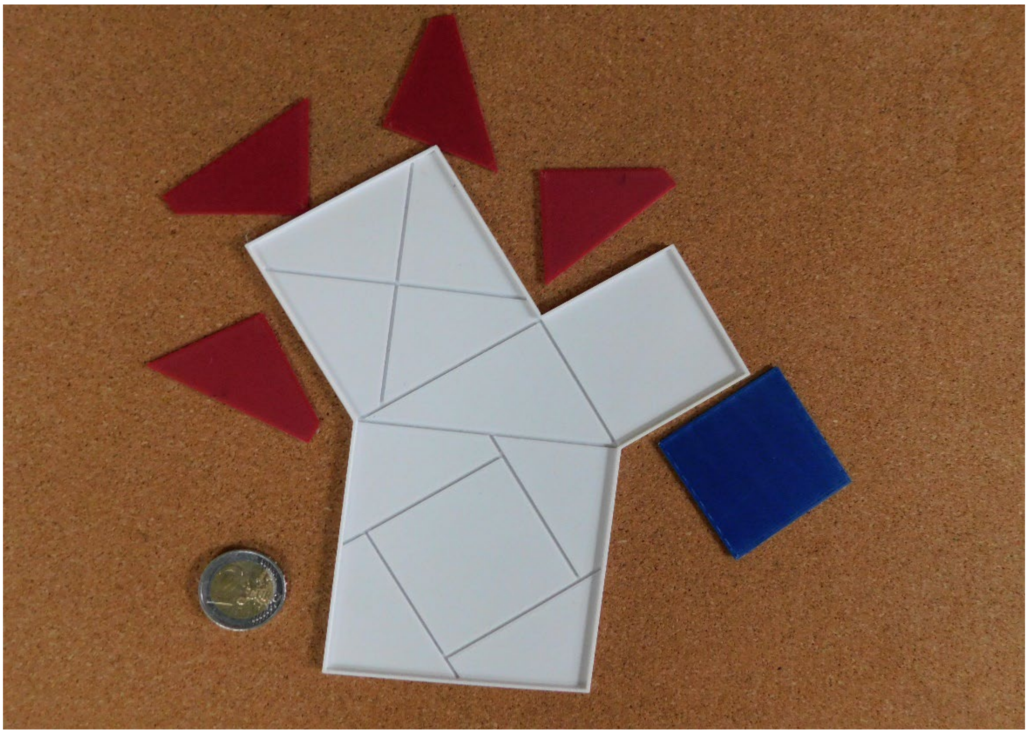


Abbildung 1: Basis-Form mit Plättchen

Zentral in allen Beweisen sind die weiß gedruckten Basis-Formen. In 1.1 bildet sie zum Beispiel die typische Pythagoras-Figur (Abb. 1). Die Seitenlängen betragen hier 5 cm, 4 cm und 3 cm. In allen Basis-Formen ist der Rand erhöht und verhindert somit ein Wegrutschen der Plättchen. Im Boden aller Basis-Formen befinden sich Rillen, die beim Einlegen der Plättchen helfen. Zudem liefern sie damit die Skizze für den mathematischen Beweis (Abb. 2). Man legt die Plättchen in die Katheten-Quadrate und verschiebt sie danach in das Hypotenusen-Quadrat.

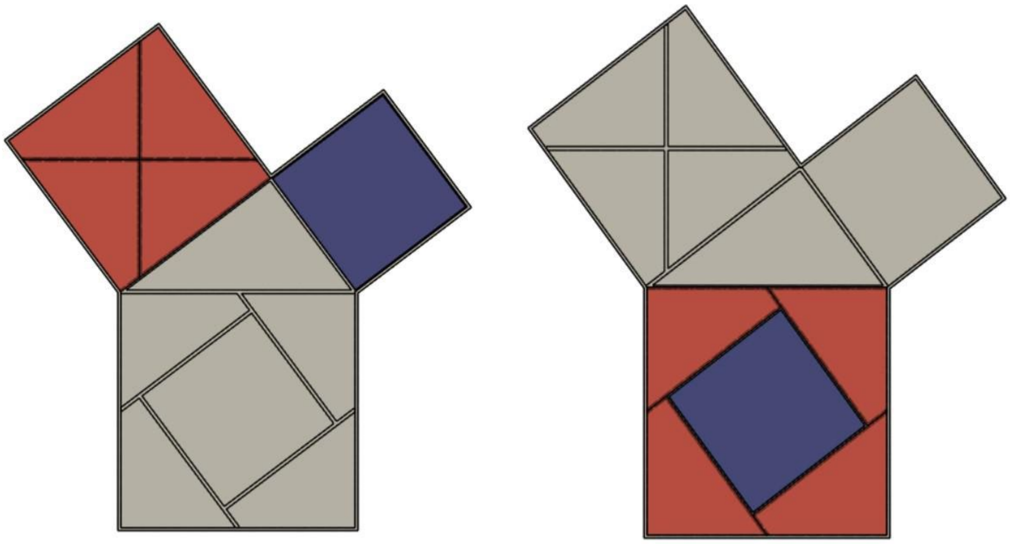


Abbildung 2: $a^2 + b^2$ (links); ergibt c^2 (rechts)

1.2 Zerlegungsbeweis (nach BHASKARA)

Der Beweis ergibt sich wie folgt: $c^2 = 4 * \frac{1}{2} a * b + (b - a)^2 = a^2 + b^2$

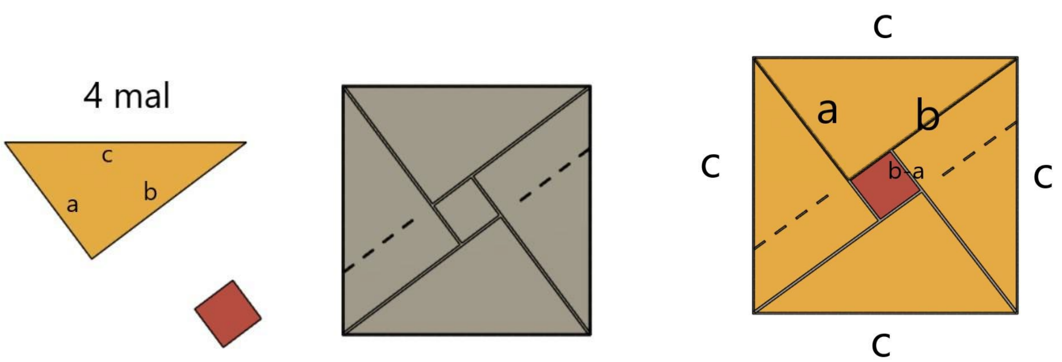


Abbildung 3: Vier Dreiecke und ein Quadrat mit Seite b-a (links) passen in ein Quadrat mit Seite c (rechts)

1.3 Zerlegungsbeweis (Stuhl der Braut)

Man nimmt die Plättchen aus 1.2, welche ja zusammen c^2 ergeben. Dann legt man sie in die leere Form. Nun erkennt man, dass die leere Basis-Form den Inhalt $a^2 + b^2$ hat (Abb. 4).

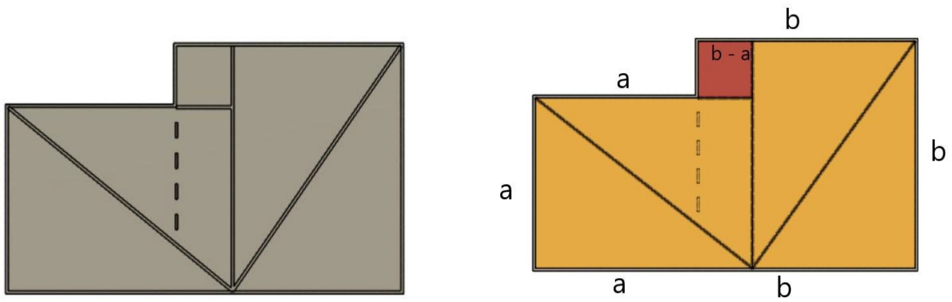


Abbildung 4: In die leere Basisform (links) passen die einzelnen Teile (rechts)

1.4 Zerlegungsbeweis (nach LEONARDO DA VINCI)

Die Idee des Beweises besteht darin, zwei zusätzliche Dreiecke in die Pythagoras-Figur einzupassen: oben zwischen die Katheten-Quadrate sowie unten auf dem Hypotenusen-quadrat (Abb. 5 und 6).

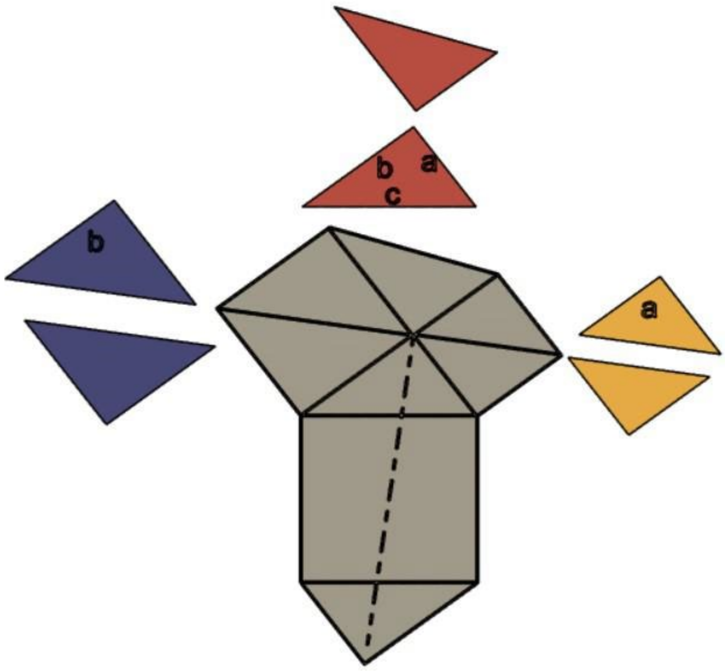


Abbildung 5: Basisform und Puzzleteile

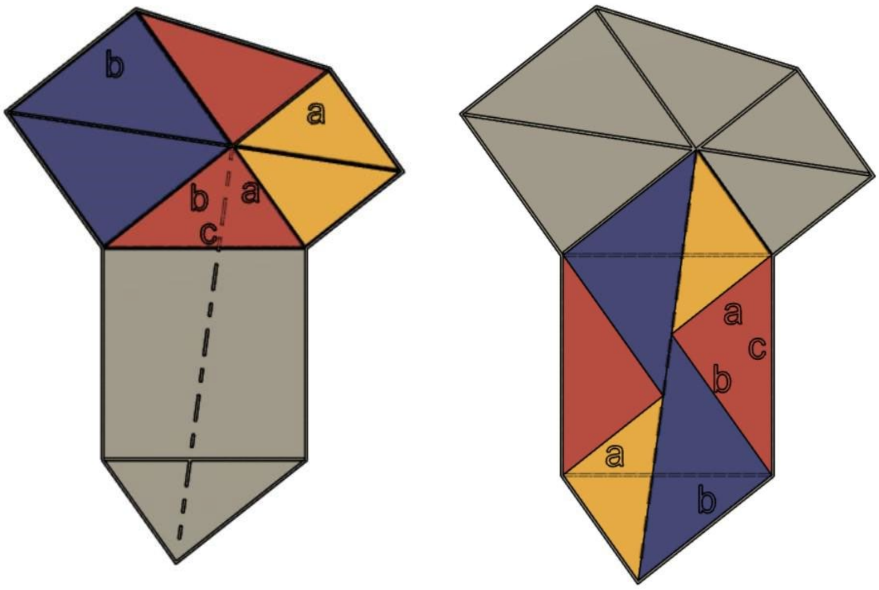


Abbildung 6: In die leere Basisform passen die Plättchen einmal oben (links) und einmal unten (rechts)

Es ergibt sich:

$a^2 + b^2 + 2 * \text{Dreieck}_{\text{rot}}$ (Abb. 6, links) entspricht $c^2 + 2 * \text{Dreieck}_{\text{blau/gelb}}$ (Abb. 6, rechts)

Da das rote Dreieck genau so groß ist wie das blau-gelbe, gilt:

$a^2 + b^2 = c^2$

1.5 Zerlegungsbeweis (nach GARFIELD)

Der Zerlegungsbeweis nach Garfield nutzt die Skizze in Abb. 7.

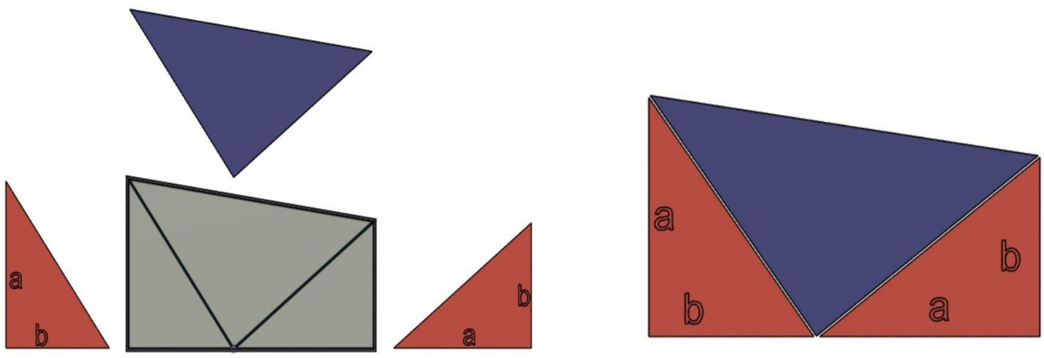


Abbildung 7: In die trapezförmige Basis-Form mit den parallelen Seiten a und b und der Höhe a + b (links) passen zwei Dreiecke und ein halbes Hypotenusen-Quadrat (rechts

Die dazugehörige Rechnung geht wie folgt. Benötigt wird die Flächenformel für das Trapez: Fläche = $(s_1 + s_2)/2 * h$

Trapez = $\frac{1}{2} * (a + b) * (a + b) = 2$ Dreiecke + ½ Hyp-Quadrat = $2 * \frac{1}{2} * a * b + \frac{1}{2} c^2$

1.6 Zerlegungsbeweis (indisch)

Die Rechnung zum indischen Beweis (siehe Zerlegung in Abb.8) lautet wie folgt:

c^2 + 4*Dreieck (Abb. 8, links) entspricht $a^2 + b^2$ + 4*Dreieck (Abb. 8, rechts)

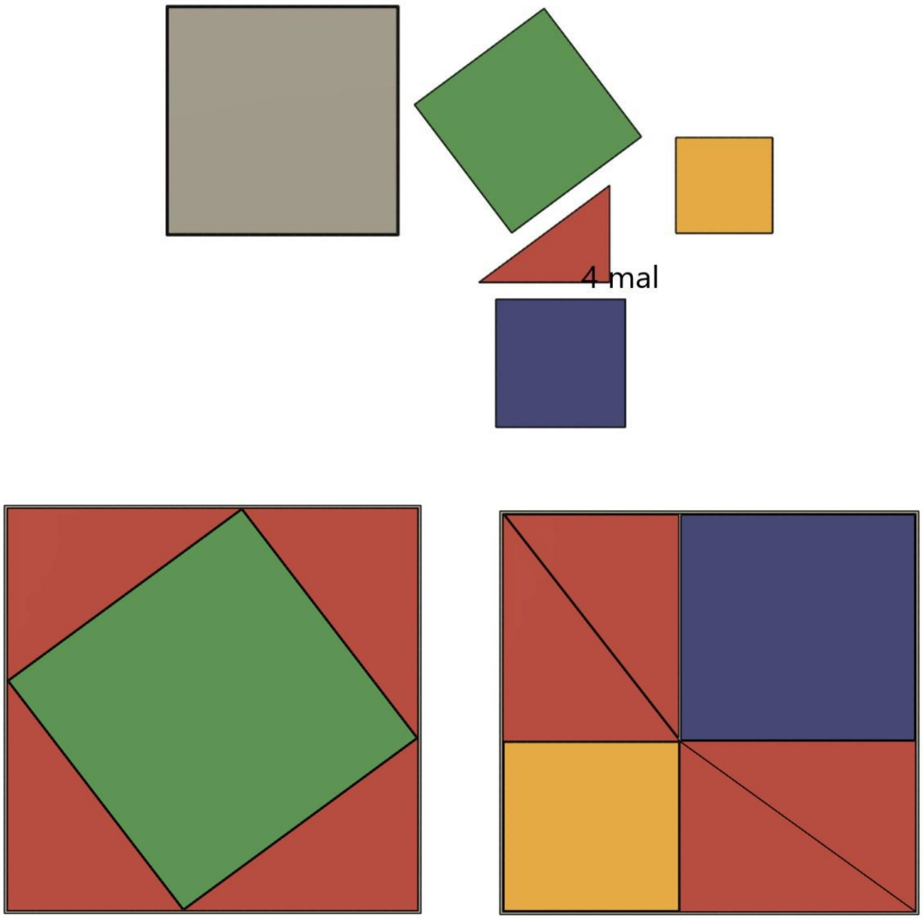


Abbildung 8: Vier Dreiecke und die Quadrate a^2, b^2 und c^2 (oben) lassen sich in die Basis-Form auf zwei unterschiedliche Arten einordnen (links und rechts)

2. Der Kathetensatz $a^2 = p * c$

Um Übersichtlichkeit zu gewinnen, werden die Teile aus Abb. 9 in die auf den ersten Blick unübersichtliche Basis-Form gelegt. Die Rillen helfen dabei. Das blaue Rechteck mit den Seiten p und c hat dabei keinen „natürlichen" Ort. Durch Messen kann man sich davon überzeugen, dass $a^2 = p*c$ gilt.

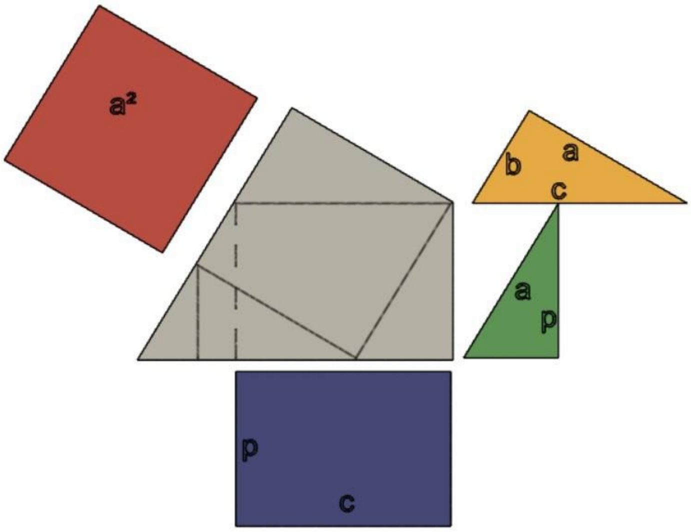


Abbildung 9: Die Teile für den Kathetensatz

Der Beweisprozess in Abbildung 10 zu sehen. Der Vergleich von Abb. 10 rechts und unten zeigt die Gültigkeit des Kathetensatzes $a^2 = p * c$.

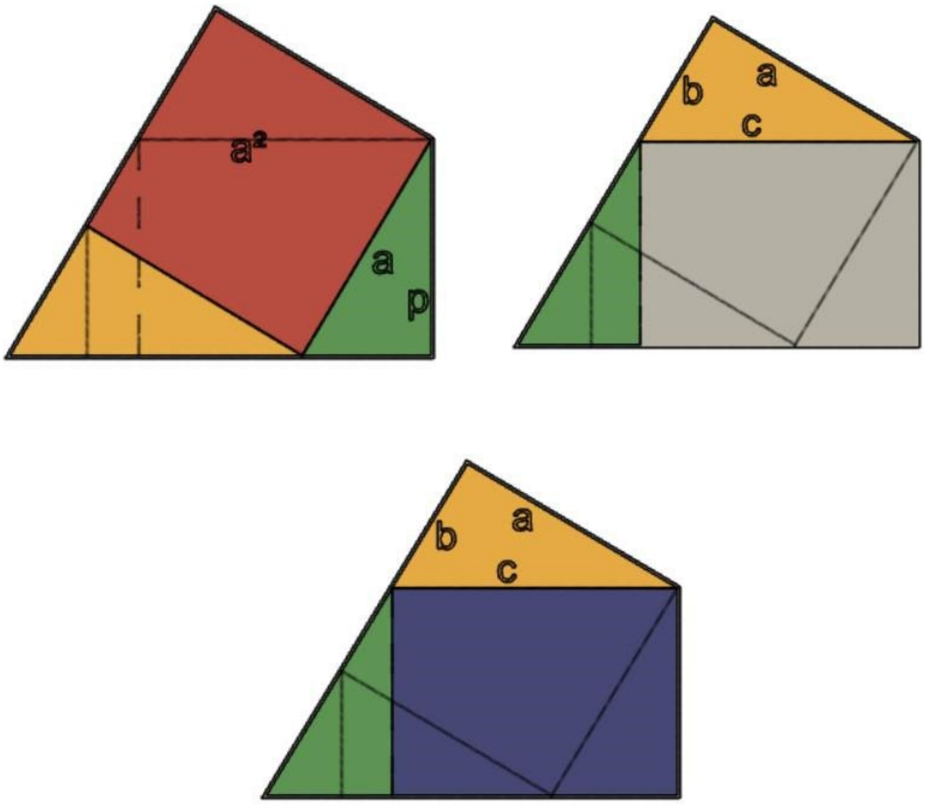


Abbildung 10: Die drei Teile befinden sich in der Basisform (links), a^2 wird weggenommen und die restlichen Teile werden verschoben (rechts), die Form wird mit dem Rechteck p*c ergänzt (unten)

3. Der Höhensatz $h^2 = p * q$

Um Übersichtlichkeit zu gewinnen, werden die Teile aus Abb. 11 in die Basis-Form gelegt. Die Rillen helfen dabei. Durch Messen kann man sich von der Gültigkeit des Höhensatzes überzeugen.

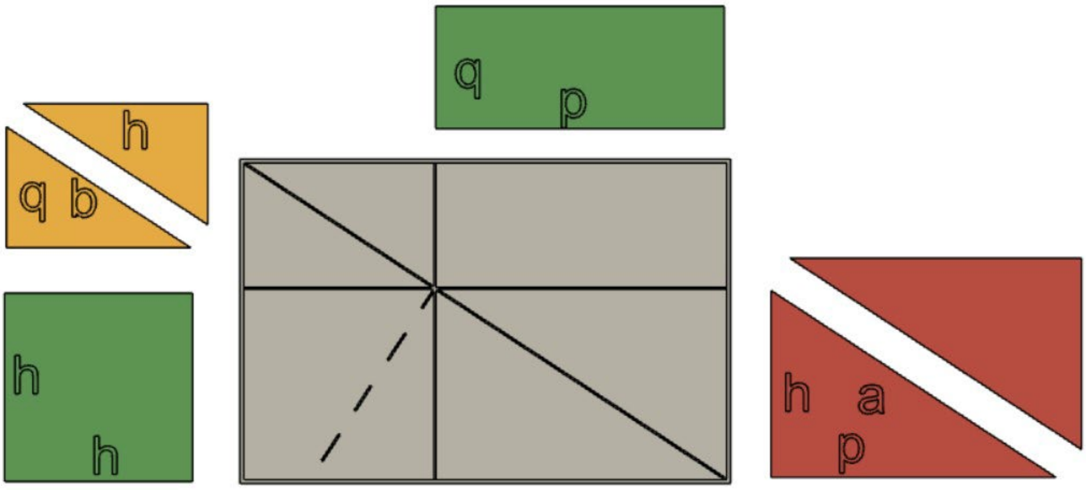


Abbildung 11: Die Teile für den Höhensatz

Die Diagonale in Abb. 12 teilt das Rechteck in 2 kongruente Dreiecke. Jedes Dreieck enthält ein rotes und gelbes Teil. Somit müssen die grünen Teile übereinstimmen.

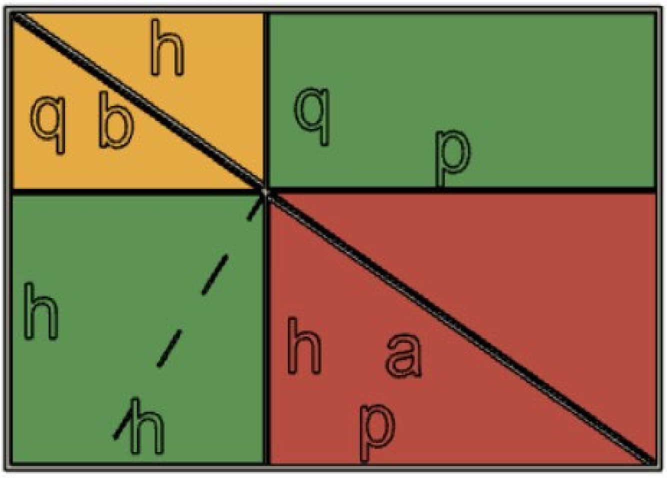


Abbildung 12: Mit den Grünen Teilen lässt sich die Figur ergänzen.

4. Fazit

Mit Hilfe der dargestellten Modelle lässt sich der Mathematikunterricht unterstützen. Vor allen Dingen wird meiner Erfahrung nach durch die Lege-Methode die Motivation der Schüler*innen wesentlich erhöht. Ich wünsche viel Spaß beim Ausprobieren!

Den Anstoß zur Konstruktion erhielt der Autor aus dem Buch „Praxishandbuch 3D Druck im Mathematikunterricht“ (Dilling, Marx, Pielsticker, Vogler & Witzke, 2021).

Literatur:

Dilling, F., Marx, B., Pielsticker, F., Vogler, A., Witzke, I. (2021). Praxishandbuch 3D-Druck im Mathematikunterricht. Einführung und Unterrichtsentwürfe für die Sekundarstufen I und II. Münster: Waxmann.

Tobias Huhmann & Chantal Müller

PH Weingarten, huhmann@ph-weingarten.de, mueller04@ph-weingarten.de

‚Darstellen' mit Medien beim Mathematiklernen in der Grundschule analysieren

Das Lernen mit analogen und digitalen Medien eröffnet je unterschiedliche Möglichkeiten des Darstellens, der Darstellungen und der damit verbundenen Darstellungstransferprozesse, stellt aber auch je unterschiedliche (kognitive) Anforderungen an Lernende. Mit Hilfe des Modells „Darstellungs-Transfer-Spektrum" werden am Beispiel einer digital unterstützten Lernumgebung Möglichkeiten und Wirklichkeiten beim Lernen mit Medien erfasst, sichtbar gemacht und analysiert.

Darstellen, Darstellungen und Darstellungstransferprozesse

Mit ‚Darstellen' wird eine der bildungsbiographisch zu entwickelnden prozessbezogenen Kompetenzen im Mathematikunterricht bezeichnet (KMK 2004). ‚Darstellen' umfasst konkrete und mentale Wahrnehmungs- und Handlungs-Anforderungen im Kontext des eigenständigen Darstellens, des eigenständigen Entwickelns und Umgehens mit Darstellungen sowie der eigenständig zu leistenden Darstellungstransferprozesse.

‚Darstellen' fokussiert auf das Tätigsein des Einzelnen mit dem Ziel, sein Denken für sich selbst und für andere zu veräußern (Krauthausen 2018) und visuell und/oder durch Sprache erfassbar zu machen. *Darstellen für sich selbst* entlastet und unterstützt die eigenen Denkprozesse durch das Dargestellte. Dies ermöglicht, sich im eigenen Denken zu orientieren und den weiteren Denkprozess zu gestalten. Durch den Prozess des Darstellens kann der entstandene Austausch zwischen den eigenen Gedanken und der Sache festgehalten, zu einem späteren Zeitpunkt nachvollzogen und wieder aufgenommen werden (Dedekind, 2012; Duval, 2006; Gallin & Ruf, 1998; PIKAS, o. J.). *Darstellen für andere* kommuniziert den eigenen Denkprozess (mit anderen) durch das Dargestellte. Die visuellen und/oder sprachlichen Informationen können im Austausch mit anderen helfen, über die eigenen Gedanken zu kommunizieren und Entdeckungen sowie Erkenntnisse über Zusammenhänge und Gesetzmäßigkeiten mit Hilfe des Dargestellten zu konkretisieren, zu beschreiben, zu hinterfragen und zu begründen (Duval, 2006).

‚Darstellungen' halten fest und dokumentieren. Sie wirken dadurch der Darstellungsflüchtigkeit des Denkens, Handelns und Sprechens entgegen (Huhmann, 2013; Wollring, 2006) und machen es zu einem gewissen Grad sichtbar. Sie basieren auf subjektiven Eindrücken und Erfahrungen und sind dadurch höchst individuell. Als Medien des Denkens (Aebli, 1980) müssen sie aber auch auf Grundlage von kulturellen Konventionen und Normierungen gestaltet sein, damit sie gemäß den Intentionen des Darstellenden interpretiert und verstanden werden können (Duval, 2006; Piaget, 1972; PIKAS, o. J.).

Nach Bruner kann Wissen grundlegend auf den Ebenen - *handelnd, ikonisch, symbolisch* - dargestellt werden. Hierbei stellt *operatives Wahrnehmen und Handeln* den primären Zugang zur Erschließung der Umwelt dar (Bruner, 1971; Piaget, 1972). *Ikonische Elemente* fassen Situationen und Handlungen in Bildern zusammen und dokumentieren diese, *symbolische Elemente* in Zeichen. Sie dienen als Bedeutungsträger der schriftlichen Sprache und - als einer der ersten und zentralen Zugänge zur Kommunikation - der mündlichen Sprache.

‚Darstellungstransferprozesse' sind immer dann erforderlich, wenn zwei Darstellungen miteinander verglichen werden oder wenn eine neue Darstellung auf der Grundlage einer gegebenen Darstellung konstruiert werden muss. Sie erfolgen auf einer oder zwischen verschiedenen Darstellungsebenen. In beiden Fällen müssen gegebene Elemente einer Darstellung auf gegebene oder zu konstruierende Elemente einer anderen Darstellung bezogen werden. Ein gezielter Einsatz verschiedener Darstellungen kann Lerngelegenheiten schaffen, um Beziehungen zwischen Darstellungen zu erkunden und grundlegende Strukturen zu erkennen (Kuhnke, 2013). Im Sinne des „Prinzips der Interaktion der Darstellungsformen" (Wittmann, 1981) müssen unterschiedliche Zugänge zu Wissen miteinander verknüpft und kontinuierlich durch Sprache begleitet werden. Ebenso hebt auch die Kognitionspsychologie die Bedeutung eines engen Wechselspiels von sowohl äußeren Darstellungen als auch mentalen Vorstellungen für erfolgreiches Denken und Problemlösen besonders hervor (Schnotz, 2014).

Zusammenfassend unterstützen diese drei Aspekte – Darstellen, Darstellungen und Darstellungstransferprozesse – ein verständnisorientiertes Lernen, wobei insbesondere die Darstellungstransferprozesse als ein Indikator für Verstehenskonstruktionsprozesse charakterisiert werden können.

Ausgehend von dem Modell zur Aneignung und Repräsentation von Wissen von Bruner (1971) sind in der Mathematikdidaktik weitere Modelle entwickelt worden (vgl. Johnson, 2018; Ladel, 2009; Lesh et al. 1987). In diesen ist die Verknüpfung von analogen, digitalen sowie von Kombinationen dieser Medien, den Darstellungstransferprozessen und den damit verbundenen kognitiven Anforderungen nur in Teilen oder gar nicht berücksichtigt. Aus diesem Grund sehen wir die Notwendigkeit einer Modellentwicklung zur theoretischen Erfassung und Analyse von Möglichkeiten des Darstellens, der Darstellungen und der Darstellungstransferprozesse beim Lernen mit analogen und digitalen Medien.

Das Darstellungs-Transfer-Spektrum

Die Modellentwicklung basiert auf den grundlegenden Modellen von Bruner (1971) und Piaget (1972), erweitert um die Schnittmengen im analogen Bereich sowie um Möglichkeiten, die durch digitale Medien auf den unterschiedlichen Darstellungsebenen existieren (s. Abb. 1). Mit dem Modell Darstellungs-Transfer-Spektrum soll das Lernen im Sinne von Wahrnehmen und Handeln mit analogen und digitalen Medien sowie die damit verbundenen kognitiven Anforderungen erfasst, sichtbar gemacht, analysiert und fachdidaktisch bewertet werden (Huhmann & Müller, 2022a, 2022b.):

1. *Erfassen*: Auf welchen Ebenen sind Darstellen, Darstellungen und Darstellungstransferprozesse lokalisiert?
2. *Analysieren*: Welche kognitiven Anforderungen entstehen beim Darstellen, mit Darstellungen und bei Darstellungstransferprozessen? Welche kognitiven Anforderungen werden dabei an Lernende gestellt und welche werden durch Medien ersetzt oder unterstützt?
3. *Bewerten*: Welche Aktivitäten zum Darstellen, mit Darstellungen und zu Darstellungstransferprozessen sind aus fachdidaktischer Perspektive warum geeignet?

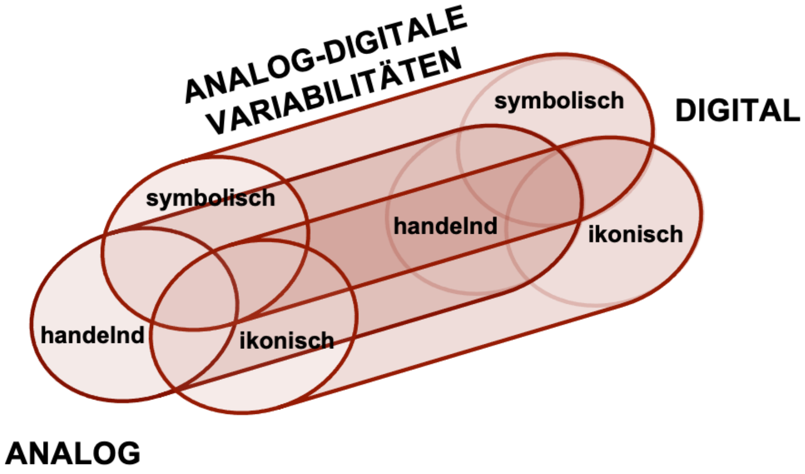


Abbildung 1: Darstellungs-Transfer-Spektrum (Huhmann und Müller, 2022a, 2022b)

Lerngegenstände und zugehörige Aktivitäten können in ihren Darstellungen im analogen Bereich, digitalen Bereich oder analog-digitalen Bereich verortet werden. Innerhalb dieser Bereiche findet eine weitere Zuordnung der Darstellungen zu den verschiedenen Darstellungsebenen statt. So werden Darstellungen durch Punkte in der je zugehörigen Darstellungsebene sichtbar. Zwischen den Ebenen sehen wir keine hierarchische Unterscheidung. Darstellungstransferprozesse können innerhalb und zwischen den Darstellungsebenen der einzelnen Bereiche erfolgen und werden mit Hilfe von Richtungspfeilen zwischen den Punkten erfasst. Von Lernenden eigenständig zu leistende Darstellungstransferprozesse sind durch schwarze Pfeile gekennzeichnet, vom Medium vorgenommene durch blau-gestrichelte. Aufbauend auf den Darstellungsebenen nach Bruner (1971) bilden ihre Schnittmengen neue Modellelemente. Wir fassen diese Schnittmengen ebenfalls unter dem Begriff der Darstellungsebenen: Darstellungen können Elemente aus verschiedenen Ebenen enthalten, wie z.B. ikonische Elemente (Depiktionen) und zugleich symbolische Elemente (Deskriptionen) (Schnotz, 2014). In derartigen Fällen sind sie in die entsprechende Schnittmenge zu verorten.

Analoger Bereich: Die Merkmale der drei Ebenen – handelnd, ikonisch, symbolisch – entsprechen denen von Bruner. Wenn Handlungen verbal begleitet werden, verbale Äußerungen durch Gesten unterstützt werden oder mit symbolischen Darstellungen gehandelt wird, ordnen wir diese Darstellungen der Schnittmenge der handelnd-symbolischen Ebene zu. Darstellungen, die sowohl Depiktionen als auch Deskriptionen enthalten (z.B. Tabellen, Diagramme, Funktionsgraphen), sind der Schnittmenge der ikonisch-symbolischen Ebene zugehörig. Handlungen mit in sich unveränderlichen Abbildungen sind in der handelnd-ikonischen Schnittmenge zu finden. Dies können Ordnungs-, Sortier- und Vergleichsprozesse von Bildern sein. Handlungen wie Ordnungs-, Sortier- und Vergleichsprozesse mit ikonisch-symbolischen Abbildungen werden der handelnd-ikonisch-symbolischen Schnittmenge zugeordnet.

Digitaler Bereich: Die Modellerweiterung durch den digitalen Bereich ist in ihrer Struktur identisch mit dem analogen Bereich, unterscheidet sich aber in spezifischen Merkmalen. Für die Handlungsebene grundlegend ist das Merkmal der Manipulierbarkeit von Handlungsobjekten. Diese in sich veränderbaren Objekte sind digital jedoch nicht mehr in haptischer Weise erfahrbar, sie werden lediglich durch Wisch- und Tippbewegungen manipuliert und bewegt. Der ikonischen Ebene werden Objekte zugeordnet, die digital als in sich unveränderliche Bilder dargestellt werden, der symbolischen Ebene Objekte, die als Audio- oder Schrifttext im digitalen Bereich symbolisch dargestellt werden. Die handelnd-ikonische Schnittmenge umfasst sowohl eigene digitale Handlungen mit in sich unveränderbaren Abbildungen als auch Darstellungen von digitalen in sich unveränderbaren Handlungen auf Basis von ikonischen Abbildungen in Form von Animationen und Filmen. Die handelnd-symbolische Schnittmenge umfasst das eigene Erstellen, Manipulieren und Handeln mit rein symbolischen Darstellungen. Dazu gehören Audiotexte und geschriebene Texte, die mit digitalen Medien abgerufen, beliebig wiederholt bearbeitet, vervielfältigt und miteinander kombiniert werden können. Die ikonisch-symbolische Schnittmenge umfasst in sich unveränderbare Darstellungen, die Depiktionen sowie Deskriptionen beinhalten. Die Schnittmenge handelnd-ikonisch-symbolisch umfasst eigene Handlungen mit manipulierbaren Darstellungen sowie Darstellungen digitaler, in sich unveränderbarer Handlungen in Form von Animationen und Filmen, die Depiktionen sowie Deskriptionen enthalten.

Analog-Digitaler Bereich: Der analog-digitale Bereich bildet ein Spektrum zwischen dem analogen und dem digitalen Bereich. Dieser Bereich muss im Hinblick auf Darstellungen von Lerngegenständen und Aktivitäten mit ihnen bezüglich ihrer Eigenschaften und Möglichkeiten erforscht werden. Dabei geht es um die Erfassung und Analyse von analog-digitalen Variabilitäten – im Sinne von variablen Anteilen näher am analogen oder digitalen Bereich sowie mit variablen Schwerpunkten in oder zwischen den drei Durchmessern der jeweiligen Bereiche. Zukunftsorientiert sind in diesem Bereich u.a. Augmented-Reality- und Virtual-Reality-Anwendungen näher zu betrachten.

Manipulationsmöglichkeiten

Nachfolgend werden Manipulationsmöglichkeiten in einer digital unterstützten Lernumgebung mit Hilfe des Darstellungs-Transfer-Spektrums erfasst und sichtbar gemacht. Als Beispiel verwenden wir zu der Lernumgebung Würfelgebäude (WG) die Aktivität „Architekt und Maurer” (A&M) (Thöne & Spiegel, 2003), die mit der App Klötzchen (Etzold, 2015) umgesetzt wird: Ausgehend von der exemplarischen Aufgabenstellung *Baue ein Würfelgebäude mit 8 Würfeln* erstellt Lernende/r 1 (L1) in der App ein WG und beschreibt es der/dem Lernenden 2 (L2) verbal. Ohne das WG zu sehen, muss L2 ein WG in der App auf Grundlage der Beschreibung von L1 bauen. Anschließend werden die beiden WG verglichen. Die beiden Abbildungen 6 und 7 (a/b) verdeutlichen auf der jeweils linken Seite die Baustelle für Handlungen mit virtuellen Würfeln (3D-Ansicht), auf der jeweils rechten Seite ist die Baustelle für Handlungen zur Erstellung eines Bauplans (bewerteter Grundriss) dargestellt. Die 3D-Ansicht des WG kann um 360° in alle Richtungen rotiert und dadurch aus allen Perspektiven betrachtet werden. Wenn Lernende auf einer der beiden Baustellen etwas verändern, so erfolgt durch das Medium ein automatischer Darstellungstransfer dieser Veränderung auf die je andere Baustelle.

Es können unterschiedliche Manipulationsmöglichkeiten identifiziert werden. Diese werden im Modell Darstellungs-Transfer-Spektrum in Form von Darstellungen auf den entsprechenden Ebenen und den durchzuführenden Darstellungstransferprozessen sichtbar gemacht. Die Aufgabenstellung *Baue ein Würfelgebäude mit 8 Würfeln* wird L1 auf symbolischer Ebene im analogen Bereich verbal oder schriftlich präsentiert. Unter Verwendung der App eröffnen sich nun unterschiedliche Manipulationsmöglichkeiten zur Erstellung des WG: L1 baut mit virtuellen Würfeln ein WG als 3D Modell. Dabei muss er einen Darstellungstransfer von der symbolisch präsentierten Aufgabenstellung im analogen Bereich auf die handelnde Ebene in den digitalen Bereich vollziehen (Abb. 2, links). Ausgehend von der Aufgabenstellung besteht für L1 die Möglichkeit, den bewerteten Grundriss des WG durch Zifferneinträge in dem Bauplan der App zu erstellen. Dabei muss er einen Darstellungstransfer von der symbolisch präsentierten Aufgabenstellung im analogen Bereich auf die handelnd-ikonisch-symbolische Ebene in den digitalen Bereich vollziehen (Abb. 2, rechts).

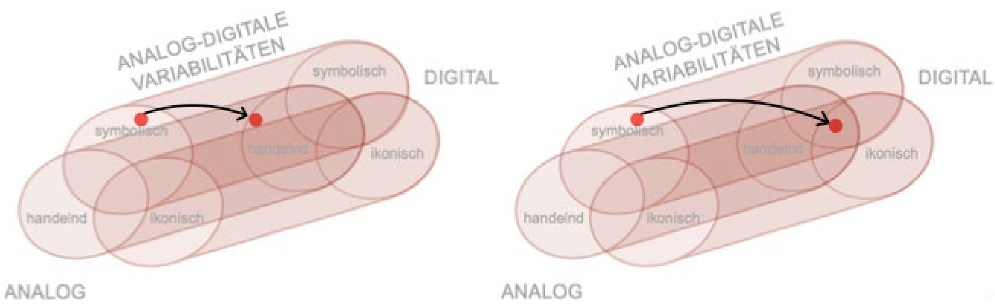


Abbildung 2: Manipulationsmöglichkeit A&M

Das WG wird nun verbal beschrieben. Wenn L1 seine Beschreibung ausgehend von der durch ihn bearbeiteten Baustelle vornimmt, dann leistet er einen intermodalen Darstellungstransfer von der handelnden Ebene (Abb. 3, links) bzw. von der handelnd-ikonisch-symbolischen Ebene (Abb. 3, rechts), jeweils im digitalen Bereich, in die symbolische Ebene im analogen Bereich.

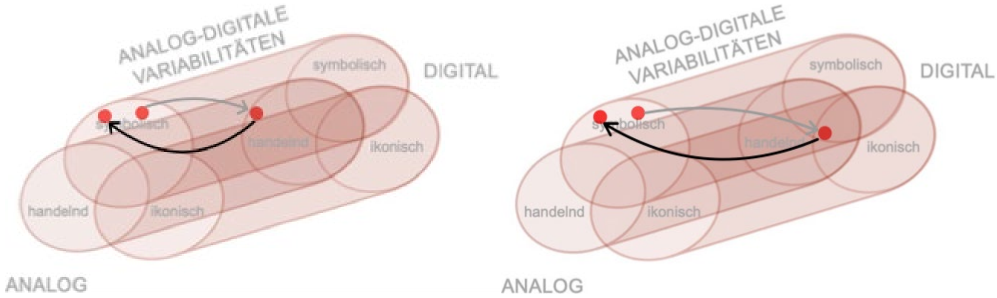


Abbildung 3: In Fortführung zu Abbildung 2

Bezieht sich L1 zur Beschreibung allerdings auf das WG, welches synchron und automatisch auf der jeweils anderen Baustelle durch die App und nicht durch einen eigenständigen Darstellungstransfer erzeugt wurde, so leistet er ausgehend von diesem einen eigenständigen Darstellungstransfer von der handelnd-ikonisch-symbolischen Ebene (Abb. 4, links) bzw. von der handelnden Ebene (Abb. 4, rechts), jeweils im digitalen Bereich, in die symbolische Ebene im analogen Bereich.

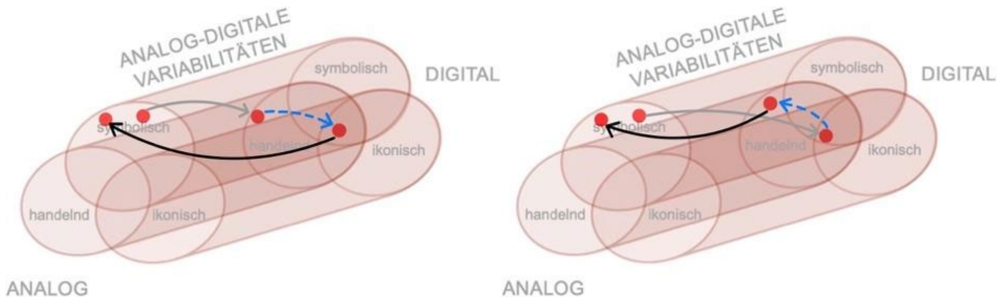


Abbildung 4: Darstellungstransfer durch digitales Medium von Abbildung 3

Unabhängig von den unterschiedlichen vorausgegangenen Manipulationsmöglichkeiten von L1 (Abb. 2 bis 4) endet sein letzter Darstellungstransfer auf der symbolischen Ebene im analogen Bereich. Daher betrachten wir die Fortführung ausgehend von Abbildung 3, links. Die verbale Beschreibung von L1 dient nun L2 als Grundlage, um das WG auf einem eigenen Tablet unter Verwendung der App nachzubauen. Er leistet hier einen Darstellungstransfer von der symbolischen Ebene im analogen Bereich entweder auf die handelnde Ebene (“mit virtuellen Würfeln die 3D-Ansicht bauen”) (Abb. 5, links) oder auf die handelnd-ikonisch-symbolische Ebene (“mit Zifferneinträgen den bewerteten Grundriss als Bauplan erstellen”) (Abb. 5, rechts) in den digitalen Bereich.

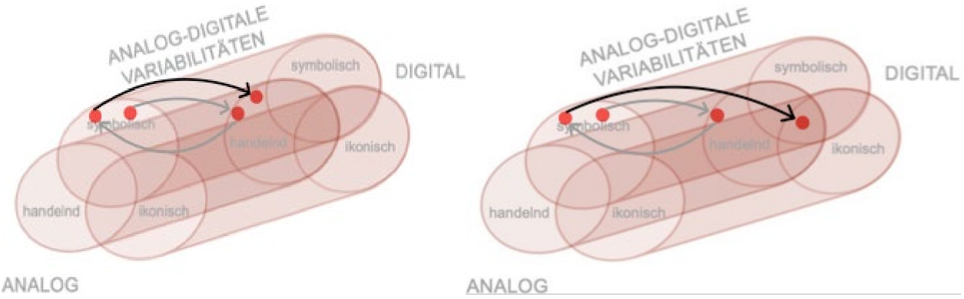


Abbildung 5: In Fortführung von Abbildung 3

Vor allem im folgenden Schritt, beim Vergleich der erstellten WG werden unterschiedliche Manipulationsmöglichkeiten sichtbar. Ausgehend von Abbildung 2, links wird dies beispielhaft in Tabelle 1 detailliert:

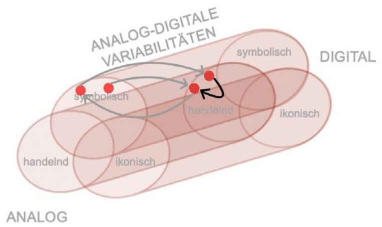
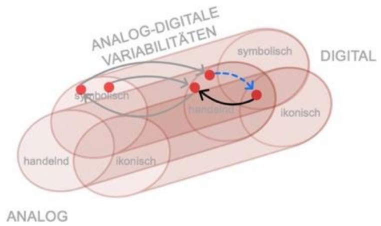
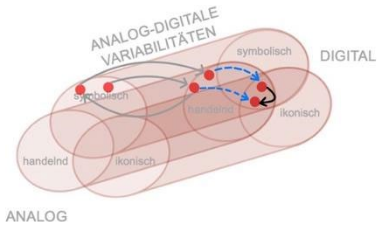
		
a) Vergleich der 3D Ansichten Die WG sind in den 3D-Ansichten rotierbar, die einzelnen virtuellen Würfel sind manipulierbar. Daher vergleichen L1 und L2 ihre WG intramodal auf der handelnden Ebene im digitalen Bereich.	b) Vergleich 3D und bewerteter Grundriss Das WG ist in der 3D-Ansicht rotierbar, die einzelnen virtuellen Würfel sind manipulierbar. Das WG in der Darstellung des bewerteten Grundrisses ist manipulierbar. L1 und L2 vergleichen ihre WG intermodal zwischen der handelnd-ikonisch-symbolischen Ebene und der handelnden Ebene im digitalen Bereich.	c) Vergleich der bewerteten Grundrisse Die WG in der Darstellung der bewerteten Grundrisse sind manipulierbar. Daher vergleichen L1 und L2 ihre WG intramodal auf der handelnden-ikonisch-symbolischen Ebene im digitalen Bereich.

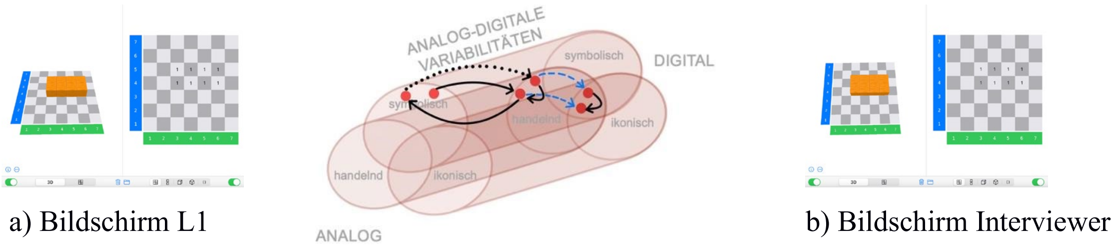
Tabelle 1: Manipulationsmöglichkeiten - Vergleich (vgl. Huhmann & Müller 2022a; 2022b)

Zu den Abbildungen b) und c) in Tabelle 1 ist zu betonen, dass die Transferleistung im digitalen Bereich zwischen der 3D-Ansicht auf handelnder Ebene und dem bewerteten Grundriss auf handelnd-ikonisch-symbolischer Ebene nicht von den Lernenden geleistet wird, sondern automatisch durch das digitale Medium (blau-gestrichelter Pfeil).

Manipulationswirklichkeiten

Im Rahmen einer videografierten Einzelfallstudie haben Lernende einer dritten Klasse die beschriebene Aufgabe bearbeitet. In einer Einführungsstunde konnten sie die verschiedenen Darstellungen von WG mit analogen Medien kennen und in

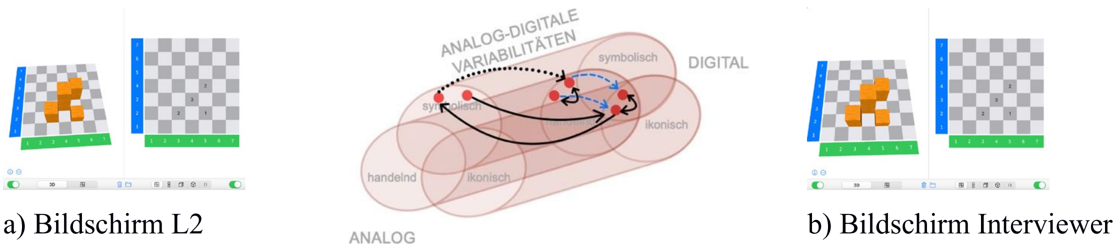
Beziehung setzen lernen. Sie hatten die Möglichkeit, WG zu bauen sowie Baupläne und Schattenbilder zu erstellen und eigenständige Darstellungstransferprozesse zu vollziehen. In einer anschließenden Orientierungsstunde zur App Klötzchen konnten sie die digitalen Darstellungen von WG innerhalb der App erkunden. Basierend auf den Videoanalysen werden nun zwei Beispiele von Manipulationswirklichkeiten, also die tatsächlichen Vorgehensweisen bei der Aufgabenbearbeitung und Nutzung der App mit Hilfe des Darstellungs-Transfer-Spektrums erfasst und sichtbar gemacht. Beiden Lernenden wurde die Aufgabe "Baue ein Würfelgebäude mit 8 Würfeln und beschreibe es anschließend so, dass jemand es bauen kann, ohne es zu sehen" mündlich gestellt.



a) Bildschirm L1 b) Bildschirm Interviewer

Abbildung 6: Beispiel 1 - Manipulationswirklichkeiten

Ausgehend von der Aufgabenstellung auf der symbolischen Ebene im analogen Bereich nimmt L1 einen Darstellungstransfer auf die Handlungsebene im digitalen Bereich vor, indem er das WG in der 3D-Ansicht der App baut. Anschließend nutzt er das WG, um es verbal zu beschreiben und vollzieht damit einen Darstellungstransfer auf die symbolische Ebene im analogen Bereich. Der gepunktete Pfeil zeigt den Darstellungstransfer des Interviewers, der diesen auf Basis der verbalen Beschreibung von L1 auf die Handlungsebene im digitalen Bereich durchführt, indem er das WG in der 3D-Ansicht baut. L1 führt nun die Überprüfung der Ergebnisse durch. Im ersten Schritt vergleicht er die beiden automatisch von der App erstellten Baupläne, obwohl er ausschließlich in der 3D-Ansicht agiert hat und den Bauplan weder zur Konstruktion noch zur Beschreibung des WGs verwendet hat. Auch wenn L1 bereits zu der Aussage "Es passt" gekommen ist, prüft er zusätzlich noch beide 3D-Ansichten.



a) Bildschirm L2 b) Bildschirm Interviewer

Abbildung 7: Beispiel 2 - Manipulationswirklichkeiten

Ausgehend von der Aufgabenstellung auf der symbolischen Ebene im analogen Bereich hat L2 einen Darstellungstransfer auf die handelnd-ikonisch-symbolische Ebene im digitalen Bereich vorgenommen, indem er sein WG im Bauplan als bewerteten Grundriss erstellt. Mit Hilfe dessen beschreibt er das WG verbal und vollzieht damit einen Darstellungstransfer auf die symbolische Ebene im analogen Bereich. Der gepunktete Pfeil zeigt den Darstellungstransfer des Interviewers, der diesen auf Basis der verbalen Beschreibung auf die Handlungsebene im digitalen Bereich durchführt, indem er das WG in der 3D-Ansicht baut. Beim Vergleich der WG zeigt das Video, dass der Blick von L2 zunächst beide 3D-Ansichten fokussiert und diese vergleicht. Erst dann analysiert er vergleichend die Baupläne.

Erkenntnisse und Perspektiven

Mit Hilfe des Darstellungs-Transfer-Spektrum konnten sowohl die theoretisch analysierten Manipulationsmöglichkeiten als auch beobachtete Manipulationswirklichkeiten erfasst und sichtbar gemacht werden. In beiden Beispielen wird der Darstellungstransferprozess zwischen der 3D-Ansicht und dem bewerteten Grundriss in beide Richtungen von der App übernommen und *muss* nicht von den Lernenden geleistet werden. Hierbei ist fraglich, ob und inwieweit der vom Medium *ersetzte* Darstellungstransfer von Lernenden wahrgenommen und eigenständig vollzogen wird, sodass hierdurch Verstehenskonstruktionsprozesse unterstützt werden. Im Vergleich dazu müssen mit ausschließlich analogen Medien alle Darstellungstransferprozesse *eigenständig* von den Lernenden geleistet werden. Die analogen Medien können hier keine Unterstützung im Hinblick auf die Darstellungstransferprozesse und die kognitiven Anforderungen bieten. Die Bearbeitung der Aktivität, wie im Beispiel L2, ist also mit ausschließlich analogen Medien nicht möglich, sondern wird erst durch die digitale Unterstützung möglich. Dies verdeutlicht, dass analysierte Manipulationsmöglichkeiten durch tatsächliche Vorgehensweisen von Lernenden als Manipulationswirklichkeiten entfaltet werden. Beide Beispiele zeigen, dass Kombinationen von Manipulationsmöglichkeiten als Manipulationswirklichkeiten entstehen: Beide Lernenden haben zur Aufgabenbearbeitung unterschiedliche Möglichkeiten genutzt, indem das Würfelgebäude in der virtuellen 3D-Ansicht gebaut oder der bewertete Grundriss erstellt wurde. Zum Vergleich nutzten beide eine Kombination der Möglichkeiten, um das Würfelgebäude zu verifizieren. Sie haben je beides – die 3D-Ansichten und die bewerteten Grundrisse – miteinander verglichen, und bemerkenswerterweise dabei zuerst jeweils die beiden automatisch von der App erzeugten Darstellungen und erst dann die eigenständig erstellten. Keiner von ihnen hat hingegen die Möglichkeit genutzt, den Vergleich von 3D-Ansicht und bewertetem Grundriss vorzunehmen. Für die Gestaltung von Unterricht hat dies zur Konsequenz, dass Entscheidungen über den Medieneinsatz fachdidaktisch fundiert begründet sein müssen. Es ist abhängig von den Zielsetzungen und damit einhergehenden kognitiven Anforderungen an die Lernenden, welche "neuen" und "alten" Medien und welche Kombinationen dieser Medien ausgewählt werden, um jeweilige Potentiale mehrwertorientiert bei den Lernenden zu entfalten. Das Darstellungs-Transfer-Spektrum kann hier als Denk- und Analysemodell dienen. Aus der Perspektive der Forschung können durch die Analyse mit Hilfe des Modells Manipulationswirklichkeiten erfasst werden, um

Designelemente von Applikationen und damit die Manipulationsmöglichkeiten bezüglich des Darstellens, der Darstellungen und der Darstellungstransferprozesse zu beforschen, weiterzuentwickeln und diese entsprechend in neu zu entwickelnden Applikationen zu implementieren. Das Modell befindet sich in einem Status der Weiterentwicklung. Durch weitere Forschung im Zusammenhang mit unterschiedlichen Lerngegenständen werden die Charakteristika der einzelnen Bereiche und Darstellungsebenen weiter präzisiert. Last but not least: Ist das Darstellungs-Transfer-Spektrum als Kompetenzmodell geeignet, um individuelle Kognitionsentwicklungen zu der prozessbezogenen Kompetenz Darstellen zu erfassen, sichtbar zu machen, zu beschreiben und zu analysieren?

Literatur:

Aebli, H. (1980). Denken – das Ordnen des Tuns. Klett.

Bruner, J. S. (1971). Über kognitive Entwicklung. In J. S. Bruner, R. R. Olver & P. M. Greenfield (Hrgs.), Studien zur kognitiven Entwicklung. Ernst Klett Verlag.

Dedekind, B. (2012). »Darstellen in der Mathematik« als Kompetenz aufbauen. SINUS an Grundschulen.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. Educational Studies in Mathematics, 61(1–2), 103–131.

Etzold, H. (2015). Klötzchen. https://apps.apple.com/de/app/klötzchen/id1027746 349

Gallin, P., & Ruf, U. (1998). Sprache und Mathematik in der Schule. Kallmeyer.

Huhmann, T. (2013). Einfluss von Computeranimationen auf die Raumvorstellungsentwicklung. Springer Spektrum.

Huhmann, T. & Müller, C. (2022a). Im Spektrum analoger und digitaler Medien. Darstellen, Darstellungen und Darstellungstransfer entwickeln. In B. Brandt, L. Bröll & H. Dausend (Hrsg.), Digitales Lernen in der Grundschule III. Fachdidaktiken in der Diskussion (S. 198–211). Waxmann Verlag GmbH.

Huhmann, T. & Müller, C. (2022b). Learning mathematics with media - representing, representations and representation transfer processes. Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME12), Bozen-Bolzano, Italy. hal-03765050

Johnson, E. L. (2018). A New Look at the Representations for Mathematical Concepts: Expanding on Lesh's Model of Representations of Mathematical Concepts. Forum on Public Policy Online.

KMK. (2005). Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich. Beschluss vom 15.10.2004. (Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland, Hrsg.). Wolters Kluwer.

Krauthausen, G. (2018). Einführung in die Mathematikdidaktik - Grundschule (4. Auflage). Springer Spektrum.

Kuhnke, K. (2013). Vorgehensweisen von Grundschulkindern beim Darstellungswechsel. Eine Untersuchung am Beispiel der Multiplikation im 2. Schuljahr. Springer Spektrum.

Ladel, S. (2009). Multiple externe Repräsentationen (MERs) und deren Verknüpfung durch Computereinsatz. Zur Bedeutung für das Mathematiklernen im Anfangsunterricht. Verlag Dr. Kovač.

Lesh, R., Post, T. R., & Behr, M. (1987). Representations and Translations among Representations in Mathematics Learning and Problem Solving. In C. Janiver (Hrgs.), Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics (S. 33–40). Lawrence Erlbaum.

Piaget, J. (1972). Theorien und Methoden der Erziehung. Fischer Taschenbuch.

PIKAS. (o.J.). Haus 1: Entdecken, Beschreiben, Begründen. Forschermittel-Plakat. Abgerufen von https://pikas.dzlm.de/node/556

Schnotz, W. (2014). Visuelle kognitive Werkzeuge beim Mathematikverstehen. In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), Beiträge zum Mathematikunterricht (S. 45–52). WTM.

Thöne, B., & Spiegel, H. (2003). „Kisten stapeln" Raumvorstellung spielerisch fördern. Die Grundschulzeitschrift, 167, 12–19.

Wittmann, E. C. (1981). Grundfragen des Mathematikunterrichts (6., neubea). Vieweg.

Wollring, B. (2006). Kindermuster und Pläne dazu – Lernumgebungen zur frühen geometrischen Förderung. In M. Grüßing & A. Peter-Koop (Hrsg.), Die Entwicklung mathematischen Denkens in Kindergarten und Grundschule: Beobachten – Fördern – Dokumentieren (S. 80–102). Mildenberger.

Tabea Knobbe

Justus-Liebig-Universität Gießen, tabea.knobbe@erziehung.uni-giessen.de

Audio-Podcasts zu Rechenwegen im Förderschwerpunkt Sprache

Der Beitrag beschäftigt sich mit der Verbalisierung von Additions- und Subtraktionsaufgaben von Lernenden mit sprachlichem Förderbedarf. Dabei stehen die mathematischen Verbalisierungskompetenzen im Fokus des Interesses. Die Lernenden werden durch die PriMaPodcast-Methode dazu angeregt, eine sprachliche Darstellung ihres Rechenwegs zu planen und als Audio aufzunehmen. Es werden erste Einblicke in das Projekt gegeben.

1. Zielgruppe: Förderschwerpunkt Sprache

Lernende mit Anspruch auf sonderpädagogische Förderung im Schwerpunkt Sprachheilförderung (kurz AsF Sprache) weisen Beeinträchtigungen im Spracherwerb, der Sprechtätigkeit oder des sinnhaften Sprachgebrauchs auf. Den Lernenden wird der AsF Sprache zugewiesen, wenn sie im Unterricht der allgemeinen Schule nicht mehr ausreichend gefördert werden können und die Beeinträchtigungen dazu führen, dass die Lernenden in ihren Bildungs-, Lern- und Entwicklungsmöglichkeiten eingeschränkt sind (Kultusministerkonferenz, 1998). Der Anspruch auf sonderpädagogische Förderung kann nach Untersuchung der Sprach- und Lernentwicklung des Kindes durch eine förderpädagogische Diagnostik festgestellt werden (Hessisches Kultusministerium, 2021). Dabei wird ermittelt, ob die sprachlichen Beeinträchtigungen mindestens zwei verschiedene Sprachebenen betreffen und die tatsächlichen Schulleistungen des Kindes „vom grundsätzlich vorhandenen Lernpotenzial abweichen“ (Hessisches Kultusministerium, 2021, 5).

Die Förderschule mit dem Schwerpunkt Sprachheilförderung ist als *Durchgangsschule* konzipiert und strebt nach dem Ende der Primarstufe eine Rückführung in die allgemeine Schule an. Da der Förderschwerpunkt Sprache grundsätzlich lernzielgleich ausgerichtet ist, gelten also die gleichen curricularen Vorgaben wie für die Grundschule (Hessisches Kultusministerium, 2006). Zu bedenken ist allerdings, dass die sprachlichen Beeinträchtigungen der Lernenden zu weiteren Lernbeeinträchtigungen führen können, beispielsweise wenn die Schriftsprachentwicklung der Kinder verzögert ist und Lernrückstände zu einer allgemeinen Lernschwäche anwachsen (Mayer & Motsch, 2016).

Einfluss von Sprachbeeinträchtigung auf die Mathematikleistung

Die Sprachkompetenz wirkt sich dabei nicht nur über die Schriftsprachkompetenz auf das Lernen aus, sondern ist auch ein bedeutender Einflussfaktor für die Mathematikleistung. Ausgewählte empirische Befunde können das unterstreichen: Beispielsweise untersuchten Heinzl und Seibt (2014) Kinder des ersten bis dritten Schulbesuchsjahrs, die an einer Förderschule mit dem Förderschwerpunkt Sprache unterrichtet wurden. Ihre Ergebnisse deuten darauf hin, dass Defizite im semantisch-lexikalischen Bereich auch mit Schwierigkeiten im Rechnen einhergehen. Dies erklären sie darüber, dass sich mit dem langsamen Aufbau des Wortschatzes auch (arithmetisches) Faktenwissen langsam aufbaut. Diese Vermutungen bestätigen auch Hamann, Mayer, Gabler und Ufer (2018), die Kinder im dritten Schulbesuchsjahr einer Förderschule Sprache und Kinder eines zweiten Schuljahrs der Grundschule untersucht haben. Es konnten signifikante Unterschiede zwischen den Kindern mit und ohne Sprachentwicklungsstörungen in den Bereichen „Zahlverarbeitung" und „Rechnen" gefunden werden. Auch hier werden semantisch-lexikalische und syntaktisch-morphologische Defizite als Erklärung für die Schwierigkeiten angeführt. Eine Längsschnittstudie von Durkin, Mok und Conti-Ramsden (2013) belegt nicht nur die schlechteren mathematischen Leistungen von Kindern mit einer Sprachentwicklungsstörung, sondern auch, dass die Lernrückstände über die Zeit hinweg anwachsen und nur schwer aufgeholt werden können.

Audio-Podcasts im sprachheilpädagogischen Unterricht

Im hier beschriebenen Forschungsprojekt sollen die Lernenden eigene Sprachaufnahmen (sogenannte PriMaPodcasts, siehe z.B. Schreiber & Klose, 2014; Klose, 2022 und s.u.) zu Rechenwegen von Additions- und Subtraktionsaufgaben erstellen. Die Lernenden arbeiten dabei meist im Tandem zusammen und erarbeiten eine gemeinsame, sowohl schriftliche als auch mündliche sprachliche Darstellung zu ihrem Rechenweg. Das sprachliche Darstellen des Rechenwegs und die Erstellung von Sprachaufnahmen stellen sprachliche Herausforderungen dar. Das gilt insbesondere auch für Lernende mit besonderem Förderbedarf in der Sprache. Um aufzuzeigen, inwiefern die PriMaPodcast-Methode zu sprachheilpädagogischen Gestaltungsprinzipien des Unterrichtens passt, werden die Profilbereiche des *inklusiven Unterrichtsprofils Sprache und Kommunikation* von Lüdtke und Stitzinger (2017) herangezogen:

- Die PriMaPodcast-Methode beinhaltet *spezifische Sprachförderung*: Diese wird durch sprachliche Hilfestellungen auf Wort- und Satzebene durch den Einsatz eines Sprachspeichers angestrebt. Hier werden sprachliche Mittel auf Wort- und Satzebene zur Addition und Subtraktion sowie zum Dienes-Material, das als Arbeitsmittel zur Verfügung steht, gegeben. Ein weiterer Schwerpunkt ist die Anregung zur diskursiven Auseinandersetzung mit dem Lerngegenstand. Dabei steht insbesondere die Sprachpraktik des Beschreibens bei der Darstellung des Rechenwegs im Fokus.

- Der Lerngegenstand wird sprachsensibel aufbereitet, um *Sprach- und Kommunikationsfördernde Lernumgebungen* zu schaffen. Auf der methodischen Ebene werden durch die Reduktion von Plenumsphasen den Lernenden vermehrt Sprachgelegenheiten im kooperativen Setting gegeben (Lüdtke & Stitzinger, 2017, S.119). Durch die Aufgabenstellung, die eine Audio-Aufnahme der Lernenden zum Ziel hat, werden authentische Kommunikationsund Verbalisierungsanlässe (Klose, 2020, S. 175) bereitgestellt, und somit ein *kommunikationsförderndes Milieu* geschaffen.

- Die *Sprache der Lehrkraft* hat einen großen Einfluss darauf, wie Lernende im Unterricht folgen können und Informationen verarbeiten. In der Redaktionssitzung kann die Lehrkraft als Sprachvorbild auf inhaltlicher Ebene agieren. Deutliches, in der Sprechfülle reduziertes Sprechen, das durch Betonung und Pausen strukturiert wird, sind weitere Merkmale einer für die Lernenden vorteilhaften Lehrkraftsprache.
- Die *sprachlich-emotionale Selbstkompetenz* der Lernenden wird durch die Erstellung eines eigenen Produkts unterstützt. Sie fördern ihren sprachlichen Selbstausdruck und können sich als selbstwirksam erfahren. Wenn die Endprodukte im Klassenverband präsentiert werden, erfahren die Lernenden Anerkennung für ihr eigenes Werk. Die Möglichkeit, den Text des Podcasts zu üben, mehrfach aufzunehmen oder das Produkt zu schneiden, kann Schüler*innen, die beispielsweise Schwierigkeiten im Redefluss haben, einen „Safe Place" geben (Lüdtke & Stitzinger, 2017, S. 147).

2. Verbalisierungsanlass: PriMaPodcast

PriMaPodcasts sind Sprachaufnahmen zu mathematischen Themen, die von Schüler*innen selbst erstellt werden (z.B. Klose, 2022). Die Erstellung solcher PriMa-Podcasts ist technisch-organisatorisch leicht umzusetzen. Die Aufnahme ist mithilfe von Diktiergeräten problemlos möglich, selbst Smartphones könnten diese Werkzeug-Funktion erfüllen, sodass von einer einfachen Verfügbarkeit ausgegangen werden kann. Für die Lernenden steht das Erstellen eines eigenen Produkts im Mittelpunkt (Klose, 2020). Durch die Sprachaufnahme wird die verbale Darstellungsebene fokussiert. Die schriftlich-grafische Ebene, die in der Darstellung von Mathematik eine bedeutende Rolle für Kommunikation und Fixierung über den mathematischen Inhalt innehat, kommt hier in Zwischenprodukten vor, fehlt aber im auditiven Endprodukt komplett (Schreiber & Klose, 2014, S. 36). Relevant für den Lernprozess ist aber auch, dass durch den Einsatz der PriMa-Podcast-Methode authentische Sprachanlässe (Klose, 2020, S. 175) entstehen, da die Audio-Aufnahme eine rein mündliche Darstellung notwendig macht, ohne deiktische Ausdrücke und Zeichen, sowie ohne schriftlich-grafische Elemente zu nutzen. Somit ermöglicht der Einsatz des digitalen Mediums auch die didaktische Funktion (Barzel & Schreiber, 2017) und regt Kompetenz des Kommunizierens im Sinne der Bildungsstandards (Kultusministerkonferenz, 2022) an. Die Aufgabenstellung fordert Kommunikation und Kooperation der Lernenden über den mathematischen Inhalt direkt heraus, die Tonaufnahme regt zu einer verbalen Darstellung ohne deiktische Ausdrücke, an. Dies stellt besondere Anforderungen an die Lernenden, da bei der Erstellung der mathematischen Sprachaufnahmen die rein verbale Darstellung schon in der Planung der Aufnahme mitgedacht werden muss.

Ablauf Podcast-Erstellung

Das Studiendesign umfasst zwei Doppelstunden an zwei Tagen und lehnt sich an den Erstellungsablauf von Schreiber und Klose (2014) an. Dieser gliedert sie sich in mehrere Schritte. Während eines Erhebungs-Durchlaufs erstellen zwei Tandems jeweils einen Podcast. Die eine Gruppe löst eine Subtraktionsaufgabe, die andere eine Additionsaufgabe. Die Sozialformen der einzelnen Phasen folgen einer ICH-DU-WIR-Logik (Barzel, Büchter & Leuders, 2007). Auch die Kommunikationssituationen, die sich auch auf die zu erstellenden (Zwischen-)Lernprodukte beziehen, unterscheiden sich darin, ob mündliche oder schriftliche Kommunikation im Fokus steht. Für die Auswertung und Analyse sind diese Wechsel von Interesse, da sich die Versprachlichungen je nach Kommunikationssituation unterscheiden. Die Lernenden bearbeiten eine Additions- oder Subtraktionsaufgabe, deren Rechenweg sie mündlich darstellen sollen. Die mehrfache Wiederholung der gleichen Aufgabe (hier im Bespiel 71-35) soll einen intensiven Einblick in die genutzte Rechenstrategie geben und gleichzeitig ermöglichen, dass beide Lernende im Austausch miteinander, einen Zugang zur Lösung der Aufgabe bekommen.

	Phase	Sozialform	Kommunikationssituation
Tag 1	1. Aufgabe bearbeiten	alleine	schriftlich
	2. Drehbuch 1	zu zweit	mündlich/ schriftlich
	3. Rohfassung		mündlich
Tag 2	4. Redaktionssitzung	2 Teams + Lehrkraft	mündlich
	5. Drehbuch II	zu zweit	mündlich/ schriftlich
	6. PriMaPodcast		mündlich

Tabelle 1: Ablauf der Podcast-Erstellung (in Anlehnung Klose, 2022)

Zunächst sollen die Lernenden die Rechenaufgabe auf einem Arbeitsblatt bearbeiten. Dafür stehen auch didaktische Arbeitsmittel, wie z.B. Einerwürfel und Zehnerstangen des Dienes-Materials als anschauliche Hilfestellung bereit. Es geht zu Beginn darum, den Lösungsprozess der Aufgabe anzustoßen. In der nächsten Phase finden sich zwei Schüler*innen, die die gleiche Aufgabe bearbeitet haben, zu einem Tandem zusammen. In mündlicher Aushandlung sollen sie sich auf einen Rechenweg einigen und es entsteht ein schriftliches Drehbuch zum Rechenweg. Das Drehbuch dient als Vorlage für die Aufnahme der Rohfassung, also einer ersten Version des Podcasts.

Die zweite Doppelstunde beginnt mit einer Redaktionssitzung. Hier treffen sich zwei Zweier-Teams mit einer Lehrkraft, um die Rohfassungen beider Gruppen zu besprechen. An dieser Stelle sollen die Lernenden Feedback zu einem anderen Podcast mit einer anderen Rechenaufgabe geben, aber werden auch gefordert, eigene Rechenschritte genauer zu erklären und Feedback anzunehmen, um im Anschluss eine Überarbeitung des Drehbuchs vornehmen zu können. Die zweite Version des Drehbuchs dient wieder als Vorlage für die Tonaufnahme. Diese stellt den Abschluss der Unterrichtseinheit dar. Eine Würdigung der Produkte kann anschließend im Klassenverband stattfinden.

Sprachliche Anforderungen stellt die Podcast-Erstellung dabei nicht nur auf Wort- und Satzebene, sondern vor allem auf Diskursebene, da hier längere, in sich zusammenhängende sprachliche Äußerungen produziert werden sollen. Diskursfähigkeit meint dabei „die Fähigkeit, mit globalen sequenziellen Erwartungen in Gesprächen produktiv und rezeptiv kontextualisierend umgehen zu können“ (Quasthoff, 2015, S. 88) und ist für Gesprächsfähigkeit, auch in der fachlichen Kommunikation essentiell. Daher sollte die Förderung von Diskursfunktionen auch Teil eines sprachfördernden Unterrichts sein. Vollmer (2011) hat verschiedene, insbesondere für die Schule relevante Diskursfunktionen beschrieben. Im Verlauf der Erstellung des PriMaPodcast werden vor allem das Aushandeln von Bedeutung als inhaltliche und sozial-kognitive Tätigkeit sowie das Beschreiben benötigt. In sozialer Interaktion sollen die Lernenden einen Rechenweg und sprachliche Darstellung zum Rechenweg in Form eines Drehbuchs aushandeln. Der Rechenweg wird dann sowohl spontan als auch vorbereitet beschrieben. Dabei spielen das Drehbuch und die Podcast-Aufnahme als besondere Textformen eine Rolle. In der Redaktionssitzung können auch Begründungen zur dargestellten Rechnung oder einzelnen Rechenschritten verlangt werden, es kann also auch das fachlich-mathematische Argumentieren angeregt werden (Kultusministerkonferenz, 2022).

Forschungsinteresse

Die oben dargestellten, ausgewählten empirischen Befunde (Abschnitt 1) verdeutlichen den Einfluss von sprachlicher Beeinträchtigung auf die Mathematikleistung. Die Bildungsstandards beinhalten als Anforderung für die allgemeine mathematische Kompetenz *Kommunizieren* die Fähigkeit, eigene Vorgehensweisen zu verbalisieren (Kultusministerkonferenz, 2022). Diese Fähigkeiten in Bezug auf die Verbalisierung mathematischer Inhalte und Vorgehensweise soll Gegenstand des Forschungsvorhabens sein. Dabei stehen die Lernenden mit Förderbedarfen im Bereich Sprache als Zielgruppe im Mittelpunkt. Das Forschungsinteresse ist es, Erkenntnisse zum Zusammenhang von sprachlichem und mathematischem Lernen der Kinder mit sprachlicher Beeinträchtigung zu gewinnen.

Die Lernenden sollen im Rahmen der PriMaPodcast-Methode ihre individuellen Rechenwege verbalisieren. Die gestellten Additions- und Subtraktionsaufgaben legen dabei halbschriftliche Rechenstrategien nahe. Die sprachlichen und mathematischen Lernprozesse der Lernenden sollen rekonstruiert werden, um Zusammenhänge zwischen dem sprachlichen Ausdruck und dem sich zeigenden mathematischen Verständnis zu beschreiben. Es ergeben sich folgende Forschungsfragen:

- Wie verbalisieren Schüler*innen mit *AsF Sprache* ihre Vorgehensweisen bei der Bearbeitung von Rechenaufgaben, die halbschriftliche Rechenstrategien nahelegen?

- Welche Zusammenhänge können zwischen sprachlicher Darstellung und mathematischem Verständnis ausgemacht werden?

Der Prozess der Podcast-Erstellung mit den Lernenden wird videografiert und qualitativ ausgewertet. Anhand von Transkripten soll eine Interaktionsanalyse (Krummheuer & Naujok, 1999) durchgeführt werden. Bei dieser Auswertungsmethode stehen die Aussagen und Interaktionen der an der Unterrichtssituation beteiligten Schüler*innen im Fokus. Die Interaktionsanalyse eignet sich, um aufzuzeigen, wie Deutungen hervorgebracht werden und wie der Inhalt sprachlich ausgehandelt wird. Der folgende Abschnitt gibt am Beispiel des Schülers Tom Einblicke in die Daten aus der Pilotierung.

3. Eindrücke aus der Pilotierung

Es hat eine Pilotierung in einer privaten Förderschule, die auf den Schwerpunkt *Sprachheilförderung* spezialisiert ist, stattgefunden. Die Schule bedient aber auch weitere sonderpädagogische Schwerpunkte. Während eines Erhebungs-Durchlaufs erstellen je zwei Tandems einen Podcast. Die Erhebung hat in der Mittelstufe stattgefunden, um zu ermöglichen, dass die beteiligten Schüler*innen den inhaltlichen und sprachlichen Anforderungen gerecht werden konnten. Der hier vorgestellte Schüler Tom ist 14 Jahre alt und hat neben dem *AsF Sprache* auch einen Förderbedarf im Bereich *Lernen*.

Im Folgenden werden drei kurze Beispiele dargestellt, in denen in der Versprachlichung der Aufgabe eine Vertauschung stattfindet. Die Vertauschungen beziehen sich auf unterschiedliche Aspekte: Der Zahlendreher, die kommutative Vertauschung und eine inverse Sprechweise.

Zahlendreher

Die Zahlwortbildung im Deutschen weist verschiedene Unregelmäßigkeiten auf. Im Gegensatz zu vielen anderen Sprachen bedient sie sich einer inversen Sprechweise, bei einer zweistelligen Zahl wird, im Gegensatz zur symbolischen Notation, zuerst der Einer, dann der Zehner genannt.

Das erste Beispiel (Tab. 2) stammt vom Beginn der ersten Unterrichtsstunde. Hier findet eine allgemeine Einführung statt, das Dienes-Material wird besprochen. Tom hat die Zahl 46 mithilfe des Arbeitsmittels gelegt. Er wird nun von der Lehrkraft aufgefordert, die dargestellte Zahl zu benennen.

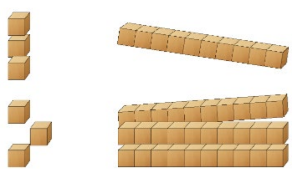
Akteur	Handlung	Material
Tom	hämm vierundsechzig\#	
Lehrkraft	#a a h-	
Tom	ähm sechsundvierzig meine ich	

Tabelle 2: Transkript „Zahlendreher“.

Aus Toms Sicht könnte die ikonische Darstellung der 46 mit dem Dienes-Material an die sprachliche Darstellung angelehnt sein. Von links nach rechts sind erst 6 (Einer), dann 4 (Zehner) zu sehen. Bei der Benennung der Zahl nennt er dennoch die <vierundsechzig>. Nach Eingreifen der Lehrkraft verbessert sich Tom aber direkt: <sechsundvierzig>. Da er zuvor in der Lage war, die Zahl 46 mit dem Material darzustellen, scheint es, dass er in der Lage ist, die Zahl als 4 Zehner und 6 Einer zu deuten. Der Zahlendreher scheint sich nur auf die sprachliche Ebene zu beziehen.

Kommutative Vertauschung

Akteur	Handlung	Material
Tom	äh hä/ *(< unterbricht Philipp und beugt sich dabei vor)* ich dachte fünfunddreißig % *(< zeigt auf Philipps Arbeitsblatt)* minus einundsiebzig *(< zieht den Arm wieder zurück)* ist sechsunddreißig und nicht fünf	71 − 35 = 5 _1

Tabelle 3: Transkript „Kommutative Vertauschung“.

Das Beispiel (Tab. 3) stammt aus der Phase der ersten Drehbucherstellung. Toms Tandempartner Philipp liest gerade seinen Rechenweg von seinem Arbeitsblatt vor. Tom unterbricht Philipp und kommentiert den Rechenweg. Dabei zeigt er auf Philipps Arbeitsblatt. Tom vertauscht in diesem, offenbar als Kritik gemeinten Kommentar, den Minuenden und Subtrahenden der Aufgabe. Anders als bei der Addition gilt bei der Subtraktion das Kommutativgesetz nicht. Im fachsprachlichen Sinne ist Tom Aussage also hier nicht korrekt, obwohl er das richtige Ergebnis der ursprünglichen Aufgabe nennt (<sechsunddreißig>).

Inverse Sprechweise

Akteur	Handlung	Material
Tom	ja und hier *(< schiebt das Drehbuch in Richtung Philipp)* erst könn wir müssen ja das davon abziehen % *(< zeigt mit dem Bleistift in der rechten Hand auf den Subtrahenden [35], dann auf den Minuenden [71] auf dem Aufgabenzettel)* % und ja weil ich erst die einer rechne kann ich ja hier schonmal den davon abziehen *(< zeigt auf den Einer des Minuenden [1], dann auf den Einer des Subtrahenden [5])* %	71 - 35 = 36

Tabelle 4: Transkript „Inverse Sprechweise“.

Tom erläutert an dieser Stelle während der Erstellung des ersten Drehbuchs sein Vorgehen bei der Rechnung (Tab. 4). Zunächst bezieht er sich allgemein auf die gesamte Aufgabe 71-35. Diese deutet er so, dass er den Subtrahenden 35 vom Minuenden 71 abziehen möchte. Sprachlich macht er dies durch eine ‚von‘-Formulierung deutlich (<das davon abziehen>). Subtrahend und Minuend werden von

Tom nicht explizit genannt, sondern durch eine Zeigegeste auf dem Arbeitsblatt verdeutlicht. Die Formulierung ist allerdings invers, da Tom sich mit dem Subtrahenden zuerst auf die hinten stehende Zahl der Aufgabe und danach die vorne stehende Zahl bezieht.

Die gleiche Satzstruktur folgt in der Aussage noch ein zweites Mal, diesmal auf die Einer bezogen (<den davon abziehen>). Auch hier ersetzen Zeigegesten die verbale Nennung der gemeinten Zahlen. In der Aussage finden sich Hinweise auf eine allgemeine Strategie, Tom nennt nicht nur den konkreten Rechenschritt, sondern verallgemeinert dies zu einem generellen Vorgehen (<weil ich erst die einer rechne>). Die Zeigegesten und inverse Sprechweise könnten an dieser Stelle wieder auf eine inhaltlich kommutative Vertauschung hindeuten, da Tom zunächst auf die 1 und dann die 5 zeigt, also die 1 von der 5 abziehen will. Dies passt zur Notation auf Toms Arbeitsblatt (Abb. 1).

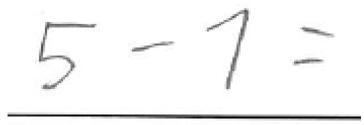


Abbildung 1: Ausschnitt aus Toms Bearbeitung

Die Aussage <schonmal> könnte allerdings ebenso darauf hindeuten, dass Tom mit dem Schritt, die Einer zu berechnen, noch nicht fertig ist und dass die 1 von der 5 abzuziehen nur ein erster Schritt ist. Wie sich im weiteren Verlauf des Rechenwegs herausstellt, ist die Rechnung in diesem Schritt nicht als inhaltlich unpassende kommutative Vertauschung der Einer zu werten.

4. Fazit

Die inverse Sprechweise in der Zahlwortbildung ist ein Phänomen, das bekanntlich für viele Kinder zu Problemen führt (Tab. 2, siehe auch Schneider, Küspert & Krajewski, 2016). Es wird jedoch deutlich, dass Tom ein grundlegendes Stellenwertverständnis hat, da er die Zahl in Bezug auf die Zehner und Einer richtig deuten und haptisch darstellen kann. In einer anderen Situation (Tab. 4) gelingt ihm die korrekte Benennung der Einer der Aufgabe. Das Kommutativgesetz gilt für die Subtraktion nicht. In der oben gezeigten Situation (Tab. 3) war der Fokus rein auf der symbolischen Ebene, ohne Bezug zur Operation. So können sich leicht Reihenfolgenfehler einschleichen.

Im dritten Beispiel (Tab. 4) nutzt Tom eine inverse Sprechweise. Durch die Zeigegesten auf das Arbeitsblatt bezieht er eine deiktisch-gestische Darstellungsebene in seine Aussagen mit ein. Eine solche inverse Formulierung ist für Subtraktionen durchaus geläufig (Götze, 2015), da die Operation sprachlich allerdings nicht analog zur fachsprachlichen und symbolischen Notation von ‚links nach rechts' durchgeführt wird, handelt es sich um eine anspruchsvolle Formulierung. Der Darstellungswechsel zwischen der gestisch-sprachlichen und symbolisch-grafischen

Ebene auf Toms Arbeitsblatt ist inhaltlich und sprachlich passend, sodass hier Hinweise auf vorhandenes Operationsverständnis zur Subtraktion zu finden sind.

In der Versprachlichung von Rechenwegen können Vertauschungen vorkommen. Diese weisen noch nicht darauf hin, ob Operationsverständnis vorhanden ist. Daher gilt es zu beachten, ob sich eine Aussage losgelöst vom Kontext rein auf die symbolische Ebene bezieht oder ob die Aussage – wie bei Tom – die Operation hinsichtlich ihres semantischen Gehalts, zum Beispiel durch eine Handlung oder Zeigegeste, deutet.

Literatur:

Barzel, B., Büchter, A., & Leuders, T. (2007). Mathematik Methodik: *Handbuch für die Sekundarstufe I und II.* Berlin: Cornelsen.

Barzel, B., & Schreiber, C. (2017). Digitale Medien im Unterricht. In M. Abshagen, B. Barzel, J. Kramer, T. Riecke-Baulecke, B. Rösken-Winter & C. Selter (Hrsg.), *Basiswissen Lehrerbildung: Mathematik unterrichten* (S. 200–215). Seelze: Klett/Kallmeyer.

Durkin, K., Mok, P. L. H., & Conti-Ramsden, G. (2013). Severity of specific language impairment predicts delayed development in number skills. *Frontiers in psychology, 4,* 581.

Götze, D. (2015). *Sprachförderung im Matheunterricht.* Berlin: Cornelsen Scriptor.

Hamann, M., Mayer, A., Gabler, L., & Ufer, S. (2018). Spracherwerbsstörungen und mathematische Lernschwierigkeiten. In T. Jungmann, B. Gierschner, M. Meindl, & S. Sallat (Hrsg.), *Sprach- und Bildungshorizonte. Wahrnehmen - Beschreiben - Erweitern* (S. 68–79). Idstein: Schulz-Kirchner Verlag.

Heinzl, C., & Seibt, S. (2014). Zusammenhänge zwischen semantisch-lexikalischen Fähigkeiten und mathematischen Kompetenzen. *Forschung Sprache* (2), 4–19.

Hessisches Kultusministerium (2006). *Richtlinien für Unterricht, Erziehung und sprachheilpädagogische Förderung von Schülerinnen und Schülern mit Sprachbeeinträchtigungen.* Abgerufen von https://kultusministerium.hessen.de/sites/default/files/HKM/richtlinien_sprach_24.05.2006.pdf

Hessisches Kultusministerium (2021). Hinweise zur Erstellung einer förderdiagnostischen Stellungnahme bei vermutetem Anspruch auf sonderpädagogische Förderung im Förderschwerpunkt Sprachheilförderung (SPR). *Amtsblatt 11/2021.* Abgerufen von https://hessisches-amtsblatt.de/wp-content/uploads/online_pdf/pdf_2021/11_2021.pdf.

Klose, R. (2020). PriMaPodcasts als Erhebungsinstrument im bilingualen Kontext. In S. Ladel, R. Rink, C. Schreiber, & D. Walter (Hrsg.), *Befunde für den Mathematikunterricht der Primarstufe* (S. 165–180). Münster: WTM.

Klose, R. (2022). *Mathematische Begriffsbildung. PriMaPodcasts im bilingualen Kontext.* New York: Waxmann.

Krummheuer, G., & Naujok, N. (1999). *Grundlagen und Beispiele Interpretativer Unterrichtsforschung. Qualitative Sozialforschung.* Opladen: Leske + Budrich. https://doi.org/10.1007/978-3-322-95191-5

Kultusministerkonferenz. (1998). *Empfehlungen zum Förderschwerpunkt Sprache.* Abgerufen von https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/pdf/PresseUndAktuelles/2000/sprache.pdf

Kultusministerkonferenz. (2022). Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich. Luchterhand. Abgerufen von https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/2022/2022_06_23-Bista-Primarbereich-Mathe.pdf

Lüdtke, U. & Stitzinger, U. (2017). *Kinder mit sprachlichen Beeinträchtigungen unterrichten. Fundierte Praxis in der inklusiven Grundschule*. München: Ernst Reinhardt Verlag.

Mayer, A. & Motsch, H.-J. (2016). Förderschwerpunkt Sprache. In: Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen (Hrsg.): *Sonderpädagogische Förderschwerpunkte in NRW. Ein Blick aus der Wissenschaft in die Praxis*, S. 28–32.

Quasthoff, U. (2015). Entwicklung der mündlichen Kommunikationskompetenz. In M. Becker-Mrotzek (Hrsg.), *Mündliche Kommunikation und Gesprächsdidaktik* (S. 84–99). Baltmannsweiler: Schneider Verlag Hohengehren GmbH.

Schneider, W., Küspert, P., & Krajewski, K. (2016). *Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen*. Paderborn: Ferdinand Schöningh.

Schreiber, C., & Klose, R. (2014). Audio-Podcasts zu mathematischen Themen - Begriffsbildung mit digitalen Medien. In S. Ladel, & C. Schreiber (Hrsg.): *Von Audio-Podcast bis Zahlensinn* (S. 31–60). WTM.

Vollmer, H. J. (2011). *Schulsprachliche Kompetenzen: Zentrale Diskursfunktionen.* Osnabrück: Universität Osnabrück.

Transkriptionslegende

(< *kursiver Text*)	Beschreibung von Handlungen, Gestik, Körperbewegungen sowie Art und Weise des Sprechens, zeitgleich zu einer gesprochenen Aussage z.B. (<*zeigt auf das Arbeitsblatt*); endet mit *%*
[geschriebener Text]	Verweis auf schriftliche Dokumente, z.B. *[35]*
%	Ende einer Aktion (Gestik, Handlungen, …), siehe oben
#	Äußerungen knüpfen unmittelbar aneinander an, steht hinter dem vorherigen und vor dem folgenden Turn
/	Stimmhebung

Stefan Korntreff [1], Susanne Prediger [1,2], Mike Altieri [3] & Stephan Bach [3]

[1] Technische Universität Dortmund, [2] IPN Kiel/Berlin, [3] Ostbayerische Technische Hochschule Amberg-Weiden

stefan.korntreff@math.tu-dortmund.de

Verstehensorientierung und fokussierte kognitive Aktivierung in Erklärvideos – Designprinzipien und Designelemente

Trotz einer hohen Bedeutsamkeit von Erklärvideos für das fachliche Lernen steht die Ausdifferenzierung fachdidaktisch begründeter Designprinzipien erst am Anfang. Der Beitrag erläutert am Beispiel von Erklärvideos zum Variablenverständnis, mit welchen Designprinzipien und Designelementen verstehensorientierte und kognitiv aktivierende Erklärvideos entwickelt werden können.

1. Fachdidaktische Ausdifferenzierungsbedarfe für das Design und die unterrichtliche Einbettung von Erklärvideos

Erklärvideos haben für formale Bildungszwecke von Jugendlichen eine große Bedeutung: 47 % der vom Rat für Kulturelle Bildung (2019, S. 28) befragten Schülerinnen und Schüler, die YouTube überhaupt nutzen, stuften schon vor der Pandemie Erklärvideos für die Unterstützung schulischen Lernens als wichtig oder sehr wichtig ein, z. B. zum Bearbeiten von Hausaufgaben oder zum Vertiefen des Schulstoffs. Angesichts dieser hohen Bedeutsamkeit von Erklärvideos wirbt Fey (2021, S. 27) für die gezielte mediendidaktische und fachdidaktische Beforschung ihrer Ausgestaltung: „Die Frage ist nicht (mehr), *ob* man mit Erklärvideos besser lernt, sondern *wie* man mit Erklärvideos besser lernt“, und fordert insbesondere dazu auf, die „fachlichen und fachdidaktischen Notwendigkeiten des Erklärens“ zu allgemeinen Gestaltungsprinzipien für Erklärvideos in Beziehung zu setzen.

Interventionsstudien haben gezeigt, dass gut gestaltete Erklärvideos über unterschiedliche Fächer hinweg für viele Wissensarten ein wirksames Lernangebot bilden können: für prozedural-motorische Fähigkeiten, deklaratives Wissen und konzeptuelles Verständnis (Kant, Scheiter & Oschatz, 2017; Kulgemeyer, 2020). Lernwirksamkeit lässt sich auch für den Aufbau von prozeduralen *mathematischen* Fähigkeiten und konzeptuellem *Mathematik*verständnis bescheinigen (Kay & Edwards, 2012; Lloyd & Robertson, 2012). Allerdings hängt die Wirksamkeit der Erklärvideos maßgeblich von ihrer *mediendidaktischen Ausgestaltung* (Findeisen, Horn & Seifried, 2019), der *didaktischen Qualität* (Kulgemeyer, 2020) sowie ihrer *Einbettung in den Lernprozess* (Kant et al., 2017) ab. Während die mediendidaktischen Gestaltungsprinzipien bereits sehr gut analysiert sind (Findeisen et al., 2019), haben didaktische Qualitätsmerkmale und die Gelingensbedingungen der unterrichtlichen Einbettung erheblichen weiteren Ausdifferenzierungsbedarf (Fey, 2021; Kant et al., 2017).

Der vorliegende Beitrag nimmt diese Ausdifferenzierung für zwei übergeordnete Qualitätsmerkmale von Mathematikunterricht vor: *kognitive Aktivierung* und *Verstehensorientierung* (Hiebert & Grouws, 2007). Anknüpfend an den fachübergreifenden Forschungsstand zu instruktionalen Erklärungen (Wittwer & Renkl, 2008) und Erklärvideos (Findeisen et al., 2019) werden in Abschnitt 2 sechs Designprinzipen und ihre Umsetzung in Designelementen für Erklärvideos erläutert, mit denen diese übergreifenden mathematikdidaktischen Qualitätsmerkmale realisiert werden können. Abschnitt 3 konkretisiert die Ausgestaltung anhand eines Erklärvideos zum Lerngegenstand Variablenverständnis in Termen und zeigt auf, wie *gegenstandsspezifisch* die zu treffenden Design-Entscheidungen sind. Die Konkretisierungen der Ausgestaltung des Videos wurden in mehreren Design-Research-Zyklen erarbeitet.

2. Designprinzipien und Designelemente zur Realisierung kognitiv aktivierender und verstehensorientierter Erklärvideos

2.1 Designprinzipien und -elemente für kognitive Aktivierung

Gemäß dem (gleichermaßen instruktionspsychologischen und mathematikdidaktischen) Qualitätsmerkmal *kognitive Aktivierung* (*KA*) sind Lehr-Lernprozesse lernwirksamer für den Wissensaufbau, wenn Lernende neben Routinehandlungen und rezeptiven Erkenntnisaktivitäten auch in anspruchsvollere kognitive Aktivitäten und eigenständige Erkenntnisaktivitäten involviert werden (Henningsen & Stein, 1997; Hiebert & Grouws, 2007), die die jeweils relevanten Wissenselemente fokussieren (Renkl, 2015). Dies gilt für alle Phasen des Wissensaufbaus: Erarbeiten, Systematisieren und Üben (Freudenthal, 1973; Prediger et al., 2021). Da Erklärvideos zunächst vor allem die Rezeption anregen, ist kognitive Aktivierung nur durch die Anreicherung des Erklärvideos mit Designelementen zu erreichen, die vor, während oder nach dem Videoschauen passende kognitive Aktivitäten initiieren (durch Aufgaben, Drag-and-Drop-Elemente, usw.). Sie sind nach drei zusammenhängenden Designprinzipien zu gestalten:

KA1: Einbindung in aktiven Wissensaufbau über mehrere Phasen. Wittwer und Renkl (2008) betonen in ihrem Survey zu instruktionalen Erklärungen die Relevanz der kognitiven Aktivierung beim Verarbeiten der Erklärung: Wirksam sind instruktionale Erklärungen vor allem dann, wenn sie die aktiven Wissenskonstruktionsprozesse der Lernenden nicht ersetzen, indem sie z. B. die Gelegenheiten zum Nacherfinden nehmen. Vielmehr sollten die Erklärungen in die kognitiv aktive Wissenskonstruktion der Lernenden integriert werden. Wittwer und Renkl (2008) arbeiten in ihrem Survey dementsprechend heraus, dass instruktionale Erklärungen besonders in Situationen lernwirksam sind, in denen sie Lernende bei folgenden Erkenntnisaktivitäten unterstützen: bestehendes Wissen verallgemeinern, Wissenslücken schließen, Fehlvorstellungen revidieren oder vorhandenes Wissen ordnen. Wenn Erklärvideos in der Erarbeitungsphase eingesetzt werden, müssen sie daher durch aktive Verarbeitungsaufträge in der Systematisierungsphase ergänzt werden, wie in Flipped Classroom-Ansätzen für Lerngegenstände, die Vorab-Informationen erfordern (Lo, Hew & Chen, 2017). Besonders effektiv können Erklärvideos auch in der Systematisierungsphase eingesetzt werden, wenn sie im Anschluss an eigenaktive Erkundungen der Lernenden anhand von Aufgaben typische Ergebnisse aufgreifen und ggf. korrigieren (Loibl, Roll & Rummel, 2017). Für beide Ansätze sind Aufgabensequenzen zum Anregen reichhaltiger Erkenntnisaktivitäten wichtige rahmende Designelemente.

KA2: Unterstützung relevanter kognitiver Verarbeitung. Auch aus mediendidaktischer Perspektive (Mayer, 2014) wird die Notwendigkeit gehaltvoller kognitiver Aktivitäten für die Verarbeitung von Information betont. Aufgrund der begrenzten Kapazitäten des Arbeitsgedächtnisses ist insbesondere die Reduktion von unnötigem Cognitive Load bei multimedialen Lernangeboten wie Erklärvideos entscheidend, um die kognitiven Aktivitäten auf die relevanten Informationen zu fokussieren und irrelevante Informationen auszublenden. Damit bleiben Kapazitäten frei, um die relevanten Informationen in die eigenen mentalen Modelle zu integrieren. Interaktionselemente wie Drag-and-Drop-Elemente oder Selbsterklärungsimpulse gelten als hilfreiche Designelemente, um gehaltvolle kognitive Aktivität zu relevanten Informationen zu initiieren. Vermeidung unnötiger Ablenkung und gezielte Text-Bild-Integration sind dabei stets zu berücksichtigen (Mayer, 2014).

KA3: Fokussierte kognitive Aktivierung. Die geforderte Fokussierung auf relevante Aspekte in *KA2* wird instruktionspsychologisch und fachdidaktisch ausgeschärft und geht über Cognitive Load bei der Informationsverarbeitung hinaus: Nur wenn tatsächlich die *relevanten* Wissenselemente fokussiert werden, gelingt der Wissensaufbau (Renkl, 2015), dies gilt auch für digitale Medien (Scheiter, 2021). Instruktionale Erklärungen (wie in Erklärvideos) erweisen sich insbesondere dann als lernwirksam, wenn die *fachlich* relevanten Konzepte und Prinzipien überhaupt erklärt werden, wenn konzeptuelle Beziehungen und Unterschiede expliziert werden, und wenn konkrete Beispiele explizit an dahinter liegende Prinzipien zurückgebunden werden (Wittwer & Renkl, 2008). Eine gelungene Fokussierung des Erklärvideos und der bereits genannten Designelemente zur kognitiven Aktivierung erfordert daher die fachdidaktische Spezifizierung der jeweils zu fokussierenden Verstehens- und Kalkülelemente und ihrer Beziehungen (Korntreff & Prediger, 2022).

2.2 Designprinzipien und -elemente für Verstehensorientierung

Die Forderung der *fachlichen* Fokussierung wirft die *fachdidaktische* Frage auf, welche mathematischen Wissenselemente genau in den Erklärvideos fokussiert werden sollen. Hierbei folgen wir dem mathematikdidaktischen Qualitätsmerkmal der *Verstehensorientierung* (Hiebert & Carpenter, 1992), demgemäß mathematische Lernumgebungen nicht nur kalkülbezogene Lerngelegenheiten bieten sollen, sondern vor allem auch verstehensbezogene: D. h. Lerngelegenheiten zum Aufbau von Verständnis für mathematische Konzepte, Operationen und Zusammenhänge sowie zum Anknüpfen symbolischer und kalkülbezogener Wissenselemente an das inhaltliche Verständnis der relevanten Konzepte und Operationen (Prediger, 2009). Zur Realisierung nutzen wir drei Designprinzipien:

VO1: Explizieren und Verknüpfen von Verstehens- (und ggf. Kalkül-)elementen. Verständnis von mathematischen Konzepten, Operationen und Kalkülen wird charakterisiert als mentales Netz der Verstehens- und Kalkülelemente, aus denen sie zusammengesetzt sind, dieses Netz lässt sich dann zu übergeordneten Konzepten verdichten (Korntreff & Prediger, 2022 in Weiterentwicklung von Drollinger-Vetter, 2011; Hiebert & Carpenter, 1992). Verstehensbezogene Lernangebote müssen daher die relevanten Verstehens- und Kalkülelemente explizieren und in Beziehung setzen (Renkl, 2015). Mit Blick auf dieses Prinzip wurde die Verstehensqualität von 50 YouTube-Videos zur elementaren Algebra untersucht und ein sehr breites Qualitätsspektrum aufgezeigt (Korntreff & Prediger, 2022): Während in vielen Erklärvideos bestimmte als relevant spezifizierte Verstehenselemente kaum vorkommen und nur selten expliziert oder vernetzt werden, zeigen einige Videos, dass dies sehr wohl möglich ist.

VO2: Darstellungsvernetzung. Gemäß dem Designprinzip *Darstellungsvernetzung* werden inhaltliche Vorstellungen aufgebaut, indem graphische, kontextuelle, verbale, symbolisch-algebraische und symbolisch-numerische Darstellungen vernetzt werden. *Vernetzen* geht über das Wechseln von Darstellungen hinaus, indem Lernende auch erklären sollen, wie einzelne Strukturelemente einer Darstellung in der nächsten zu finden sind (Renkl et al., 2013). In Erklärvideos können Darstellungsvernetzungen angeregt werden durch gleichzeitiges Vorkommen, dynamisches Vernetzen und explizite Thematisierung, welche mathematischen Ideen wie in verschiedenen Darstellungen zu sehen sind. Designelemente wie Drag-and-Drop-Elemente können zum Zuordnen von Darstellungen auffordern und Selbsterklärungsimpulse das Erklären der Vernetzung einfordern.

VO3: Ausbau bedeutungsbezogener Denksprache. Wenn Lernende selbst Erklärungen geben sollen, um Verstehenselemente zu explizieren und zu verknüpfen sowie um die Darstellungsvernetzung zu erläutern, müssen viele dafür erst ihre gegenstandsspezifische bedeutungsbezogene Denksprache erweitern (Prediger, 2022). Das Erklärvideo, eingebettet in vor- und nachbereitende Aufgaben, kann den Ausbau dieser Sprache unterstützen, indem Sprachmittel angeboten, explizit kontrastiert und mit anderen Darstellungen vernetzt werden und die Nutzung der Sprachmittel durch Erkläraufträge angeregt wird.

3. Ausgestaltung und Einbettung eines kognitiv aktivierenden und verstehensorientierten Erklärvideos zum Variablenverständnis

Im Folgenden wird vorgestellt, wie die erläuterten Designprinzipien exemplarisch für einen mathematischen Lerngegenstand konkret umgesetzt werden können: In Schritt 1 werden zunächst die relevanten Verstehens- und Kalkülelemente für den gewählten Lerngegenstand spezifiziert (Abschnitt 3.1). Diese werden dann in Schritt 2 durch entsprechende Designelemente der kognitiven Aktivierung im Erklärvideo fokussiert, expliziert und verknüpft (Abschnitt 3.2).

3.1 Schritt 1: Spezifizierung der zu fokussierenden Verstehens- und Kalkülelemente für das Verständnis von Variablen in Termen

Das wichtigste Konzept der elementaren Algebra ist das Variablenkonzept, denn es ermöglicht zwei für die Algebra zentrale Denktätigkeiten: das *Verallgemeinern von Beziehungen zwischen Größen* mit Hilfe von Termen und Formeln und ein *algebraisches Suchen unbekannter Größen* ausgehend von Bestimmungsgleichungen (bspw. $2x + 5 = 9$), welches über ein systematisches Probieren hinausgeht, indem die unbekannte Größe so genutzt wird, als wäre sie bereits bekannt (Radford, 2014). Für den Verstehensaufbau müssen Lernende die Symbolisierung der Variable durch einen Buchstaben mit inhaltlicher Bedeutung versehen (Malle, 1993). Eine inhaltliche Verknüpfung des Buchstabens mit der Vorstellung der Variable als Unbestimmter bedeutet bspw., dass die Lernenden den Buchstaben als nützliches Mittel erfahren können, um unzählige symbolisch-numerische Terme kompakt in einem symbolisch-algebraischen Term zu erfassen.

Während die Variable in Tätigkeiten des Verallgemeinerns als *unbestimmte Zahl* gedeutet werden muss, die für alle möglichen Zahlen stehen kann, steht die Variable in Tätigkeiten des Suchens unbekannter Größen allerdings für *festgelegte unbekannte Zahlen*, die herausgefunden werden müssen (Malle, 1993). Die konzeptuellen Unterschiede zwischen beiden Verstehenselementen sind vielen Lernenden unklar, dies zeigt sich an der Vermischung von Sprachmitteln für die Unbestimmte und die Unbekannte („In dem allgemeinen Term weiß ich die Zahl noch nicht") und an Schwierigkeiten beim Umdeuten, z. B. beim Übergang von $y = 2x + 5$ zu $2x + 5 = 9$. Damit Lernende die Variablen-Deutungen unterscheiden lernen, sind folgende Maßnahmen vielversprechend: umfassende Eingewöhnung in Tätigkeiten des Verallgemeinerns (Malle, 1993), bewusste Nutzung bedeutungsbezogener Sprache zur Unterscheidung beider Variablenvorstellungen, explizites Vergleichen der konzeptuellen Unterschiede und Sinnstiftung aus relevanten Tätigkeiten.

3.2 Schritt 2: Gegenstandsbezogene Konkretisierung der Designelemente

Der Aufbau der Vorstellung der Variable als Unbestimmter wird verankert in Tätigkeiten des Verallgemeinerns. Dazu dienen Erarbeitungsaufgaben wie in Abb. 1. Allerdings erfinden viele Lernende die Buchstabenvariable nicht eigenständig nach, sondern verbleiben bei (ggf. generischen) Zahlen und Wortvariablen. Dieser Abstraktionsschritt kann also sinnvoll in der Systematisierungsphase durch ein Erklärvideo unterstützt werden. Um die Lernenden auf diese Abstraktion vorzubereiten, erarbeiten sie verschiedene numerische Terme, erkunden deren Struktur (Was bleibt gleich? Was verändert sich?) und versuchen sich an eigenen Verallgemeinerungen (Abb. 1). Die eigenaktiven Erarbeitungen der Lernenden werden im anschließenden Erklärvideo aufgegriffen und systematisiert, wodurch eine *Einbindung des Erklärvideos in den aktiven Wissensaufbau über mehrere Phasen* (*KA1*) angestrebt wird. Um den Lernenden ihre weiteren Lernbedarfe und damit die Relevanz des Erklärvideos sichtbar zu machen, werden sie im Anschluss an die Erarbeitung zur Sammlung ihrer offenen Fragen aufgefordert (*KA1*).

E-Scooter-Aufgabe

a)
- Ergänze die fehlenden Werte in Tills Tabelle. Für den 2. Juni kannst du dir **irgendeine** Fahrzeit aussuchen.
- Notiere Überschriften für die Spalten.
- Vervollständige die letzte Zeile.

b) Erkläre in eigenen Worten:
- Was bedeutet die Rechnung in der markierten Zelle in der letzten Zeile? Was rechnest du damit aus?
- Was bedeutet für dich **„jede beliebige Fahrzeit“**?
- Warum stimmt die Rechnung in der markierten Zelle für jede beliebige Fahrzeit?

E-Scooter-Servicepreis
0,15 € pro Minute und
1 € für's Entsperren

Tag	Fahrzeit (in min)	Preis für Minuten	Term für Gesamtkosten	Gesamt-kosten in €
16. Mai	20	20 · 0,15	20 · 0,15 + 1	4,00
19. Mai	12	12 · 0,15	12 · 0,15 + 1	2,80
24. Mai	27	27 · 0,15	27 · 0,15 + 1	5,05
29. Mai	33	33 · 0,15	33 · 0,15 + 1	5,95
02. Juni	42	42 · 0,15	42 · 0,15 +1	7,30
Für jede beliebige Fahrzeit:	x	x · 0,15	x · 0,15 + 1	

Abbildung 1: Auszug aus den Erarbeitungsaufgaben vor dem Erklärvideo

Der Einsatz des Erklärvideos in der Systematisierung verfolgt auch den Zweck, Fehlvorstellungen der Lernenden aufzugreifen und ihnen Korrekturangebote zu unterbreiten (*KA1*). Bspw. führen die eigenständigen Verallgemeinerungen der Lernenden in der Regel zur Nutzung generischer Beispielzahlen oder Wortvariablen (in der letzten Tabellenzeile in Abb. 1). Für einige Lernende geht dies mit der Deutung einher, dass für die Variable immer eine feste Zahl gefunden oder eingesetzt werden *muss*. Hier zeigt sich eine typische Vermischung der Vorstellung der Variable als Unbestimmter und als Unbekannter, denn *allgemeine* Beschreibungen mit Hilfe der Variable als Unbestimmter zeichnen sich dadurch aus, dass gerade keine konkrete Zahl gewählt werden *muss*. Im Erklärvideo wird daher der konzeptuelle Unterschied zwischen generisch gewählten Beispielen und jeder beliebigen Zahl explizit anhand der letzten beiden Zeilen der Fahrzeittabelle (Abb. 2) herausgearbeitet (*VO1: Verknüpfen von Verstehenselementen*).

Die Analyse vorangegangener Designexperimente zeigte, dass der konzeptuelle Unterschied zwischen einem generisch gewählten Beispiel und jeder beliebigen Zahl auch auf sprachlicher Ebene adressiert werden muss: Manche Lernende assoziieren Sprachmittel wie „irgendeine Zahl“ oder „x-beliebige Zahl“ mit der Bedeutung der Variable als einer gesuchten festen Zahl, die man sich aussuchen muss. Daher wurde im Video als Sprachvorbild „irgendeine Zahl“ für generische Beispiele reserviert und explizit vom Sprachmittel „jede beliebige Zahl“ abgegrenzt (*VO3: Ausbau der bedeutungsbezogenen Denksprache*)

Die Fokussierung auf den konzeptuellen Unterschied zwischen „irgendeiner festen Zahl“ und „jeder beliebigen Zahl“ (*KA3*) erfolgt durch den gezielten Einsatz von geschriebenem Text: Nach der ausführlichen Erläuterung, dass „jede beliebige Fahrzeit“ gerade nicht bedeutet, dass man sich eine Fahrzeit aussuchen muss, wird ein Merksatz im Videobild eingeblendet, ohne dass dabei gesprochen wird (Abb. 2). Hierdurch wird auf die relevante verdichtete Information fokussiert und das Arbeitsgedächtnis nicht durch unnötige Information (gesprochene Sprache) überlastet (*KA2*). Zudem wird die Unterscheidung zwischen „irgendeiner festen“ und „jeder beliebigen Zahl“ auch am Ende des Videos in einer interaktiven Single-Choice-Aufgabe fokussiert (Welche Aussage ist die richtige? Eine Variable steht für…), welche durch den zusätzlichen Selbsterklärungsimpuls, die Auswahl zu begründen, begleitet wird (*KA3*).

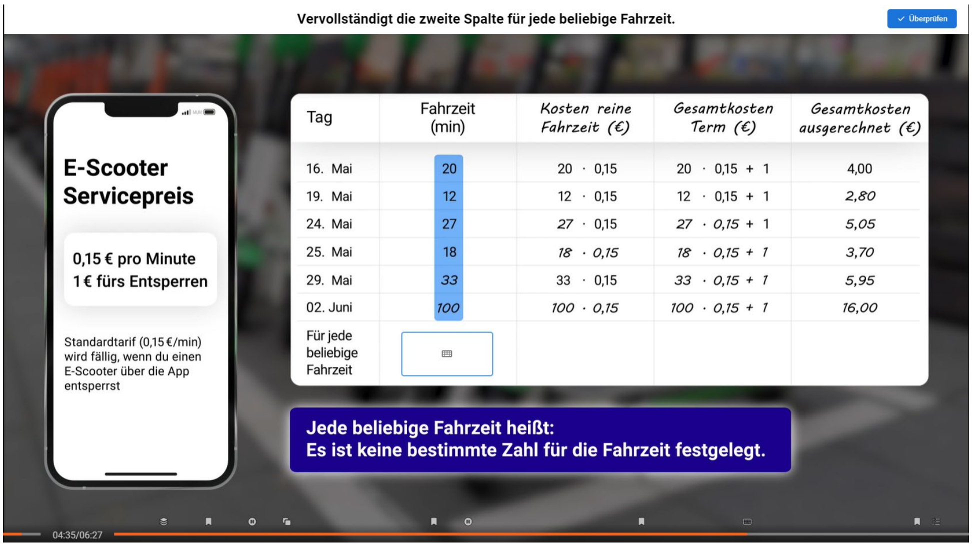


Abbildung 2: Interaktionselement (offene Eingabe) und visuelle Hervorhebung zur Fokussierung der kognitiven Aktivitäten auf die Variable als Unbestimmte

Die konzeptuell relevante Verknüpfung der Symbolisierung der Variable durch einen Buchstaben mit ihrer inhaltlichen Deutung als Unbestimmte wird im Video adressiert (*VO1: Verknüpfen von Verstehens- und Kalkülelementen*) und durch ein Interaktionselement fokussiert (*KA3*). Abbildung 2 zeigt die Aufforderung zu einer offenen Eingabe für jede beliebige Fahrzeit im Anschluss an die ausführliche Erklärung, dass jede beliebige Fahrzeit gerade nicht bedeutet, dass eine bestimmte Zahl festgelegt ist. Hierdurch wird die Beschreibung *aller* relevanten Zahlen durch die Buchstabenvariable in den Aufmerksamkeitsfokus der Lernenden gerückt.

Die farbliche Hervorhebung der Einträge in der Fahrzeit-Spalte (Abb. 2) übernimmt zwei Funktionen: Einerseits soll sie die Lernenden bei der vertikalen Sichtweise auf die Tabelle unterstützen, die bedeutsam ist, um die relevante Veränderung in den Termen wahrzunehmen (*KA3*). Weiterhin soll hierdurch und durch die gleichfarbige Umrandung in der letzten Tabellenzeile auch eine Darstellungsvernetzung unterstützt werden (*VO2*): *alle* numerischen Einträge der Fahrzeitspalte werden durch die Buchstabenvariable in der letzten Tabellenzeile (Abb. 1) erfasst.

Im Sinne der *Einbindung des Erklärvideos in den aktiven Wissensaufbau über mehrere Phasen* (*KA1*) werden die Lernenden einerseits im Anschluss an die Arbeit mit dem Video aufgefordert, ihre offenen Fragen zu beantworten, die sie vor der Videobearbeitung hatten. Andererseits werden die wichtigsten thematisierten Konzepte und Unterschiede in anschließenden Aufgaben geübt und vertieft.

4. Zusammenfassung und Ausblick

In Abbildung 3 werden die Designprinzipien und -elemente zur gegenstandsbezogenen Realisierung von kognitiver Aktivierung und Verstehensorientierung zusammengefasst. Sie enthält auch ein drittes wichtiges Qualitätsmerkmal: Adaptivität. Gerade fokussierte kognitive Aktivierung (*KA3*), Explizieren und Verknüpfen von Verstehenselementen (*VO2*) und Ausbau der bedeutungsbezogenen Denksprache (*VO3*) gelingen nur, wenn die Lernangebote und Aufträge zum jeweiligen

Stand der Wissenskonstruktion der Lernenden passen, daher sind adaptives Feedback und ggf. adaptive Vertiefungen bedeutsam (Mayer, 2014), auch wenn sie in diesem Beitrag nicht thematisiert wurden.

Designprinzipien	Gegenstandsbezogene Designelemente für das Erklärvideo und unterrichtliche Einbettung
Kognitive Aktivierung	
KA1: **Einbindung in aktiven Wissensaufbau über mehrere Phasen**	**Erarbeiten** vor dem Einsatz des Videos: • eigenständig zu bearbeitende Erarbeitungsaufgaben • metakognitive Aktivierung durch Bewusstmachen eigener Lernbedarfe; hier durch Impulse zum Sammeln offener Fragen aus der Erarbeitungsphase **Systematisieren** mit dem Erklärvideo: • Segmentierung des Erklärvideos mit unterbrechenden Interaktionselementen • metakognitive Aktivierung zur Integration des Gelernten; hier durch Impulse zur anschließenden Reflexion, ob eigene Fragen beantwortet wurden **Üben** und Vertiefen nach dem Erklärvideo: • Durcharbeitung des Systematisierten durch Follow-Up-Aufgaben; hier durch anschließende Arbeitsaufträge zum Üben und Vertiefen des Videoinhalts
KA2: **Unterstützung relevanter kognitiver Verarbeitung**	• Vermeidung unnötiger oder redundanter Sprach- und Bildinformation, insbes. bewusster Einsatz von geschriebenem Text; hier u. a. durch stummes Einblenden eines Merksatzes • Sprachliche oder visuelle Hervorhebung relevanter Information; hier bspw. die vertikale Blickrichtung auf die Tabelle (siehe Abb. 2) • Segmentierung des Erklärvideos in inhaltliche Sinnabschnitte • Einsatz von Selbsterklärungsimpulsen; hier u. a. zur Erläuterung der Darstellungsvernetzung von verbaler und symbolisch-numerischer Beschreibung eines Terms • Einsatz von Interaktionselementen; hier u. a. Single-Choice-Aufgaben am Ende des Videos zur Zusammenfassung der wichtigsten Videoinhalte
KA3: **Fokussierte kognitive Aktivierung**	• Thematisierung der fachlich relevanten Konzepte; hier der Variable als unbestimmter Zahl • Explizites Herausarbeiten konzeptueller Beziehungen und Unterschiede; hier bspw. des Unterschieds zwischen der Variable als unbestimmter Zahl und als einer wählbaren Zahl • Nutzung der Designelemente aus KA1/KA2, um **relevante** Konzepte und Beziehungen zu fokussieren, z. B. durch Hervorhebung, Interaktionselemente oder Selbsterklärungsprompts
Verstehensorientierung	
VO1: **Explizieren und Verknüpfen von Verstehens- (und ggf. Kalkül-) elementen**	• Explizieren des Konzepts der Variable als Unbestimmter; hier durch ausführliche Erläuterung des Konzepts aufbauend auf das Vorwissen der Lernenden aus der Erarbeitung • In-Beziehung-Setzen der Symbolisierung der Variable durch einen Buchstaben und der Deutung der Variable als Unbestimmter; hier durch Herausarbeiten der Verallgemeinerung vieler numerischer Terme in einem algebraischen Term, durch offene Eingabe (Abb. 2) • Explizites Abgrenzen der Deutung der Variable als unbestimmter / einer wählbaren Zahl; hier durch explizites Kontrastieren mit Fehlvorstellungen in letzten 2 Zeilen der Tabelle (Abb. 1/2)
VO2: **Darstellungsvernetzung**	• Vernetzung von symbolisch-algebraischer Darstellung der Variable durch Buchstaben mit vielen numerischen Werten; hier durch farbliche Hervorhebung der Tabellenspalte (Abb. 2) • Vernetzung numerischer und symbolisch-algebraischer Darstellung von Termen mit verbaler Darstellung; hier durch Drag&Drop-Elemente mit Distraktoren fehlerhafter Verbalisierungen
VO3: **Ausbau bedeutungsbezogener Denksprache**	• Angebot von Sprachmitteln für bedeutungsbezogene Denksprache; hier u. a. durch explizite Unterscheidung von „irgendeiner festgelegten Zahl“ und „jeder beliebigen Zahl“ • Erkläraufträge zur Nutzung angebotener Denksprache; hier durch Selbsterklärungsprompts
Adaptivität	(hier nicht thematisiert)
	• Adaptives Feedback • Adaptive Weiterführung der Aufgaben / Videos

Abbildung 3: Gegenstandsbezogene Umsetzung von Kognitiver Aktivierung und Verstehensorientierung (und Adaptivität) durch Designprinzipien und Designelemente für Erklärvideos

Das vorgestellte Beispiel verdeutlicht, wie gegenstandsspezifisch die Design-Entscheidungen sind. Sie werden zunächst durch den existierenden gegenstandsbezogenen Forschungsstand (in unserem Fall zur elementaren Algebra) fundiert und bedürfen dann der prozessbezogenen Tiefenanalysen in Designexperimenten, um tatsächlich die notwendige Fokussierung und Adaptivität zu erreichen (Fey, 2021). In unserem Forschungsprozess werden derzeit durchgeführte Designexperimente tiefgehend analysiert und danach mit weiterentwickelten Lernumgebungen Wirksamkeitsstudien zur Wirkung spezifischer Designelemente durchgeführt.

Insgesamt erhoffen wir uns, damit für mathematikbezogene Erklärvideos (in Schule und Hochschule) die Vorgehensweisen zur Herstellung didaktischer Qualität und einer professionelleren Medienproduktion zu fundieren, die mediendidaktische, instruktionspsychologische und gegenstandsbezogen fachdidaktische Aspekte systematisch integrieren.

Förderung: Der Beitrag entstand im Projekt *MuM-Video – Erklärvideos als Ressource für fach- und sprachintegrierten Mathematikunterricht*, das von 2020–24 vom Bundesministerium für Bildung und Forschung gefördert wird (Förderkennzeichen 01JD2001A, Projektleitung S. Prediger und M. Altieri).

Literatur:

Drollinger-Vetter, B. (2011). Verstehenselemente und strukturelle Klarheit: Fachdidaktische Qualität der Anleitung von mathematischen Verstehensprozessen im Unterricht. Münster: Waxmann.

Fey, C.-C. (2021). Erklärvideos – eine Einführung zu Forschungsstand, Verbreitung, Herausforderungen. In E. Mattes, S. T. Siegel & T. Heiland (Hrsg.), Lehrvideos – das Bildungsmedium der Zukunft? (S. 15–30). Bad Heilbrunn: Julius Klinkhardt.

Findeisen, S., Horn, S. & Seifried, J. (2019). Lernen durch Videos: Empirische Befunde zur Gestaltung von Erklärvideos. MedienPädagogik, 2019 (Occ. Papers), 16–36.

Freudenthal, H. (1973). Mathematics as an educational task. Dordrecht: Reidel.

Henningsen, M. & Stein, M. K. (1997). Mathematical tasks and student cognition: classroom-based factors that support and inhibit high-level mathematical thinking and reasoning. Journal for Research in Mathematics Education, 28(5), 524–549. doi:10.2307/749690

Hiebert, J. & Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. In D. A. Grouws (Hrsg.), Handbook of research on mathematics teaching and learning (S. 65–97). New York: Macmillan.

Hiebert, J. & Grouws, D. A. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. In F. K. Lester (Hrsg.), Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning (S. 371–404). Charlotte: Information Age.

Kant, J. M., Scheiter, K. & Oschatz, K. (2017). How to sequence video modeling examples and inquiry tasks to foster scientific reasoning. Learning and Instruction, 52, 46–58. doi:10.1016/j.learninstruc.2017.04.005

Kay, R. & Edwards, J. (2012). Examining the use of worked example video podcasts in middle school mathematics classrooms: a formative analysis. Canadian Journal of Learning and Technology, 38(2), 1–20.

Korntreff, S. & Prediger, S. (2022). Verstehensqualität von YouTube-Erklärvideos – Konzeptualisierung und Analyse am Beispiel algebraischer Konzepte. Journal für Mathematikdidaktik, 43(2), 281–310. doi:10.1007/s13138-021-00190-7

Kulgemeyer, C. (2020). A framework of effective science explanation videos informed by criteria for instructional explanations. Research in Science Education, 50, 2441–2462. doi:10.1007/s11165-018-9787-7

Lloyd, S. A. & Robertson, C. L. (2012). Screencast tutorials enhance student learning of statistics. Teaching of Psychology, 39(1), 67–71. doi:10.1177/0098628311430640

Lo, C. K., Hew, K. F. & Chen, G. (2017). Toward a set of design principles for mathematics flipped classrooms: A synthesis of research in mathematics education. Educational Research Review, 22, 50–73. doi:10.1016/j.edurev.2017.08.002

Loibl, K., Roll, I. & Rummel, N. (2017). Towards a Theory of When and How Problem Solving Followed by Instruction Supports Learning. Educational Psychology Review, 29(4), 693–715. doi:10.1007/s10648-016-9379-x

Malle, G. (1993). Didaktische Probleme der elementaren Algebra. Wiesbaden: Vieweg+Teubner.

Mayer, R. E. (2014). Cognitive theory of multimedia learning. In R. E. Mayer (Hrsg.), The Cambridge Handbook of Multimedia Learning (S. 43–71). Cambridge: Cambridge University Press.

Prediger, S. (2009). Inhaltliches Denken vor Kalkül. In A. Fritz & S. Schmidt (Hrsg.), Fördernder Mathematikunterricht in der Sek. I (S. 213–234). Weinheim: Beltz.

Prediger, S. (2022, im Druck). Enhancing language for developing conceptual understanding. In J. Hodgen et al. (Hrsg.), Proceedings of 12th Congress of the European Society for Research in Math. Education (CERME 12). Bolzano: ERME / HAL.

Prediger, S., Barzel, B., Hußmann, S. & Leuders, T. (2021). Towards a research base for textbooks as teacher support: The case of engaging students in active knowledge organization in the KOSIMA project. ZDM – Mathematics Education, 53(6), 1233–1248. doi.org/10.1007/s11858-021-01245-2

Radford, L. (2014). The progressive development of early embodied algebraic thinking. Mathematics Education Research Journal, 26(2), 257–277.

Rat für Kulturelle Bildung (2019). Jugend/YouTube/Kulturelle Bildung. Horizont 2019. www.rat-kulturelle-bildung.de/fileadmin/user_upload/pdf/Studie_YouTube_Webversion_final.pdf

Renkl, A. (2015). Different roads lead to Rome: the case of principle-based cognitive skills. Learning: Research and Practice, 1(1), 79–90.

Renkl, A., Berthold, K., Große, C. S. & Schwonke, R. (2013). Making better use of multiple representations: How fostering metacognition can help. In R. Azevedo & V. Aleven (Hrsg.), International Handbook of Metacognition and Learning Technologies (S. 397–408). New York: Springer.

Scheiter, K. (2021). Lernen und Lehren mit digitalen Medien: Eine Standortbestimmung. Zeitschrift für Erziehungswissenschaft, 24(5), 1039–1060.

Wittwer, J. & Renkl, A. (2008). Why instructional explanations often do not work: a framework for understanding the effectiveness of instructional explanations. Educational Psychologist, 43(1), 49–64. doi:10.1080/0046152070175642

Jonas Lache, Nadine da Costa Silva & Katrin Rolka

Ruhr-Universität Bochum, jonas.lache@ruhr-uni-bochum.de

Individuelles Feedback und vielfältige Repräsentationen: Einsatz digitaler Mathematikaufgaben in der Schule

*Digitale Mathematikaufgaben bieten verschiedene Möglichkeiten zur Berücksichtigung der Heterogenität von Lernenden, zum Beispiel durch individuelles Feedback. In diesem Beitrag wird eine offene digitale Umkehraufgabe zu Boxplots vorgestellt, deren Feedback auf der Grundlage der eingegebenen Antwort automatisch generierte Grafiken enthält. Untersucht wurden die vielfältigen Strategien von Schüler*innen bei der Bearbeitung dieser mit STACK erstellten Aufgabe sowie der Umgang mit dem hinterlegten Feedback.*

1. Einleitung

Eine individuelle Förderung und das Ermöglichen eines Zugangs zum Lerngegenstand für alle Schüler*innen sind wichtige Anliegen von (Mathematik-)Unterricht (z. B. Pliquet, Selter & Korten, 2017). Dabei ist für nachhaltiges Lernen insbesondere das Prinzip der Verstehensorientierung, also die Orientierung an konzeptuellem Verständnis, zentral (vgl. Knipping, Korff & Prediger, 2017). Aus diesem Grund sollten verstehensorientierte Aufgaben im Unterricht einen hohen Stellenwert einnehmen, um so den Aufbau inhaltlichen Denkens zu fokussieren (vgl. ebd.). Für den Aufbau individueller Vorstellungen wird darüber hinaus die Vernetzung von Darstellungen, wie beispielsweise von grafischen und symbolischen Repräsentationen, relevant (vgl. ebd.). Allerdings ist es bei verstehensorientierten Aufgaben und insbesondere solchen, für die es nicht nur eine Lösung gibt, für Lehrkräfte schwierig bis unmöglich, allen Schüler*innen ein individuelles Feedback zu geben. In diesen Bereichen eröffnen digitale Aufgaben neue Möglichkeiten (vgl. da Costa Silva, Lache & Rolka, 2022; Sangwin, 2015). So können offene Aufgaben digital umgesetzt werden, bei denen verschiedene Lösungswege zugelassen werden und mehrere richtige Lösungen existieren (vgl. Sangwin, 2015). Hierzu kann Feedback individuell und automatisch vergeben werden. Es kann auch Grafiken enthalten, die auf Basis der individuell gegebenen Antwort der Lernenden automatisch generiert werden. Letzteres eröffnet die Vernetzung verschiedener Repräsentationen. Mit der Aufgabe „Boxplot“ wurde eine digitale Aufgabe entwickelt, die diese Aspekte berücksichtigt. Die Aufgabe wurde in einer qualitativen Studie mit Schüler*innen aus Jahrgangsstufe 8 erprobt.

Im Folgenden wird zunächst auf theoretische Aspekte zum Umgang mit Heterogenität, zu Feedback und zu digitalen Aufgaben eingegangen. Danach folgt die Vorstellung der digitalen Aufgabe „Boxplot“, die einen zentralen Stellenwert in der Studie einnahm. Im Anschluss wird das Design der Studie beschrieben, in der die Aufgabe mit Schüler*innen beforscht wurde. Die Ergebnisse der Studie werden anschließend vor dem Hintergrund der Forschungsfragen vorgestellt, bevor der Beitrag mit einer Diskussion und einem Fazit schließt.

2. Theoretische Aspekte

Umgang mit Heterogenität. Schüler*innen unterscheiden sich unter anderem in ihren Lernwegen und Strategien, aber auch hinsichtlich ihrer inhaltsbezogenen Kompetenzen (vgl. Knipping et al., 2017). Um allen Schüler*innen einen Zugang zum Lerngegenstand zu ermöglichen, ist es wichtig, sich ihrer heterogenen Lernvoraussetzungen bewusst zu sein. Insbesondere sollten diese in Lernangeboten berücksichtigt werden, um Lernende bestmöglich individuell zu fördern (vgl. Pliquet et al., 2017). Von besonderer Bedeutung sind daher Aufgaben, die eine Berücksichtigung verschiedener Heterogenitätsfacetten ermöglichen, beispielsweise durch das Zulassen vielfältiger Lösungen und Strategien, die Nutzung unterschiedlicher Repräsentationen und die Bereitstellung individueller Hilfen und individuellen Feedbacks (vgl. da Costa Silva et al., 2022; Pliquet et al., 2017). Digitale Aufgaben, die auf fachdidaktischer Grundlage konzipiert werden, haben in diesem Zusammenhang besonderes Potenzial (vgl. da Costa Silva et al., 2022; Klinger, Thurm, Barzel, Greefrath & Büchter, 2018). Für die Adaptivität von Aufgaben, also die Passung einer Aufgabe zu Lernvoraussetzungen und -bedarfen, sind Kenntnisse zu möglichen Lernwegen und Schwierigkeiten der Schüler*innen relevant (vgl. Knipping et al., 2017). Diese Kenntnisse können schließlich für die Konstruktion digitaler Aufgaben und adaptiven Feedbacks genutzt werden.

Gestaltung lernförderlichen Feedbacks. Feedback gilt als „eine der einflussreichsten Größen für den Lernprozess“ (Hattie & Timperley, 2016, S. 230). Schlecht gestaltetes Feedback kann allerdings negative Auswirkungen auf den Lernprozess haben (Kluger & DeNisi, 1996), wohingegen Feedback grundsätzlich als effektiver gilt, wenn es ausführlich ist (vgl. Mason & Bruning, 2001). Insbesondere sind konkrete Informationen, was verbessert werden kann, hilfreicher als eine reine Verifizierung, also nur die Rückmeldung, ob die gegebene Antwort richtig oder falsch ist (Shute, 2008). Wird Feedback digital in Form von Texten vergeben, sollten diese klar und neutral formuliert sein, aber auch mit anderen Darstellungsformen verbunden und kombiniert werden (ebd.). Pinkernell, Gulden und Kalz (2020) fanden zudem Hinweise darauf, dass digital vergebenes Feedback, in dem Fehler der Lernenden aufgegriffen werden, vor allem bei leistungsschwächeren Schüler*innen effektiver ist als ein Feedback mit ausgearbeiteter Musterlösung. Häufig ist zudem ein unmittelbares Feedback effektiver als ein verzögertes (z. B. Corbett & Anderson, 2001).

Potenzial digitaler Mathematikaufgaben. Für digitale Mathematikaufgaben lassen sich all diese Aspekte mit dem Aufgabentool STACK umsetzen. Dabei handelt es sich um ein kostenloses und freies Plugin für die Learning Management Systeme Moodle und ILIAS (vgl. Sangwin, 2015). Durch die Verbindung von STACK mit einem Computer Algebra System (CAS) ist es möglich, dass Lernende mathematische Ausdrücke frei eingeben, die dann automatisch ausgewertet werden. Dabei kann das CAS eingegebene Ausdrücke auf mathematische Eigenschaften überprüfen. Insbesondere findet bei der Überprüfung der Eingaben nicht nur ein Vergleich mit einer festen Musterlösung statt, sondern es können auch Aufgaben automatisch ausgewertet werden, die mehrere Lösungen besitzen (vgl. ebd.). In jedem Fall wird nach der Abgabe einer STACK-Aufgabe unmittelbar ein automatisches Feedback angezeigt, das auf die individuelle Antwort zugeschnitten sein kann. Dabei können auch bereits bekannte Fehlvorstellungen aufgegriffen werden, wenn diese in die Programmierung der Aufgabe eingeflossen sind (vgl. da Costa Silva et al., 2022). Schließlich können unterschiedliche Darstellungsformen in STACK-Aufgaben eingebunden werden, zum Beispiel Bilder, Videos und Links. Eine Besonderheit stellen adaptive Grafiken dar, die durch eine Verbindung von STACK mit der freien JavaScript-Bibliothek JSXGraph ermöglicht werden und sogar interaktive Elemente enthalten können. Die Grafiken können im Fragetext sowie im Feedback erscheinen und sich in letzterem Fall unmittelbar auf die eingegebenen Antworten beziehen (vgl. ebd.; Lache, Rolka, Kallweit, Dehling & Meißner, 2021).

3. Die Aufgabe „Boxplot“

Im Folgenden wird die Aufgabe „Boxplot“ vorgestellt, die im Rahmen des Projekts OER.Stochastik.nrw (Lache et al., 2021) mit dem Tool STACK entwickelt wurde. Sie ist Teil der Studie, die in Abschnitt 4 beschrieben wird. In der Aufgabenstellung bekommen die Lernenden die Zeichnung eines Boxplots präsentiert (Abb. 1).

Dazu gehört der folgende Aufgabentext: „In der Abbildung siehst du einen Boxplot. Wie kann eine Urliste zu dem Boxplot aussehen? Gib eine Urliste mit mindestens acht Werten an. Die Werte müssen dabei alle unterschiedlich sein[4].“

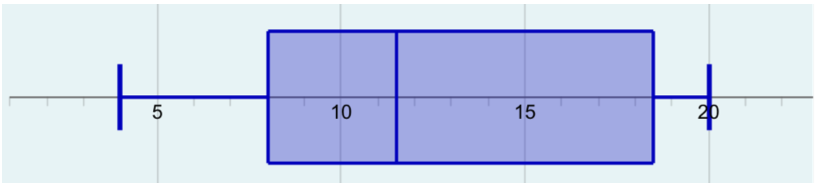


Abbildung 1: Grafik im Fragetext der Aufgabe „Boxplot“.

Es handelt sich also um eine Umkehraufgabe zu Boxplots, in der ein Beispiel für eine Liste von Daten angegeben werden muss, deren Verteilung durch den Boxplot beschrieben wird. Diese offene Aufgabe (vgl. Büchter & Leuders, 2005) besitzt zum einen unendlich viele Lösungen (Offenheit hinsichtlich der Lösung) und zum anderen gibt es mehrere Wege sie zu lösen (Offenheit hinsichtlich der Bearbeitung). Die Aufgabe ist nicht als Einstiegsaufgabe zu Boxplots gedacht, sondern eignet sich für eine Vertiefung, da für die Bearbeitung der Aufgabe bereits ein konzeptuelles Verständnis von Boxplots erforderlich ist. Dadurch ist die Umkehraufgabe verstehensorientiert. Das Ablesen der Kenngrößen steht nicht im Fokus der Aufgabe, weshalb die Lernenden in der Grafik der Aufgabenstellung mit dem Mauszeiger über Teile des Boxplots fahren und sich dadurch den jeweiligen Wert der Kenngröße anzeigen lassen können. Das Feedback der Aufgabe besteht aus

[4] Dieser Zusatz wurde aus technischen und didaktischen Gründen eingefügt, da beispielsweise gleiche Werte schlecht im Boxplot zu visualisieren sind. Im Unterrichtsgespräch oder einer weiteren Aufgabe könnten Urlisten mit gleichen Werten explizit thematisiert werden.

zwei Teilen: In einer von STACK automatisch generierten Grafik sehen die Lernenden den Boxplot aus der Aufgabenstellung und darüber den Boxplot zu der Urliste, die sie eingegeben haben (Abb. 2). Somit können die beiden Boxplots miteinander verglichen werden. Zusätzlich können die Schüler*innen sich Hilfslinien anzeigen lassen, die den Vergleich vereinfachen sollen. Dabei stehen grüne Hilfslinien für übereinstimmende und rote für noch nicht übereinstimmende Kenngrößen. Zudem werden die Daten, die in der Antwort der Lernenden enthalten sind, durch Punkte visualisiert. Der zweite Teil des Feedbacks ist eine Checkliste, in der für jede Kenngröße gekennzeichnet ist, ob diese bei den beiden Boxplots übereinstimmen. Klicken die Lernenden auf eine Kenngröße, dann erscheint eine Erklärung zu dieser (Abb. 2, weißer Kasten).

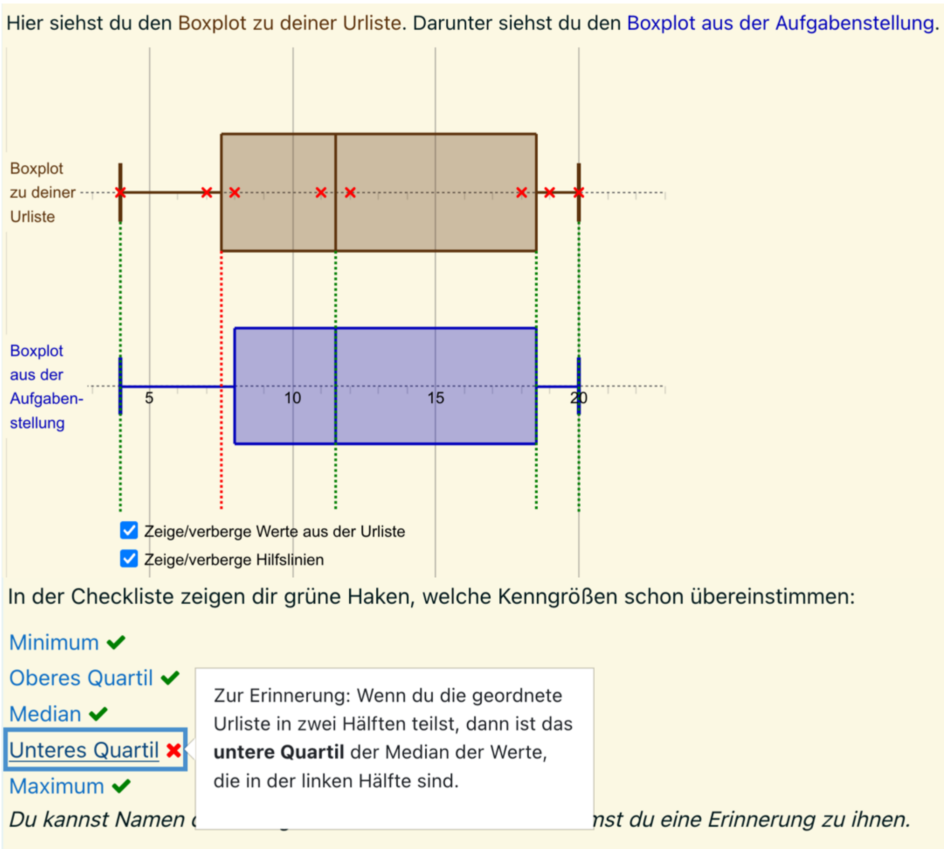


Abbildung 2: Feedback zur Aufgabe „Boxplot".

Die Aufgabe „Boxplot" ist so programmiert, dass das oben beschriebene Feedback nur dann angezeigt wird, wenn die in der Aufgabenstellung geforderten Voraussetzungen – die eingegebene Liste enthält mindestens acht Werte, die alle unterschiedlich sind – erfüllt sind. Ist dies nicht der Fall, wird ein Feedback ausgegeben, das auf die Nichterfüllung der Voraussetzungen hinweist. Die Aufgabe darf von den Lernenden mehrfach beantwortet werden. Wenn die Aufgabe zunächst nicht korrekt beantwortet wird, soll das Feedback dabei unterstützen, die eigene Lösung zu korrigieren und ist daher als formatives Feedback zu verstehen (vgl. Shute, 2008). Nach einer ersten falschen Antwort werden die Lernenden zu einer Teilaufgabe geleitet, in der sie die Werte der nicht übereinstimmenden Kenngrößen in den beiden Boxplots ablesen und in eine Tabelle eintragen sollen. Dies soll sicherstellen, dass die Lernenden sich mit der Grafik im Feedback auseinandersetzen und die Kenngrößen vergleichen, die noch nicht übereinstimmen. Anschließend bearbeiten die Lernenden wieder die ursprüngliche Aufgabe, wobei sie weiterhin die Grafik aus ihrem letzten Versuch sehen und nutzen können, um ihre vorherige Lösung zu korrigieren. Zusammenfassend lässt sich zu der Aufgabe sagen, dass es sich um eine offene Umkehraufgabe mit unendlich vielen Lösungen handelt, für die ein individuelles, formatives Feedback hinterlegt ist. Durch die Verwendung automatisch generierter Grafiken werden hier verschiedene mathematische Repräsentationen berücksichtigt, nämlich die Darstellung des Datensatzes symbolisch als Liste und visuell als Grafik.

4. Studie

Ziel der Studie war herauszufinden, wie Schüler*innen mit unterschiedlichen Lernvoraussetzungen an die Umkehraufgabe „Boxplot" herangehen und diese bearbeiten. Vor diesem Hintergrund wurde einerseits untersucht, welche Strategien die Schüler*innen bei der Bearbeitung anwenden. Andererseits war von Interesse, wie die Schüler*innen mit dem Feedback arbeiten und wie hilfreich dieses für die Bearbeitung ist. Um sich diesen Fragen anzunähern, wurden 45-minütige qualitative Einzelinterviews mit n=6 Schüler*innen (5 weiblich, 1 männlich) einer achten Klasse eines Gymnasiums in Nordrhein-Westfalen geführt. Die Schüler*innen hatten laut Angabe der Mathematiklehrkraft durchschnittliche bis sehr gute Mathematikleistungen. Der eingesetzte Leitfaden für die Interviews umfasst Fragen sowie Tipps und Impulse für den Fall, dass sich bei der Bearbeitung Schwierigkeiten zeigen. Dabei wurde darauf geachtet, nicht zu viel vorzugeben. Für eine adaptive Gestaltung des Interviews wurde der Leitfaden wie ein Entscheidungsbaum aufgebaut. Während der Interviews arbeiteten die Teilnehmer*innen einzeln an einem Laptop und bekamen Stift und Papier, um Notizen oder Skizzen anzufertigen. Für die Analyse wurden die Hände der Schüler*innen zur Dokumentation der Notizen gefilmt sowie der Bildschirm aufgezeichnet. Diese Daten wurden nach der Durchführung qualitativ ausgewertet. Eine Ergänzung bildeten die auf der Grundlage von Beobachtungen während der Interviews angefertigte Notizen der Interviewer:innen.

Zu Beginn jedes Interviews wurde den Teilnehmer*innen zur Erhebung der Vorkenntnisse die Einstiegsfrage „Was ist ein Boxplot?" gestellt. Anschließend bearbeiteten die Schüler*innen eine klassische „Vorwärtsaufgabe" zu Boxplots, in der die Kenngrößen zu einem gegebenen Datensatz bestimmt und anschließend auf Papier ein Boxplot gezeichnet werden sollte (Abb. 3). Die Aufgabe enthielt ein automatisch generiertes Feedback und Hilfestellungen, zum Beispiel in Form eines Buttons, nach dessen Klick sich folgender Tipp öffnete: „Ordne als erstes die Werte aus der Urliste der Größe nach". Hinzu kommt, dass im Feedback der Aufgabe die Kenngrößen – wie bei der Umkehraufgabe (Abb. 2) – für entsprechende Erklärungen angeklickt werden konnten. Durch die Bearbeitung der Vorwärtsaufgabe sollten die Schüler*innen einerseits mit digitalen Mathematikaufgaben (insbesondere dem automatisch generierten Feedback und der Eingabe mathematischer Ausdrücke) vertraut werden und andererseits sollte ihr Vorwissen zu Boxplots aktiviert werden.

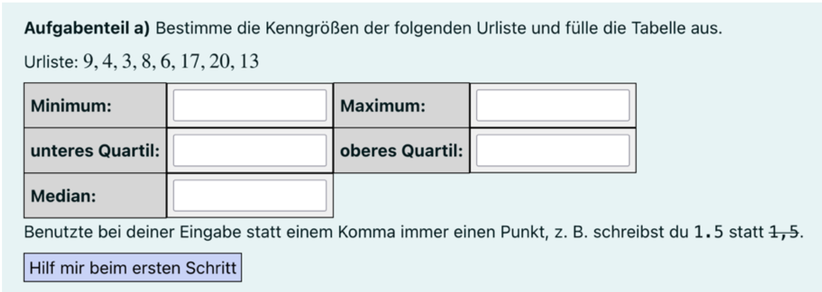


Abbildung 3: Vorwärtsaufgabe zu Boxplots.

Als nächstes bearbeiteten die Teilnehmer*innen die Umkehraufgabe, die bereits in Abschnitt 3 ausführlich beschrieben wurde. Wenn noch Zeit vorhanden war, wurden die Teilnehmer*innen gebeten einzuschätzen, ob die Umkehraufgabe nur eine oder mehrere Lösungen besitzt. Abschließend wurden die Schüler*innen zu beiden digitalen Aufgaben befragt. Zum Einstieg in den Interviewteil wurden die Schüler*innen zunächst gebeten, beide Aufgaben ohne die Vorgabe spezifischer Aspekte mit einer Schulnote von eins bis sechs zu bewerten und dies zu begründen. Zudem sollten sie jeweils formulieren, was ihnen bei der Aufgabe geholfen hat, wie hilfreich sie das Feedback fanden (insbesondere die Grafiken) und an welchen Stellen sie sich mehr Hilfe gewünscht hätten. Hinzu kommen Fragen, die sich direkt auf einen Vergleich beider Aufgaben bezogen. So wurde danach gefragt, welche Aufgabe den Schüler*innen warum besser gefallen hat und welche sie schwieriger fanden.

5. Ergebnisse

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse aus der Studie dargestellt. Zu Beginn geht es um die Strategien, die die Schüler*innen bei der Bearbeitung der Umkehraufgabe angewendet haben. Anschließend wird dargestellt, wie die Lernenden das Feedback der Aufgabe genutzt haben, bevor Herausforderungen und Chancen bei der Bearbeitung herausgestellt werden. Der Abschnitt schließt mit Ideen der Schüler*innen, wie die Umkehraufgabe weiterentwickelt werden könnte.

*Strategien der Schüler*innen bei der Bearbeitung*

Für das Lösen der Umkehraufgabe konnten bei den Lernenden im Wesentlichen drei Strategien identifiziert werden, die im Folgenden vorgestellt werden:

Reduktion einer Liste. Bei dieser Strategie notieren die Schüler*innen eine Liste mit allen ganzen Zahlen zwischen Minimum (4) und Maximum (20) des gegebenen Boxplots. Anschließend nehmen sie nach und nach Werte aus dieser Liste heraus (Abb. 4).

4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20

⬇

4, 5, ~~6~~, 7, 8, 9, 10, 11, ~~12~~, ~~13~~, ~~14~~, ~~15~~, ~~16~~, 17, 18, 19, 20

Abbildung 4: Beispiel für die Reduktion einer Liste.

Erweiterung einer Liste. Die zweite Strategie besteht darin, dass Lernende zunächst die Kenngrößen des Boxplots aus der Aufgabenstellung notieren (Minimum: 4, unteres Quartil: 8, Median: 11.5, oberes Quartil: 18.5, Maximum: 20). Im Anschluss daran erweitern sie die Liste schrittweise (Abb. 5).

4, 8, 11.5, 18.5, 20

⬇

4, 5, 8, 9, 10, 11.5, 13, 15, 18.5, 19, 20

Abbildung 5: Beispiel für die Erweiterung einer Liste.

Direkte Konstruktion einer Liste. Bei der Nutzung der dritten Strategie ermitteln die Schüler*innen die Werte für ihre Liste direkt, indem sie Vorüberlegungen zu den Kenngrößen anstellen. Beispielsweise notieren Schüler*innen wie in Abbildung 6 (rechts oben) im zweiten Schritt statt des oberen Quartils (18.5) direkt die beiden benachbarten natürlichen Zahlen der Kenngröße (18 und 19).

Min. & Max.	4, 20	o. Quart.	4, 18, 19, 20
Median	4, 11, 12, 18, 19, 20	u. Quart.	4, 7, 9, 11, 12, 18, 19, 20

Abbildung 6: Beispiel für die direkte Konstruktion einer Liste.

Im Rahmen der Erprobung wurden die drei grundlegenden Strategien auch in Kombination beobachtet, wie das folgende Beispiel einer Schülerin verdeutlicht: Die Schülerin begann mit einer Liste, die alle ganzen Zahlen von 4 bis 11 enthielt. Anschließend zählte die Schülerin die Werte und *reduzierte* ihre Liste um die 5. Die Schülerin kreiste dann die 8 ein, die dem Wert des unteren Quartils im gegebenen Boxplot und dem Median ihrer Liste entsprach. Anschließend *erweiterte* sie ihre Liste um die ganzen Zahlen von 12 bis 20 und ging wieder ähnlich vor, indem sie Werte aus dem neuen Teil der Liste strich und diese damit wieder *reduzierte*. Schließlich erhielt sie die folgende Liste: 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 18, 19, 20. Dabei zählte die Schülerin die Werte in ihrer Liste ab. Im nächsten Schritt begann sie eine neue Liste. Die Schülerin schrieb die 4 links und die 20 rechts auf ihren Zettel. Die Werte für das untere Quartil (8), den Median (11.5) und das obere Quartil (18.5) notierte sie entsprechend der Größe gleichmäßig im freien Bereich zwischen 4 und 20 (Abb. 7 oben).

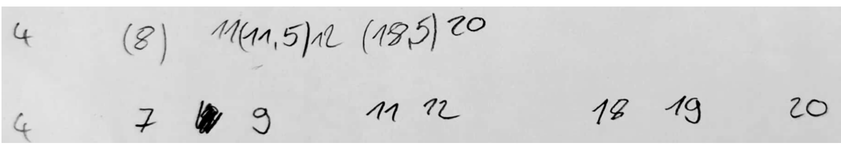


Abbildung 7: Notizen zur Bearbeitung der Umkehraufgabe.

Als nächstes schrieb sie neben die Klammer um 11.5 die Zahlen 11 und 12. Dann begann sie wieder eine neue Liste (Abb. 7 unten). Diesmal notierte die Schülerin zunächst die 11, die 12, die 4 und die 20. Anschließend *konstruierte* sie die Werte 18 und 19 *direkt* und notierte die 8. Nachdem sie nachzählte und scheinbar merkte, dass sie nur sieben statt acht Werte in ihrer Urliste hatte, *reduzierte* sie ihre Liste um die 8 und *erweiterte* sie um die Werte 7 und 9. Durch die Kombination der drei grundlegenden Strategien erhielt die Schülerin eine richtige Lösung, die sie schließlich eingab.

*Umgang mit dem Feedback und die Einschätzungen der Schüler*innen*

Zunächst lässt sich festhalten, dass die Schüler*innen bei der Bearbeitung der Vorwärtsaufgabe kaum Probleme hatten. Vereinzelt aufgetretene Probleme bei der Berechnung der Kenngrößen konnten durch das Feedback und die Hilfen innerhalb der Aufgabe bewältigt werden. Die Umkehraufgabe wurde nur von einem Schüler mit Hilfe der Strategie der direkten Konstruktion einer Liste gelöst (s. o.). Die anderen arbeiteten stattdessen an ihrer eigenen anfänglichen Lösung weiter. Es konnte beobachtet werden, dass sie sich die Grafik im Feedback anschauten und daraufhin versuchten, ihre bisherige Liste zu verändern, wobei die Lernenden häufig den Mauszeiger durch die Grafik bewegten, um zum Beispiel die Werte der Kenngrößen anzeigen zu lassen. Insgesamt konnte also ein produktiver Umgang mit dem Feedback beobachtet werden, wobei einige Schüler*innen erst auf das Feedback hingewiesen werden mussten, bevor sie es beachteten und nutzten. Dazu zählten zum Beispiel auch die Hilfslinien zum Vergleich der Kenngrößen beider Boxplots. Mit Blick auf die Grafik im Feedback der Umkehraufgabe hoben einige Schüler*innen diese als sehr hilfreich hervor:

> „Die [Grafik] hat mir sehr geholfen, gerade auch durch diese Hilfslinien und so, da wusste ich auch sofort […] das war beides falsch."

Zudem benannten einige Schüler*innen als positiven Aspekt, dass das Feedback genau zeigen würde, was an der eingegebenen Lösung falsch war.

Herausforderungen und Chancen

Bei der Bearbeitung der Vorwärtsaufgabe traten so gut wie keine Schwierigkeiten auf. Zu der anfangs erwähnten Frage, wie Schüler*innen mit unterschiedlichen Lernvoraussetzungen an die Umkehraufgabe „Boxplot" herangehen und diese bearbeiten, zeigte sich die Tendenz, dass Schüler*innen mit guter bis sehr guter Mathematikleistung weniger Schwierigkeiten hatten. Zumindest lässt sich für diese Stichprobe festhalten, dass die einzige Schülerin, der von der Lehrkraft eine durchschnittliche Mathematikleistung zugeschrieben wurde, trotz einiger Impulse und des digitalen Feedbacks die Umkehraufgabe innerhalb des kurzen Bearbeitungszeitraums nicht lösen konnte. Bei der Durchführung der Studie sind weitere Herausforderungen bei der Bearbeitung der digitalen Aufgabe deutlich geworden. Einzelne Schüler*innen fanden beispielsweise zunächst keinen Ansatz zur Lösung der Umkehraufgabe, wobei an diesen Stellen Impulse aus dem Leitfaden halfen. Zudem traten Hürden bei der Eingabe mathematischer Ausdrücke auf, insbesondere bezüglich der Eingabe eckiger Klammern und der Verwendung von Punkten als Dezimaltrennzeichen. Eine anders gelagerte Schwierigkeit bestand darin, dass Teile der Aufgabenstellung überlesen wurden. Konkret bedeutete dies, dass Schüler*innen Urlisten angaben, die doppelte Werte enthielten oder weniger als acht Werte, wenn sie beispielsweise als Urliste lediglich die Kenngrößen notierten. Es konnte auch beobachtet werden, dass bei dem Versuch, die eigene Urliste im Hinblick auf eine bestimmte Kenngröße zu verändern, die Auswirkungen der Veränderungen auf andere Kenngrößen unberücksichtigt blieben. So fügten sie beispielsweise Werte links des unteren Quartils hinzu, damit dieses mit dem unteren Quartil des gegebenen Boxplots übereinstimmte und übersahen dabei, dass sich der Median, der vorher bereits korrekt war, durch das Hinzufügen veränderte. Hier zeigte sich ein besonderer Mehrwert der Grafik, da die Schüler*innen nach der Eingabe unmittelbar ein grafisches Feedback zu den Auswirkungen ihrer Änderungen erhielten.

*Weiterentwicklungsideen der Schüler*innen*

In den Interviews wurden die Schüler*innen auch nach Vorschlägen für eine Weiterentwicklung der Aufgabe „Boxplot“ gefragt. Eine der Ideen ist, relevante, aber leicht zu überlesene Teile der Aufgabenstellung hervorzuheben, zum Beispiel, dass die Urliste acht *unterschiedliche* Werte enthalten soll. In eine ähnliche Richtung geht der Vorschlag, den Aspekt zu betonen, dass es nur *mindestens* acht Werte sein müssen, die eingegebene Liste also auch mehr als acht Werte enthalten darf. Eine Schülerin schlug zudem vor, in der Aufgabenstellung zu erklären, was mit dem Begriff „Urliste“ gemeint ist. Dieser Vorschlag deckt sich mit der bereits dargestellten Beobachtung, dass einige Schüler*innen zunächst eine Liste mit den Kenngrößen eingaben. Zuletzt wünschten sich die Teilnehmer*innen teilweise eine Unterstützung, um selbstständig einen Ansatz für die Umkehraufgabe zu finden. Hier können die gewonnenen Erkenntnisse zu den Strategien der Schüler*innen genutzt werden, um Tipps für das Finden eines Ansatzes zu konzipieren. Dies kann insbesondere vor dem Hintergrund sinnvoll sein, dass die Aufgabe perspektivisch von Schüler*innen allein bearbeitet werden soll.

6. Diskussion und Fazit

Empirische Erkenntnisse zu Lernwegen von Schüler*innen bieten wichtige Hinweise, um eine Passung von Lernangebot und Lernvoraussetzungen umzusetzen (vgl. Knipping et al., 2017; Hußmann & Prediger, 2016). Dazu kann auch die hier beschriebene Studie einen Beitrag leisten: Durch die Interviews zeigten sich verschiedene Strategien der Schüler*innen bei der Bearbeitung der Umkehraufgabe „Boxplot“, wodurch auch Hinweise auf Schwierigkeiten von Schüler*innen gewonnen werden konnten. Für die Strategien bei der Bearbeitung der Umkehraufgabe kann festgehalten werden, dass trotz der kleinen Stichprobe mit der „Reduktion einer Liste“, der „Erweiterung einer Liste“ und der „direkten Konstruktion einer Liste“ drei verschiedene Strategien beobachtet werden konnten. Hinzu kamen kombinierte Nutzungen dieser Strategien. Unabhängig von der verwendeten

Strategie nutzten die Schüler*innen die Grafiken im Feedback der Aufgabe, um ihre jeweilige Lösung zu überprüfen und/oder zu überarbeiten. Durch konkrete Fragen an die Schüler*innen wurden zudem wertvolle Anregungen zur Weiterentwicklung der Aufgabe gewonnen.

Insgesamt zeigte sich, dass die Aufgabe „Boxplot" durch die Verstehensorientierung Potenzial für den Einsatz im Unterricht hat. Außerdem erkannten vier Schüler*innen nach der Bearbeitung, dass die Aufgabe keine eindeutige Lösung besitzt. Allerdings sollten die in der Studie entstandenen Ergebnisse künftig mit größeren Stichproben überprüft und zum Beispiel hinsichtlich weiterer Strategien ausdifferenziert werden. Zudem ist wünschenswert, die Studie insofern zu erweitern, dass die Lernvoraussetzungen der Schüler*innen heterogener sind und das gesamte Leistungsspektrum abgedeckt wird. So können tiefere Einblicke in die Unterschiede von Schüler*innen mit unterschiedlichen Lernvoraussetzungen bei der Bearbeitung der Umkehraufgabe gewonnen werden. Zuletzt könnte auch das Setting der Studie angepasst werden: Die enge Begleitung der Schüler*innen bei der Bearbeitung der digitalen Aufgaben – wie in den Interviews – ist im Unterricht weder realisierbar noch wünschenswert. Durch eine Anpassung des Studiendesigns im Hinblick auf eine Annäherung an authentische Unterrichtsbedingungen könnten die Ergebnisse stärkere Rückschlüsse auf unterrichtliche Settings zulassen. Insbesondere stellt sich die Frage, wie die Schüler*innen mit dem Feedback arbeiten, wenn keine Interviewsituation gegeben ist.

Literatur:

Corbett, A. T., & Anderson, J. R. (2001). Locus of feedback control in computer-based tutoring: Impact on learning rate, achievement and attitudes. *Conference on Human Factors in Computing Systems - Proceedings*, 245–252.

Büchter, A., & Leuders, T. (2005). Mathematikaufgaben selbst entwickeln. Lernen fördern – Leistung überprüfen. Berlin: Cornelsen Scriptor.

da Costa Silva, N., Lache, J., & Rolka, K. (2022). Mathematiklernen individuell begleiten mit STACK – Feedback bei digitalen Aufgaben in heterogenen Lerngruppen. In N. Harsch, M. Jungwirth, M. Stein, Y. Noltensmeier, & N. Willenberg (Hrsg.), *Diversität Digital Denken – The Wider View. Eine Tagung des Zentrums für Lehrerbildung der Westfälischen Wilhelms-Universität Münster vom 08. bis 10.09.2021* (S. 227–236). Münster: WTM-Verlag. https://doi.org/10.37626/GA9783959871785.0.21

Hattie, J., & Timperley, H. (2016). Die Wirkung von Feedback. In K. Zierer (Hrsg.), *Jahrbuch für allgemeine Didaktik 2016* (S. 204–239). Baltmannsweiler: Schneider Verlag Hohengehren.

Hußmann, S., & Prediger, S. (2016): Specifiying and Structuring Mathematical Topics. A Four-Level Approach for Combining Formal, Semantic, Concrete, and Empirical Levels Exemplified for Exponential Growth. *JMD, 37*(1), 33–67.

Klinger, M., Thurm, D., Barzel, B., Greefrath, G., & Büchter, A. (2018). Lehren und Lernen mit digitalen Werkzeugen: Entwicklung und Durchführung einer Fortbildungsreihe. In R. Biehler, T. Lange, T. Leuders, P. Scherer, B. Rösken-Winter, & C. Selter

(Hrsg.), Mathematik-fortbildungen professionalisieren: Konzepte, Beispiele und Erfahrungen des Deutschen Zentrums für Lehrerbildung Mathematik (S. 395–416). Wiesbaden: Springer Spektrum. https://doi.org/10.1007/978-3-658-19028-6_20

Kluger, A. N., & DeNisi, A. (1996). The effects of feedback interventions on performance: A historical review, a meta-analysis, and a preliminary feedback intervention theory. *Psychological Bulletin, 119*(2), 254–284. https://doi.org/10.1037/0033-2909.119.2.254

Knipping, C., Korff, N., & Prediger, S. (2017). Mathematikdidaktische Kernbestände für den Umgang mit Heterogenität – Versuch einer curricularen Bestimmung. In C. Selter, S. Hußmann, C. Hößle, C. Knipping, & K. Lengnink (Hrsg.), Diagnose und Förderung heterogener Lerngruppen - Theorien, Konzepte und Beispiele aus der MINT-Lehrerbildung (S. 39–60). Münster: Waxmann.

Lache, J., Rolka, K., Kallweit, M., Dehling, H., & Meißner, D. (2021). Open educational resources for engineering statistics. In H.-U. Heiß, H.-M. Jävinen, A. Mayer, A. Schulz, U. Schumann, & A. Wipper (Hrsg.), Blended Learning in Engineering Education: challenging, enlightening – and lasting? (S. 995–1004). Berlin: Technische Universität Berlin. https://www.sefi.be/wp-content/uploads/2021/12/SEFI49th-Proceedings-final.pdf

Mason, B. J., & Bruning, R. H. (2001). Providing feedback in computer-based instruction: What the research tells us. In *CLASS Research Report No. 9* (Issue January 2001).

Pinkernell, G., Gulden, L., & Kalz, M. (2020). Automated feedback at task level: error analysis or worked out examples – which type is more effective? In B. Barzel, R. Bebernik, L. Göbel, M. Pohl, H. Ruchniewicz, F. Schacht, & D. Thurm (Eds.), *Proceedings of the 14th International Conference on Technology in Mathematics Teaching – ICTMT 14: Essen, Germany, 22nd to 25th of July 2019* (pp. 221–228). https://doi.org/10.17185/duepublico/70767

Pliquet, V., Selter, C., & Korten, L. (2017). Aufgaben adaptieren. Gemeinsames Mathematiklernen anregen und individuelle Lernfortschritte ermöglichen. In Häsel-Weide, U., & Nührenbörger, M. (Hrsg.), *Gemeinsam Mathematik lernen – mit allen Kindern rechnen* (S. 34–45). Frankfurt am Main: Grundschulverband.

Sangwin, C. (2015). Computer Aided Assessment of Mathematics Using STACK. In *Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education* (S. 695–713). Cham: Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-17187-6_39

Shute, V. J. (2008). Focus on Formative Feedback. *Review of Educational Research*, *78*(1), 153–189. https://doi.org/10.3102/0034654307313795

Christian Lindermayer, Timo Kosiol, Matthias Mohr & Stefan Ufer
LMU München, lindermayer@math.lmu.de

Nutzung digitaler und nicht-digitaler Materialien im Mathematikunterricht – Abhängigkeit von Schulart und affektiv-motivationalen Lehrkraftmerkmalen

Die Entscheidung für die Nutzung digitaler Materialien ist lediglich ein erster, aber wichtiger Schritt hin zu ihrer lernförderlichen Implementierung im Unterricht. Dieser Beitrag untersucht, inwiefern sich Mathematiklehrkräfte weiterführender Schulen systematisch darin unterscheiden, ob und wie häufig sie digitale und nicht-digitale Materialien einsetzen. Dabei wird auch die Rolle motivationaler Merkmale als Prädiktoren für den Einsatz dieser Materialien beleuchtet.

1. (Digitale) Medien im Mathematikunterricht

1.1 Begriffsklärungen

Im Zuge der digitalen Transformation sehen sich Lehrkräfte zunehmend mit der bildungspolitischen Forderung konfrontiert, digitale Medien in ihrem Fachunterricht professionell und didaktisch sinnvoll zu nutzen (KMK, 2016). Medien im Allgemeinen können im Unterricht unterschiedliche Funktionen haben (Informationen bereitstellen, individuelle Lerngelegenheiten ermöglichen und unterstützen sowie Kommunikation und Kooperation ermöglichen und unterstützen; Wecker & Stegmann, 2019), unterschiedliche Arten der Auseinandersetzung mit dem Inhalt ermöglichen (z. B. dokumentieren, präsentieren, explorieren, simulieren, visualisieren etc.) und unterschiedliche Grade des Fachbezugs aufweisen. Zu unterscheiden sind zum einen nicht-digitale Medien wie z. B. Tafel, Schulbuch, Zirkel und Geodreieck, und zum anderen digitale Medien wie etwa Whiteboards, Laptops oder eine dynamische Geometriesoftware.

Digitale Medien können als computerbasierte Technologien verstanden werden, mit denen Inhalte präsentiert werden oder die eine Interaktion mit diesen oder über diese Inhalte ermöglichen (Stegmann et al., 2018). Derartige Medien einzusetzen kann den Übergang zu abstrakten mathematischen Konzepten erleichtern (Fyfe et al., 2014) und damit positive Effekte auf den Lernerfolg haben (z. B. Carbonneau et al., 2013). Die Effekte variieren jedoch je nach verwendetem Medium und dessen Nutzung im Unterricht; beispielsweise haben sich intelligente Tutorensysteme, die sich an den individuellen Lernstand der Nutzer anpassen und differenziertes Feedback ermöglichen, als wirksamer erwiesen als Tutorensysteme, die keine adaptive Funktion aufweisen (Hillmayr et al., 2020). Insgesamt ist daher anzunehmen, dass die Nutzung von digitalen Medien allein nicht hinreichend für deren lernförderliche Wirkung ist. Letztere erfordert, dass im Unterricht eine aktive Verarbeitung der jeweiligen Inhalte und Strukturen angeregt wird. In diesem Sinne ist die Entscheidung für die Nutzung von digitalen Medien lediglich ein erster Schritt hin zu ihrer lernförderlichen Implementierung im Unterricht.

1.2 Status quo: Einsatz digitaler Medien

Nationale und internationale fachübergreifende Studien fokussieren häufig darauf, ob und welche digitale Medien eingesetzt werden. Die Art der Einbindung dieser Medien im Unterricht wird seltener fokussiert. Es zeigt sich, dass es in den letzten Jahren zwar einen deutlichen Entwicklungsschub in der Nutzungshäufigkeit digitaler Medien gegeben hat, der Umfang wird allerdings weiterhin als ausbaufähig wahrgenommen (ICILS 2018: Eickelmann et al., 2019; Schule digital: Lorenz et al., 2022). Der Anteil der Lehrkräfte, die mindestens wöchentlich digitale Medien einsetzen, hat beispielsweise signifikant zugenommen (von 34 % im Jahr 2013 auf 60 % im Jahr 2018), 17 % der Lehrkräfte setzten digitale Medien jedoch weiterhin seltener als einmal monatlich ein (Eickelmann et al., 2019). Dabei werden hauptsächlich Textverarbeitungs- und Präsentationsprogramme verwendet sowie computerbasierte Informationsquellen (ebd.). Bei einem differenzierten Blick auf die verschiedenen weiterführenden Schularten zeigt sich konsistent, dass ein signifikant höherer Anteil von Lehrkräften an gymnasialen Schulformen regelmäßig digitale Medien einsetzt (Lorenz et al., 2022; Eickelmann et. al., 2019). Fachspezifische Studien zur Nutzung digitaler Medien sind kaum verfügbar. Nach Ostermann et al. (2021), die in einer quantitativen Studie exemplarisch die Nutzung von dynamischen Geometrie-Systemen (DGS, ermöglichen die Dynamisierung von Konstruktionen) und Computer-Algebra-Systemen (CAS, ermöglichen die exakte Umformung algebraischer Ausdrücke) untersuchten, berichten in etwa gleich viele Lehrkräfte, DGS und CAS durchgängig im Unterricht einzusetzen, während eine gelegentliche Nutzung von DGS häufiger berichtet wird als von CAS. Dabei wurde nicht nach Schularten differenziert.

Für die Lehrkräfte bringt die Integration digitaler Medien in den Fachunterricht neue Herausforderungen mit sich und sich dieser zu stellen erfordert eine individuelle Entscheidung. Dies trifft allerdings in vergleichbarer Weise auch auf nicht-digitale Medien zu. Vor diesem Hintergrund gilt es zu untersuchen, inwiefern sich Lehrkräfte zum einen systematisch (z. B. abhängig von der Schulart, an der sie unterrichten) darin unterscheiden, ob und wie häufig sie Medien überhaupt einsetzen, und zum anderen, ob es dabei Unterschiede gibt, wenn man zwischen digitalen und nicht-digitalen Medien differenziert. Von Interesse ist ferner, inwieweit sich der jeweilige Einsatz durch personenbezogene Merkmale der jeweiligen Lehrkräfte erklären lässt. Vor dem Hintergrund der oben genannten Ergebnisse stellt sich dabei die Frage, in welchem Maß bereits affektiv-motivationale Lehrkraftmerkmale auch Unterschiede im Einsatz digitaler und nicht-digitaler Medien erklären.

1.3 Bedingungsfaktoren für die Nutzung digitaler Medien im Unterricht

Als Bedingungsfaktoren für die Nutzung digitaler Medien im Unterricht werden zunächst individuelle Merkmale der Lehrkräfte sowie schulische Rahmenbedingungen vorgeschlagen (Ostermann et al., 2021). Hinsichtlich der individuellen Merkmale von Lehrkräften sind vor allem zwei Perspektiven von Bedeutung. Die erste beinhaltet kognitive Aspekte der professionellen Kompetenz wie Wissen und Fertigkeiten (vgl. TPACK-Modell von Mishra & Koehler, 2006), die in der Vergangenheit häufig mit Unterrichtsqualität in Verbindung gebracht wurden (Baumert et al., 2010; Blömeke et al., 2022). Es kann daher angenommen werden, dass diese Wissenskomponenten sehr relevant für eine lernförderliche Implementierung von digitalen wie auch nicht-digitalen Medien sind. Die zweite Perspektive, die im vorliegenden Beitrag näher untersucht wird, betrifft motivationale Merkmale der Lehrkräfte wie Einstellungen und Überzeugungen. Es wird angenommen, dass diese motivationalen Merkmale von besonderer Relevanz sind für die Entscheidung Medien einzusetzen. In diesem Zusammenhang wird häufig das Will-Skill-Tool-Modell von Petko (2012) bzw. Knezek und Christensen (2016) genannt, welches dazu dient, den Umfang der Integration digitaler Medien in den Unterricht durch Merkmale der Lehrkraft zu erklären. Begünstigende Faktoren sind demnach die positive Einstellung der Lehrkräfte zum Einsatz von Technologie im Unterricht (Will), wie z. B. Wertüberzeugungen und die dazu notwendigen Fertigkeiten bzw. die Überzeugung über diese zu verfügen (Skill). Dabei korrespondiert die Überzeugung der eigenen Fähigkeiten (Skill) am ehesten mit dem Konstrukt des Selbstkonzepts (bzw. der Selbstwirksamkeitserwartung). Wertüberzeugungen (Will) werden im Rahmen von Kontroll-Wert-Theorien (Eccles & Wigfield, 2002) danach unterschieden, ob der persönlich wahrgenommene Wert der Sache an sich (intrinsischer Wert), deren Nützlichkeit für andere Ziele wie beispielsweise wirksames Unterrichten oder das eigene Erfolgserleben im Zentrum steht. Weiterhin werden die wahrgenommenen Kosten, im Sinne zeitlicher und personeller Ressourcen, berücksichtigt, die mit einer Sache oder Entscheidung verknüpft sind. Neben diesen personenbezogenen, motivationalen Merkmalen werden auch ausreichend günstige Rahmenbedingungen, wie z. B. der Zugang zu digitalen Medien (Tool) als Voraussetzung für deren Nutzung vermutet. Ostermann et al. (2021) konnten zeigen, dass die Selbstwirksamkeitserwartung der Lehrkräfte sowie der Zugang zu DGS/CAS ihre Nutzungshäufigkeit beeinflussen, die Einstellung der Lehrkräfte zum Einsatz digitaler Medien im Unterricht jedoch nicht. Dabei wurde nicht nach einzelnen Wertüberzeugungen differenziert. Offen ist in dieser Diskussion, inwiefern motivationale Merkmale mit explizitem Bezug auf den Einsatz digitaler Medien spezifisch mit dem Einsatz digitaler Medien verknüpft sind und nicht lediglich Motivationen zum Einsatz von Medien im Allgemeinen widerspiegeln.

2. Fragestellungen

Der vorliegende Beitrag untersucht Bedingungsfaktoren für den Einsatz digitaler und nicht-digitaler *Materialien* im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I. Damit fokussiert der vorliegende Beitrag nicht auf die Medien an sich, sondern auf Lern- und Unterrichtsmaterialien, die von Lehrkräften spezifisch für einen bestimmten Lerninhalt erstellt oder ausgewählt wurden und mit Hilfe entsprechender Medien im Unterricht verwendet werden. Ein Beispiel für digitale Materialien wäre eine mit Hilfe einer dynamischen Geometriesoftware erstellte Visualisierung zu quadratischen Funktionen, anhand derer ersichtlich wird, wie sich der Graph verändert, wenn der Leitkoeffizient mittels Schieberegler variiert wird. Da Lehrkräfte weiterhin auch traditionelle, nicht-digitale Materialien (wie z. B. selbst erstellte und ausgedruckte Arbeitsblätter) einsetzen, gilt es zu untersuchen, inwieweit sich schulartspezifische Unterschiede hinsichtlich der Nutzungshäufigkeiten beobachten und wodurch sich diese erklären lassen. Dabei stehen neben der Schulart primär affektiv-motivationale Merkmale der Lehrkräfte im Fokus. Vor diesem Hintergrund werden im vorliegenden Beitrag folgende Fragen bearbeitet:

1) Inwiefern unterscheidet sich die Häufigkeit des Materialeinsatzes von Lehrkräften im Mathematikunterricht nach den Schularten Mittelschule (MS), Realschule (RS) und Gymnasium (GY) bzw. nach dem Materialtyp (digital bzw. nicht-digital)?

2) Inwiefern lassen sich affektiv-motivationale Lehrkraftmerkmale als Prädiktoren für den Einsatz von Materialien insgesamt bzw. speziell von digitalen bzw. nicht-digitalen Materialien nachweisen?

3. Kontext: Das DigitUS-Projekt

Die in diesem Beitrag berichteten Ergebnisse sind Teil des vom Bundesministerium für Bildung und Forschung geförderten Projekts "Digitalisierung von Unterricht in der Schule" (DigitUS; FKZ: 01JD1830A). Im Rahmen des interdisziplinären Forschungsprojektes sollen Bedingungsfaktoren für den erfolgreichen Einsatz digitaler Medien identifiziert werden. Zudem wird in einer begleitenden Interventionsstudie im Warte-Kontrollgruppen Design der lernwirksame Einsatz digitaler Medien im Mathematik- und Biologieunterricht der achten Jahrgangsstufe durch die Etablierung von professionellen Lerngemeinschaften unterstützt (für das Konzept der professionellen Lerngemeinschaft vgl. Bonsen & Rolff, 2006). Ziel der Lerngemeinschaften war es mit der Hilfe eines bzw. einer geschulten Multiplikator*in (z. B. einer Lehrkraft, die als Fachleiter*in oder als sog. Berater*in Digitale Bildung tätig ist) den eigenen Einsatz von digitalen Medien im Fachunterricht zu reflektieren und weiterzuentwickeln. Dafür wurden fachdidaktische Potentiale von digitalen Medien bzw. Materialien sowie fachdidaktische Aspekte von Unterrichtsqualität thematisiert und auf den eigenen Unterricht angewendet. Die Kooperation sollte die eigene Unterrichtspraxis deprivatisieren und einen reflektierenden Dialog über den eigenen Einsatz digitaler Medien bzw. Materialien ermöglichen (vgl. Gelingensbedingungen für professionelle Lerngemeinschaften, Bonsen & Rolff, 2006). Dieser Beitrag berichtet Ergebnisse der Befragung der Lehrkräfte vor Beginn der Interventionsstudie.

4. Methodisches Vorgehen

4.1 Stichprobe und Design

Auf Basis einer Erhebung im Herbst 2021 wurden Daten einer Stichprobe von $N = 55$ Lehrkräften (57 % weiblich; 18 % jünger als 30 Jahre, 39 % zwischen 30 und 39 Jahren, 20 % zwischen 40 und 49 Jahren; jeweils 6 fehlende Angaben) aus dem Forschungsprojekt DigitUS ausgewertet. Differenziert nach den Schularten Mittelschule (MS), Realschule (RS) und Gymnasium (GY) lag die Stichprobengröße bei $N_{MS} = 16$, $N_{RS} = 15$, $N_{GY} = 24$. Die Lehrkräfte aus der Stichprobe unterrichteten Mathematikklassen der 8. Jahrgangsstufe an insgesamt 27 Schulen (9 MS, 8 RS, 10 GY), wobei 17 Schulen randomisiert ausgewählt wurden und 10 Schulen sich freiwillig für die Teilnahme am DigitUS-Projekt gemeldet haben.

Im Rahmen der Datenerhebung bearbeiteten die Lehrkräfte in einer von wissenschaftlichen Mitarbeiter*innen moderierten Präsenzerhebung einen Online-Fragebogen zur Häufigkeit der Nutzung von digitalen bzw. nicht-digitalen Materialien und zu motivationalen Merkmalen der Lehrkräfte im Hinblick auf den Einsatz digitaler Materialien im Mathematikunterricht.

4.2 Messinstrumente

Die Nutzungshäufigkeiten von digitalen bzw. nicht-digitalen Materialien wurden auf einer jeweils fünfstufigen Likert-Skala (von „nie“ bis „an jedem oder fast jedem Tag, an dem Mathematikunterricht stattfindet“) erfasst. Dabei wurden je drei Items in parallelisierter Form für beide Materialtypen verwendet (siehe Tab. 1) und jeweils zu einer Skala „Nutzungshäufigkeit digital“ bzw. „Nutzungshäufigkeit nicht-digital“ zusammengefasst.

Skala	Stimulus: „Wie häufig nutzen Sie weitere Materialien neben den eigentlichen Schulbüchern, um Unterricht vorzubereiten oder durchzuführen (einschließlich Hausaufgaben)?“	*M (SD)*	α
Nutzungshäufigkeit digital	„selbst erstellte digitale Unterrichtsmaterialien“	2.3 (.81)	.62
	„von Kolleg*innen erstellte digitale Unterrichtsmaterialien“		
	„Digitale Materialen von Internetseiten in digitaler Form (z. B. Übungstools mit Feedbackfunktion, Lern-Apps, …)“		
Nutzungshäufigkeit nicht-digital	„selbst erstellte nicht-digitale Unterrichtsmaterialien“	2.7 (.84)	.58
	„von Kolleg*innen erstellte nicht-digitale Unterrichtsmaterialien“		
	„Materialen von Internetseiten in nicht-digitaler Form (z. B. ausgedruckte Aufgabensammlungen anderer Mathematiklehrkräfte)“		

Tabelle 1: Skalen zur Nutzungshäufigkeit digitaler bzw. nicht-digitaler Materialien mit deskriptiven Daten

Anmerkungen. Fünfstufige Likert-Skala von „nie“ (1) bis „an jedem oder fast jedem Tag, an dem Mathematikunterricht stattfindet“ (5), M: Mittelwert, SD: Standardabweichung

Die Reliabilitäten der beiden in Tabelle 1 genannten Skalen sind für die geringe Anzahl an Items noch im akzeptablen Bereich.

Zur Erfassung motivationaler Merkmale der Lehrkräfte zum Einsatz digitaler Materialien im Mathematikunterricht wurden die in Tabelle 2 angegebenen Skalen zum Selbstkonzept, zu den (wahrgenommenen) Kosten und zu drei verschiedenen Wertkomponenten (Nützlichkeit, intrinsischer Wert und Erfolgserleben) verwendet (allesamt angelehnt an z. B. Eccles & Wigfield, 2002 und von Kotzebue, Förtsch et al., 2015). Die Reliabilitäten der verwendeten motivationalen Skalen sind gut.

Skalen	Anzahl Items	Beispielitem	*M* *(SD)*	α
Selbstkonzept	4	„Ich weiß, wie ich digitale Medien einsetzen kann, damit die Lernenden die mathematischen Inhalte besser verstehen."	3.7 (.89)	.85
(wahrgenommene) Kosten	8	„Um Mathematikunterricht mit digitalen Medien anzubieten, muss ich viel Vorbereitungszeit investieren, um meine Unterlagen komplett zu überarbeiten."	3.6 (.76)	.81
Nützlichkeit	5	„Mathematikunterricht mit digitalen Medien ermöglicht nachhaltigeres und besser vernetztes Lernen als herkömmliche Medien."	3.4 (.69)	.74
intrinsischer Wert	4	„Es macht mir Freude, Mathematikunterricht mit digitalen Medien durchzuführen."	3.8 (.90)	.88
Erfolgserleben	6	„Wenn ich Mathematikunterricht mit digitalen Medien anbiete, bekomme ich bei Lernenden und Eltern mehr Anerkennung."	3.2 (.88)	.84

Tabelle 2: Motivationale Skalen mit Beispielitem und deskriptiven Daten

Anmerkungen. Fünfstufige Likert-Skala von „trifft nicht zu" (1) bis „trifft zu" (5), M: Mittelwert, SD: Standardabweichung

5. Ergebnisse

Um die erste Forschungsfrage zu beantworten, werden zunächst deskriptiv die Unterschiede in der Nutzungshäufigkeit zwischen den Schularten und Materialtypen beschrieben. Um zu überprüfen, ob die beobachteten Unterschiede signifikant sind, werden anschließend die Ergebnisse einer zweifaktoriellen ANOVA mit den unabhängigen Variablen bzw. den Faktoren Schulart (MS, RS, GY) und Materialtyp (digital, nicht-digital) berichtet. Als abhängige Variable wurde die Nutzungshäufigkeit des jeweiligen Materialtyps betrachtet.

Bezüglich Frage 1 gibt Tabelle 3 die Nutzungshäufigkeit an allen Schularten für beide Materialtypen und insgesamt an. Der Haupteffekt für den Materialtyp war signifikant ($F(1,52) = 14.09, p < .001$). Digitale Materialien ($M = 2.25, SD = 0.81$) wurden – über alle Schularten hinweg – seltener eingesetzt als nicht-digitale Materialien ($M = 2.67, SD = 0.84$). Ebenfalls signifikant war der Haupteffekt für die Schulart ($F(2,52) = 6.22, p < .01$). Lehrkräfte an Realschulen ($M = 2.04$, $SD = 0.64$) setzen Materialien insgesamt signifikant seltener ein als Lehrkräfte an

Mittelschulen ($M = 2.65$, $SD = 1.15$, $B = 0.60$, $SE = 0.20$, $p < .01$) und Gymnasien ($M = 2.60$, SD = 0.53, $B = 0.56$, $SE = 0.18$, $p < .01$). Der Unterschied zwischen Mittelschulen und Gymnasien war nicht signifikant ($B = 0.04$, $p = 1$).

Auch der Interaktionseffekt von Schulart und Materialtyp war signifikant ($F(2,52) = 13.58$, $p < .001$). An Mittelschulen werden signifikant häufiger nicht-digitale Materialen ($M = 3.38$, $SD = 0.83$) eingesetzt als digitale ($M = 1.92$, $SD = 0.94$, $B = 1.46$, $SE = 0.24$, $p < .001$). An Gymnasien ($B = 0.07$, $SE = 0.19$, $p = 1$) und Realschulen ($B = 0.09$, $SE = 0.25$, $p = 1$) war dieser Unterschied hingegen jeweils nicht signifikant. Die Nutzungshäufigkeit digitaler Materialien war an Gymnasien signifikant höher als an Realschulen und Mittelschulen ($B = 0.68$, $SE = 0.20$, $p < .01$). Für nicht-digitale Materialien war sie an Mittelschulen signifikant höher als an Gymnasien und Realschulen ($B = 1.05$, $SE = 0.22$, $p < .001$).

Schulart	*Nutzungshäufigkeit von Materialien*		
	gesamt	*digital*	*nicht-digital*
	M (SD)	*M (SD)*	*M (SD)*
MS	2.65 (1.15)	1.92 (0.94)	3.38 (0.83)
RS	2.04 (0.64)	2.00 (0.76)	2.09 (0.51)
GY	2.60 (0.63)	2.64 (0.58)	2.57 (0.69)
Gesamt	2.46 (0.85)	2.25 (0.81)	2.67 (0.84)

Tabelle 3: Deskriptive Daten für Nutzungshäufigkeiten von Materialien insgesamt sowie von digitalen und nicht-digitalen Materialien

Anmerkungen. Fünfstufige Likert-Skala von „nie“ (1) bis „an jedem oder fast jedem Tag, an dem Mathematikunterricht stattfindet“ (5), M: Mittelwert, SD: Standardabweichung

Zur Beantwortung der zweiten Forschungsfrage wurden einfaktorielle ANOVAs mit dem Faktor Materialtyp (digital, nicht-digital) und jeweils einem motivationalen Merkmal als Kovariate durchgeführt, wobei mit diesen Skalen Wert- und Erwartungsüberzeugungen zum Einsatz *digitaler* Materialien erhoben wurden. Die Faktor-Kovariate-Interaktion wurde jeweils mit aufgenommen. Diese war für das Selbstkonzept ($F(1,52) = 20.95$, $p < .001$), den intrinsischen Wert ($F(1,51) = 5.78$, $p < .05$), und die Kosten ($F(1,52) = 5.58$, $p < .05$) signifikant. Ein höheres Selbstkonzept für den Einsatz digitaler Materialien ging signifikant mit einem häufigeren Einsatz digitaler Materialien ($B = 0.32$, $SE = 0.11$, $p < .01$) und signifikant mit einem selteneren Einsatz nicht-digitaler Materialien ($B = -0.29$, $SE = 0.11$, $p < .01$) einher. Ein höherer intrinsischer Wert des Einsatzes digitaler Materialien ging tendenziell mit einem häufigeren Einsatz digitaler Materialien einher ($B = 0.25$, $SE = 0.14$ $p < .10$), und nicht signifikant mit einem selteneren Einsatz nicht-digitaler Materialien ($B = -0.17$, $SE = 0.14$, $p = .20$). Höhere Kosten des Einsatzes digitaler Materialien gingen signifikant mit einem selteneren Einsatz digitaler Materialien ($B = -0.29$, $SE = 0.14$, $p < .05$) einher, hingen jedoch nicht signifikant mit der Nutzungshäufigkeit nicht-digitaler Materialien zusammen ($B = 0.12$, $SE = 0.14$, $p = .36$). Nützlichkeit ($B = 0.17$, $SE = 0.14$, $p = .21$) und Erfolgserleben ($B = 0.13$,

$SE = 0.11$, $p = .25$) hingen über beide Materialtypen hinweg nicht signifikant mit der Nutzungshäufigkeit zusammen.

6. Zusammenfassung und Ausblick

Die Ergebnisse zeigen wie schon die der ICILS-Studie (Lorenz et al., 2022; Eickelmann et. al., 2019), dass Lehrkräfte an Gymnasien häufiger digitale Materialien einsetzen als an Mittelschulen und Realschulen. Für nicht-digitale Materialien zeigte sich eine signifikant höhere Nutzungshäufigkeit an Mittelschulen als an den anderen beiden Schularten. Dies unterstreicht und erweitert die Erkenntnisse zu spezifischen Profilen der Schularten bezüglich der Nutzungshäufigkeit von digitalen wie auch nicht-digitalen Materialien: Während an Gymnasien und Realschulen die Nutzungshäufigkeit für beide Materialtypen jeweils in etwa gleich ist, zeigt sich an Mittelschulen ein Schwerpunkt für nicht-digitale Materialien. Zu klären wäre, ob dies auf eine ggf. ungünstigere IT-Ausstattung an der Mittelschule zurückzuführen sein könnte. Aktuelle Studien weisen auf eine tendenziell bessere IT-Ausstattungssituation an Gymnasien im Vergleich zu nicht-gymnasialen Schulformen der Sekundarstufe I hin (Lorenz et al, 2022). Eine weitere mögliche Ursache könnte z. B. darin bestehen, dass Lehrkräfte an Mittelschulen ggf. die technologiebezogenen Kompetenzen ihrer Schüler*innen niedrig einschätzen.

Die Ergebnisse der Kovarianzanalysen zeigen, dass vor allem das Selbstkonzept, die wahrgenommenen Kosten und der intrinsische Wert stärker mit der Nutzung digitaler Materialien zusammenhängen als mit der nicht-digitaler Materialien. Der Zusammenhang des intrinsischen Werts mit der Nutzungshäufigkeit digitaler Materialien war jedoch nicht signifikant von Null verschieden. Andere Wertkomponenten wie die Nützlichkeit und das eigene Erfolgserleben zeigen keine spezifischen Zusammenhänge mit der Nutzung digitaler Materialien. Für sie konnte mit der vorliegenden kleinen Stichprobe auch kein Zusammenhang mit dem Materialeinsatz insgesamt nachgewiesen werden. Dies spricht dafür, dass unter den motivationalen Merkmalen vor allem das Selbstkonzept und die Kosten bezüglich des Einsatzes digitaler Materialien spezifisch mit der Entscheidung für den Einsatz digitaler Materialien (und für den Einsatz von Materialien im Allgemeinen) zusammenhängen. Die Zusammenhänge mit der Nutzungshäufigkeit digitaler Materialien weisen darauf hin, dass Lehrkräfte durch hohe (wahrgenommene) Kosten tatsächlich davon abgehalten werden, digitale Materialien einzusetzen. Das auf die Nutzung digitaler Materialien bezogene Selbstkonzept der Lehrkräfte erweist sich als bedeutend für die Nutzungshäufigkeit digitaler Materialien. Sollten sich diese Zusammenhänge kausal absichern lassen, so gälte es Lehrkräften im Rahmen von Fortbildungen nicht nur Wissen und Fähigkeiten zu vermitteln, sondern auch realistisches Kompetenzerleben – als wesentlicher Vorläufer eines steigenden Selbstkonzepts – zu ermöglichen. Letztlich erscheint es notwendig, praktikable Strategien zu thematisieren, um den Aufwand des Einsatzes digitaler Materialien wenigstens beherrschbarer wirken zu lassen.

Hinsichtlich der Annahme des Will-Skill-Tool-Modells, dass auch eine positive Einstellung der Lehrkräfte zum Einsatz von Technologie ein begünstigender Faktor (Will) für den Einsatz digitaler Materialien sein kann, zeigte sich in unseren Analysen keine Evidenz – unabhängig von den betrachteten Wertkomponenten. Die Wertkomponenten wurden allerdings durchgehend mit Bezug zur Nutzung digitaler Materialien im Unterricht erhoben (z. B. Ich finde es interessant, digitale Unterrichtsmaterialien im Mathematikunterricht einzusetzen). Ggf. könnten eher personenbezogene Wertfacetten (z. B. Es macht mir Freude, mich mit digitalen Medien/Unterrichtsmaterialien zu beschäftigen) prädiktiver für die persönliche Entscheidung zur Nutzung digitaler Unterrichtsmaterialien sein.

Als Einschränkung ist zu beachten, dass die Häufigkeit des Materialeinsatzes zunächst nur ein Merkmal der Sichtstruktur ist und für sich genommen noch keine Rückschlüsse zulässt, ob Lern- bzw. Lehrprozesse passgenau unterstützt werden. Die Qualität des Einsatzes digitaler Materialien und dabei insbesondere die Frage, inwieweit mit einem solchen Einsatz ein Mehrwert gegenüber herkömmlichem Unterricht einhergeht, wurde hier nicht untersucht. Hier bieten etwa das SAMR-Modell nach Puentedura (2006) oder das ICAP-Modell für wirksame Lernaktivitäten (Chi, 2009) Ansatzpunkte für eine systematische Analyse, ebenso wie der auch als Orchestrierung bezeichnete Ansatz, digitale und nicht-digitale Materialien je nach Lernziel pädagogisch sinnvoll zu verknüpfen und in das komplexe Unterrichtsgeschehen einzubinden (z. B. Dillenbourg, 2013). Im weiteren Verlauf des DigitUS-Projekts werden Auswertungen zur medienbezogenen professionellen Kompetenz von Lehrkräften ergänzt (vgl. Kosiol & Ufer, 2020).

Literatur:

Baumert, J., Kunter, M., Blum, W., Brunner, M., Voss, T., Jordan, A., Klusmann, U., Krauss, S., Neubrand, M., & Tsai, Y.-M. (2010). Teachers' Mathematical Knowledge, Cognitive Activation in the Classroom, and Student Progress. *American Educational Research Journal*, *47*(1), 133–180.

Bonsen, M., & Rolff, H.-G. (2006). Professionelle Lerngemeinschaften von Lehrerinnen und Lehrern. *Zeitschrift für Pädagogik, 52*(2), 167–184.

Blömeke, S., Jentsch, A., Ross, N., Kaiser, G., & König, J. (2022). Opening up the black box: Teacher competence, instructional quality, and students' learning progress. *Learning and Instruction*, 79.

Carbonneau, K. J., Marley, S. C., & Selig, J. P. (2013). A meta-analysis of the efficacy of teaching mathematics with concrete manipulatives. *Journal of Educational Psychology, 105*(2), 380.

Chi, M. T. H. (2009). Active-Constructive-Interactive: A Conceptual Framework for Differentiating Learning Activities. *Topics in Cognitive Science, 1*, 73–105.

Dillenbourg, P. (2013). Design for classroom orchestration. *Computers and Education, 69, 485–492.*

Eccles, J. S., & Wigfield, A. (2002). Motivational beliefs, values, and goals. *Annual Review of Psychology*, *53,* 109–132.

Eickelmann, B., Bos, W., Gerick, J., Goldhammer, F., Schaumburg, H., Schwippert, K., Senkbeil, M., & Vahrenhold, J. (2019). ICILS 2018 #Deutschland: Computer- und informationsbezogene Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern im zweiten internationalen Vergleich und Kompetenzen im Bereich Computational Thinking. Waxmann Verlag.

Fyfe, E. R., McNeil, N. M., Son, J. Y., & Goldstone, R. L. (2014). Concreteness fading in mathematics and science instruction: A systematic review. *Educational psychology review, 26*(1), 9–25.

Hillmayr, D., Ziernwald, L., Reinhold, F., Hofer, S. I., & Reiss, K. M. (2020). The potential of digital tools to enhance mathematics and science learning in secondary schools: A context-specific meta-analysis. *Computers & Education, 153,* 103897.

Kosiol T. & Ufer S. (2020). Fachlich-technologiebezogenes Wissen aktiver Lehrkräfte messen - Konzeption eines Messinstrumentes. In H.-S. Siller, W. Weigel & J. F. Wörler (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2020* (S. 549–522) Münster: WTM-Verlag.

KMK. (2016). Bildung in der digitalen Welt. Strategie der Kultusministerkonferenz. Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 08.12.2016. KMK.

Knezek, G., & Christensen, R. (2016). Extending the will, skill, tool model of technology integration: adding pedagogy as a newmodel construct. *Journal of Computing in Higher Education, 28*(3), 307–325.

Lorenz, R., Yotyodying S., Eickelmann B. und Endberg M. (2022). *Schule digital – der Länderindikator 2021. Lehren und Lernen mit digitalen Medien in der Sekundarstufe I in Deutschland im Bundesländervergleich und im Trend seit 2017*. Waxmann.

Mishra, P., & Koehler, M. J. (2006). Technological Pedagogical Content Knowledge: A Framework for Teacher Knowledge. *Teachers College Record, 108*(6), 1017–1054.

Ostermann, A., Lindmeier, A., Härtig, H., Kampschulte, L., Ropohl, M., & Schwanewedel, J. (2021). Mathematikspezifische Medien nutzen. Was macht den Unterschied– Lehrkraft, Schulkultur oder Technik? *Die Deutsche Schule, 113*(2), 199–217.

Petko, D. (2012). Teachers' pedagogical beliefs and their use of digital media in classrooms: Sharpening the focus of the 'will, skill, tool' model and integrating teachers' constructivist orientations. *Computers & Education, 58*(4): 1351–1359.

Puentedura, R. (2006). Transformation, technology, and education. http://hippasus.com/resources/tte/

Stegmann, K., Wecker, C., Mandl, H., & Fischer, F. (2018). Lehren und Lernen mit digitalen Medien. In R. Tippelt, B. Schmidt-Hertha (Hrsg.) *Handbuch Bildungsforschung* (S. 967–988). Springer VS.

Nicole Melcher [1] & Lena Zeppenfeld [2]

[1] Jung-Stilling-Schule, jungstilligschule@t-online.de

[2] Lena Zeppenfeld, Universität Siegen, lena.zeppenfeld@student.uni-siegen.de

Die Einmaleinsreise – Eine Unterrichtsreihe im 3. Schuljahr

Der Artikel basiert inhaltlich auf dem Unterrichtsentwurf „Die Einmaleinsreise", der im Rahmen des Projektes DigiMath4Edu eingereicht wurde. Der didaktische Aufbau der Reihe und die eingesetzten digitalen Medien (Osmo Genius/Numbers, Echo Dot, iPad mit der App Book Creator) werden zunächst vorgestellt. Weiterhin soll das Arbeitsergebnis der Unterrichtsreihe, ein Einmaleinsbuch, über die App Book Creator, welches die Schülerinnen und Schüler gestaltet haben, näher in den Blick genommen werden, um hier zu verdeutlichen, welche Kompetenzen die Schülerinnen und Schüler im Laufe der Einheit erworben und gefestigt haben.

1. Einleitung

Im Projekt DigiMath4Edu, an welchem die Jung-Stilling-Schule im ersten Projektjahr teilgenommen hat, geht es schwerpunktmäßig darum, digitale Medien in den Mathematikunterricht einzusetzen. Im Rahmen des Projekts wurden 5 Unterrichtsreihen an der Jung-Stilling-Schule von den Lehrern und Lehrerinnen des Faches Mathematik entwickelt, von denen eine hier vorgestellt werden soll. Bei der Zielsetzung des Projektes ging es nicht darum, digitale Medien „irgendwie" in den Unterricht einzusetzen, sondern sie sinnvoll und passend zu integrieren.

Bei der Auswahl des Themas wurde darauf Wert gelegt, dass es aus dem schulischen Curriculum stammt und so möglichst praxisnah erprobt werden kann. Besonders wichtig war aber, dass die Auswahl der digitalen Medien unter Berücksichtigung der Lernvoraussetzungen, der themen- *und* fächerübergreifenden Übertragung und der Förderung der Medienkompetenz der Lernenden erfolgte.

2. Die Einmaleinsreise im Kontext der digitalen Medien

2.1 Vorstellung der Unterrichtsreihe

Die Schüler und Schülerinnen einer dritten Klasse haben das Einmaleins im zweiten Schuljahr auf klassische Weise erlernt und geübt. Dies bedeutet, dass sie zunächst ausgehend von der Addition gleicher Summanden die Multiplikation kennengelernt haben. Hiernach wurden dann erst die 1er, 5er und 10er Reihe als Basis erlernt, um davon ausgehend weitere Reihen abzuleiten. Zum Schluss fanden Übungen zur weiteren Festigung und Automatisierung statt. Nun sollte, mit Hilfe verschiedener Übungssettings unter Einbeziehung digitaler Medien, das Thema wiederholt, weiter eingeübt und automatisiert werden (siehe auch Abb. 1). Schließlich sollten sich die Schülerinnen und Schüler zum Abschluss der Einheit kreativ mit dem Thema auseinandersetzen.

Abbildung 1: Die Einmaleinsreise im Kontext der digitalen Medien

2.2 Lerneinheit 1: Einmaleinsübungen mit dem *Osmo Genius/ Osmo Numbers*

In der ersten Lerneinheit ging es darum, mit den digitalen Medium Osmo Genius / Osmo Numbers, spielerisch das Einmaleins zu wiederholen und zu festigen, weitere mathematische Rechenoperationen (Addition) und Regeln (Punkt vor Strich) zu üben und flexibel verschiedene Rechenwege auszuprobieren.

Beim Osmo Genius handelt es sich um ein Medium, welches in Verbindung mit einem iPad eingesetzt wird, auf welchem vorher eine dazugehörige App heruntergeladen werden muss. Das iPad wird in eine Halterung gestellt und ein spezieller Spiegel wird über der Kamera befestigt (siehe Abb. 2). Im Mathematikunterricht können die Schülerinnen und Schüler nun mit Ziffernplättchen Lösungen zu den Aufgaben, die vom Programm gestellt werden, legen. Durch den Spiegel erkennt das Programm, was die Lernenden gelegt haben und gibt direkt eine Rückmeldung, ob die Aufgabe richtig ist oder nicht.

Die Vorteile aus didaktischer Sicht liegen, gerade im Primarbereich, in der Verbindung der digitalen und analogen Tools, denn das analoge Legen der Plättchen wird digital durch die App erkannt. Weiterhin bietet das Programm eine individuelle Differenzierung (in dem z.B. verschiedene Schwierigkeitsgrade eingestellt werden können), eine direkte Rückmeldung und auch die Förderung flexiblen Rechnens durch Additions- und Multiplikationsaufgaben. Weitere Vorteile beim Einsatz des digitalen Mediums in dieser Lerneinheit liegen im spielerischen Zugang und der damit verbundenen hohen Motivation der Schülerinnen und Schüler.

Die Schülerinnen und Schüler konnten mit einer kurzen Einführung schnell mit dem Medium arbeiten. Sie bedienten die App intuitiv und probierten den Spielmodus spielerisch aus. Dadurch, dass verschiedene Faktoren mit den Plättchen gelegt werden konnten, um zum von der App vorgegebenen Produkt zu kommen, übten die Schüler und Schülerinnen sich im flexiblen Rechnen. Eine Schwierigkeit ergab sich durch die Lautstärke bei großen Lerngruppen, so dass anzuraten ist, mit Kopfhörern zu arbeiten.

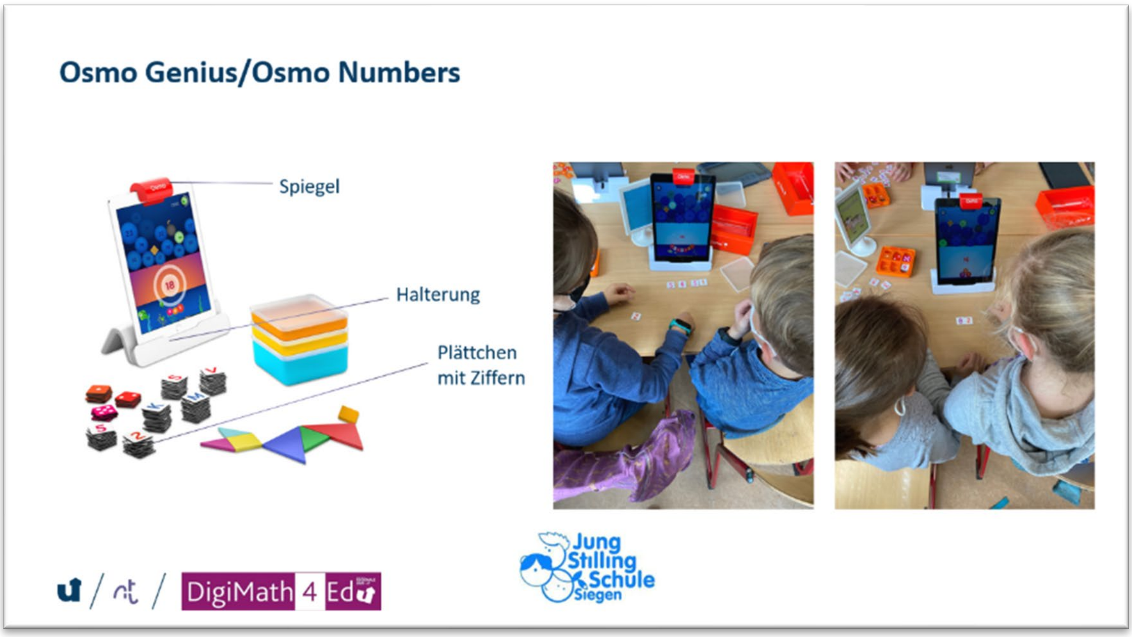


Abbildung 2: Osmo Genius / Osmo Numbers

2.3 Lerneinheit 2: Einmaleinsübungen mit dem Sprachassistenzsystem *Echo Dot*

In dieser Lerneinheit soll mit einem Sprachassistenzsystem namens Echo Dot, auf dem vorher die zum Thema Einmaleins passenden Skills „Mein Multiplikationsspiel“ und „Das kleine Einmaleins“ heruntergeladen wurden, das Einmaleins weiter automatisiert werden.

Das Gerät hat ein Mikrofon und einen Lautsprecher und es können sogenannte „Skills“ zu verschiedenen Themen auf das Gerät geladen werden (siehe Abb. 3). Mit ihnen tritt der Lernende dann in Interaktion, nachdem das Aktivierungswort „Alexa“ gesprochen wird. Der Lernende kann zwischen verschiedenen Aufgabenmodi wechseln (leicht/schwer, gemischte Einmaleinsreihen/eine Einmaleinsreihe) und erhält eine direkte Sprachrückmeldung des Echo Dots, ob die Aufgabe richtig gerechnet wurde.

Der spielerische Zugang und die damit verbundene hohe Motivation sind auch bei diesem Medium ein großer Vorteil, wie auch die Tatsache, dass verschiedene Schwierigkeitsstufen und Spielmodi einstellbar sind. Besonders hervorzuheben ist aber, dass es sich um eine auditive Übung handelt und damit ein sonst eher vernachlässigter Lernkanal der Schülerinnen und Schüler genutzt wird. Zu bedenken ist bei diesem Übungsformat, dass die Skills vorher getestet werden müssen und dass im Klassenraum unbedingt eine stabile Internetverbindung bestehen muss.

Abbildung 3: Sprachassistent Echo dot

2.4 Lerneinheit 3: Einmaleinsgeschichten erfinden und auf dem iPad mit der App Book Creator aufschreiben

In der dritten finalen Lerneinheit sollen die Schülerinnen und Schüler selbst Einmaleinsgeschichten erfinden und auf dem iPad mit der App Book Creator aufschreiben sowie mit weiteren interaktiven Elementen versehen, um auf kreative Weise das Einmaleins zu festigen.

Beim Book Creator handelt es sich um eine App zum Erstellen von Büchern. Der Nutzer kann vorher eine bestimmte Formatvorlage wählen und hat dann verschiedene Gestaltungsmöglichkeiten. So kann er Texte mit einer Tastatur tippen oder mit einem iPad Stift schreiben. Schriftart und Größe sind wählbar, genauso wie verschiedene Hintergründe. Des Weiteren können Zeichnungen angefertigt werden oder Bilder und Fotos eingefügt werden (siehe Abb. 4). Besonders die Funktion, einen Text aufsprechen zu können und ihre einfache Bedienung unterscheidet die App von anderen.

Das digitale Medium hat einen hohen Aufforderungscharakter und fördert die Kreativität der Lernenden. Durch die Erstellung eines digitalen Buches ist die Aufgabenstellung produktorientiert. Die Schülerinnen und Schüler bringen mathematische Erfahrungen aus ihrer eigenen Alltagswelt in die Geschichten mit ein. Damit wird Mathematik erlebbar!

Abbildung 4: App Bookcreator

3. Präsentation der Unterrichtsergebnisse

Die Einmaleinsgeschichten der Schülerinnen und Schüler wurden zu einem Buch zusammengefasst, welches digital veröffentlicht ist.

Einige ausgewählte Geschichten sollen nun vorgestellt werden, an denen deutlich wird, inwieweit die Schülerinnen und Schüler ihre mathematischen Kompetenzen erweitern konnten. Zum Verständnis gibt es die Möglichkeit, über den Link oder den QR Code Einsicht in das digitale Buch zu erhalten (siehe Abb. 5). Klicken Sie dazu bitte weiter, bis die Geschichte der genannten Kinder erscheint.

Abbildung 5: Präsentation der Unterrichtsergebnisse

Ghazel und Melina haben in ihrer Geschichte das Kommutativgesetz aufgegriffen, in dem sie die Rechnung 3x2 und 2x3 nochmal besonders hervorgehoben haben. Tamara und Sofi haben in ihrer Geschichte die Konvention in der Operatorrangfolge der Mathematik verdeutlichen können, indem sie die Rechenregel Punkt vor Strichrechnung beachtet haben.

Pauli und Ilkay haben herausgestellt, dass die Kernaufgaben zunächst gelernt werden müssen, um sich andere Multiplikationsaufgaben herleiten zu können. Marie, Hannah und Lisa haben in ihrer Geschichte eine Verdopplungsaufgabe und haben das auch besonders gekennzeichnet.

Bei der Durchsicht der Geschichten wird deutlich, dass die Schülerinnen und Schüler persönlich motivierte Themen gewählt haben, wie Tiere, Harry Potter oder Fußball und damit besonders motiviert bei der Erstellung der Geschichten waren.

4. Lessons learnt

Digitale Medien bieten eine Vielzahl an Differenzierungs- und Individualisierungsmöglichkeiten sowie einige weitere Varianten (Sprachaufnahmen, Fotos einfügen). Außerdem wird die Motivation der Lernenden beim Einsatz digitaler Medien enorm gesteigert.

Anhand des Einmaleinsbuches, welches von den Schülerinnen und Schülern im Rahmen der Unterrichtsreihe erstellt wurde, kann festgestellt werden, dass sie ihre Rechenkompetenzen steigern konnten und sich gerade im Bereich des Erkennens und Verbalisierens von Rechenregeln geübt haben.

Es ist aber auch festzustellen, dass der Arbeitsaufwand für die Vorbereitung und Durchführung des Unterrichts für den Lehrenden zunächst höher ist. Setzt er aber digitale Medien häufiger und selbstverständlicher im Unterricht ein, wird er kompetenter in diesem Bereich und die Vorteile des Einsatzes digitaler Medien im Unterricht überwiegen.

Es bleibt also zu sagen: Der Einsatz digitaler Medien in den Mathematikunterricht ist zunächst etwas mühsam, aber es lohnt sich!

Literatur:

Dausend, H. (2018). *Digitale Medien im Grundschulunterricht gezielt einsetzen. Berlin*: Cornelsen.

Gaidoschik, M. (2019). *Einmaleins verstehen, vernetzen, merken*. Stuttgart: Klett.

Götze, D. (2018). Multiplikationsverständnis sprachsensibel fördern. *Beiträge zum Mathematikunterricht 2018,* 639–642.

Hofmann, A., Franz E., Schneider-Pungs, C (2016). *Tablets im Unterricht. Ein praktischer Leitfaden.* Hamburg: AOL Verlag.

Müller, G. & Wittmann, E. (1984). *Der Mathematikunterricht in der Primarstufe.* Wiesbaden: Vieweg.

Radatz, H. & Schipper, W. (1983). *Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen*. Hannover: Schroedel.

Lea Marie Müller & Melanie Platz

Universität des Saarlandes, leamarie.mueller@uni-saarland.de, melanie.platz@uni-saarland.de,

Von den Ellenstäben hin zu Augmented Reality. Vergangenheit, Gegenwart, Zukunft – Die (Weiter-)Entwicklung von Messinstrumenten

Digitale Medien durchdringen nicht nur unseren Alltag, sondern auch das schulische Lernen und Lehren. Der Beitrag gibt einen historisch-mathematischen Überblick über Messinstrumente ausgehend von den ersten der Menschheitsgeschichte im Bereich Längen bis hin zu heutigen neuen Technologien, wie Augmented Reality (AR), die Kinder bei der Einsicht in Messprozesse und somit beim Verstehen ihrer physischen Umwelt mit mathematischen Mitteln unterstützen können.

1. Einleitung

Bereits vor Schulbeginn sammeln Kinder ihre ersten Messerfahrungen. Insbesondere im Bereich Längenmessung sehen sie im Alltag bei Erwachsenen oder älteren Geschwistern den Einsatz von Messinstrumenten, wie Maßbändern oder Linealen, um Strecken zu messen. Sie selbst erfahren beispielsweise bei dem Besuch des Kinderarztes, wie die eigene Körpergröße gemessen bzw. der Wert am Maßband abgelesen wird. Auch beim Messen von Raumlängen, indem überprüft wird, ob ein neugekaufter Schrank in das Zimmer passt oder beim Ausmessen von Schuh- und Kleidergrößen begegnen die Kinder dem Größenbereich Längen. An diesen und weiteren Beispielen wird deutlich, dass nicht nur Kinder, sondern jeder Mensch bei alltäglichen Tätigkeiten des Öfteren mit dem Messen von Längen konfrontiert wird. Auch die weitgefächerte Palette an verschiedensten Berufen, von der Schneiderin hin zum Konstrukteur, benötigt die Längenmessung. Insbesondere beim Ausüben von technischen Berufen oder in der Baubranche kommt dem Messen eine besondere Rolle zu, da dort zunehmend mit digitalen Messinstrumenten gemessen wird. Somit ist die Tätigkeit des Messens, wie das Ablesen des Messergebnisses, nicht mehr entscheidend, sondern vielmehr die anschließende Überprüfung, ob das von dem Gerät angezeigte Messergebnis stimmt. Dass das Messen vor allem im Alltag und im Bauwesen gebraucht wird, zeigt auch ein Blick auf die geschichtliche Entwicklung des Messens und der Verwendung von Messinstrumenten. Denn, wie Haustein (2001) beschreibt, ist „das Messen und Zählen […] eine Lebensäußerung des Menschen, die seit dreißig Jahrtausenden nachweisbar und wahrscheinlich noch viel älter ist“ (Haustein, 2001, S. 1). Um diese geschichtliche Entwicklung aufzugreifen, erfolgt in diesem Beitrag zunächst die Betrachtung der Entstehung und Weiterentwicklung von Messinstrumenten, um den Einsatz neuer digitaler Messinstrumente einordnen zu können und anschließend deren schulische Einsatzmöglichkeiten exemplarisch aufzuzeigen.

2. Messinstrumente der Vergangenheit

Mit Blick in die letzten Jahrtausende wurden die ersten Aufzeichnungen von Messinstrumenten bei den Altägyptern in Form von Hieroglyphen gefunden. Dabei gehörte „das Messen von Strecken und Flächen […] schon bei den alten Ägyptern zu den typischen Aufgaben der Geometrie“ (Franke & Reinhold, 2016, S. 305) und wurde im Alltag zur Konstruktion von Bauwerken sowie dem Ablesen des Nilstandpegels notwendig (Haustein, 2001; Trapp & Wallerus, 2006). Dazu griffen die Ägypter auf Körpermaße, wie vorzugsweise die Elle, zurück. Es wurde bereits zu dieser Zeit darauf geachtet, dass der Start- und Endpunkt der Maßeinheit genau definiert ist. So wurde „die Strecke von der Spitze des Olekranons (=Ellenbogenhöcker) bis zur Spitze des längsten Fingers der Hand (in der Regel des Mittelfingers)“ (Robl, 2019, S. 3) gemessen und von den Ägyptologen als Ur-Elle bezeichnet (Robl, 2019). Das Ur-Maß einer Elle von ca. 0,46 m wurde anschließend auf Holzstäbe übertragen, um flexibel damit messen zu können. Später wurde noch weitere Ellen, wie auch die königliche Elle mit einer Länge von ca. 52,5 cm definiert (Haustein, 2001; Robl, 2019). Auf manchen der Ellenstäbe aus Holz oder Stein sind Einkerbungen in gleichen Abständen zu finden, die vermutlich als Untereinheiten verwendet wurden (Robl, 2019; Trapp & Wallerus, 2006). So wurde eine Elle in sieben Handbreiten bzw. 28 Fingerbreiten unterteilt. Andere Kulturen, wie die Babylonier, nutzen ebenfalls die Elle als Maßeinheit und zugleich als Messinstrument. Diese einheitliche Verwendung desselben Messinstrumentes ist darin begründet, dass es bei jedem Menschen ohne körperliche Beeinträchtigung zeit- und ortsunabhängig verfügbar ist und im Gegensatz zum Messen mit einer Fußlänge weniger variiert. Als weiteres Messinstrument wurden Messlatten in Form von Schilfrohren zur Landvermessung verwendet, die auf dem Vielfachen einer Elle basierten. Die Länge der Messrohre variierte zwischen fünf oder sechs Ellen und es wurde keine einheitliche Maßeinheit (z. B. Anzahl von Messrohren) eingeführt. Ab einer Strecke von 25 Metern wurden zusätzlich Messschnüre und Messseile eingesetzt, die nach heutiger Vermutung das 10fache einer Elle maßen. Das dritte Messinstrument der Ägypter war der Peil-Spann-Stab, der vermehrt bei Hieroglyphen in der Hand des Pharaos abgebildet wird (Robl, 2019).

Auch im römischen Reich wurden Ellen als Maßeinheit verwendet, so lassen sich in Abbildungen die Nutzung von Ellen als Maßeinheit rekonstruieren (Grewe, 2013). Neben der Elle wurde aber vorranging sowohl im römischen Reich als auch im antiken Griechenland Fuß als Maßeinheit eingeführt (Trapp & Wallerus, 2006). Dabei unterteilten und vervielfachten die Römer das Maß eines Fußes, ebenso wie es die Ägypter bei der Elle taten. So gab es bis zu 16 Untereinheiten, die je nach Unterteilung als digiti (Fingerbreite) und palmus (Handbreite) bezeichnet wurden sowie eine Meile, die das 5000fache eines Fußes maß (Hultsch, 1882). Im alten Griechenland wurde ebenfalls Fuß als Maßeinheit verwendet, dort entsprachen 600 Fuß einem Stadion (Lelgemann, 2004).

Die Längeneinheit Fuß wurde über das Mittelalter hinweg noch bis Ende des 18. Jahrhunderts weitergeführt. Allerdings wurde eine Fußlänge nicht mehr in 16 Finger unterteilt, sondern in zwölf Daumenbereiten, worauf auch der heutige Zoll zurückzuführen ist. Ein Problem bestand darin, dass die verschiedenen Provinzen und Königreiche unterschiedliche Fußlängen und teils zusätzlich Ellenlängen verwendeten, die zu Konflikten insbesondere beim Handeln von Waren führten (Trapp & Wallerus, 2006). Dementsprechend wurde nach einem neuen einheitlichen Maß gesucht, dass unabhängig und übergreifend verwendet werden kann. Erst im Jahr 1799 wurde in Frankreich ein solches standardisiertes Maß eingeführt, das nicht mehr auf das Körpermaß eines Menschen zurückgeführt wurde, sondern auf dem „zehnmillionsten Teil der Länge eines Erdmeridians zwischen Nordpol und Äquator" (Trapp & Wallerus, 2006, S. 30) basierte. Dieses Maß wurde als „Urmeter" bezeichnet und aus Platin gegossen. Nachfolgend wurden auf der Basis des Urmeters die Vielfachen und Teiler genommen, um so die gebräuchlichen Umrechnungseinheiten im Dezimalsystem zu definieren. Im Jahr 1875 wurde das metrische System dann in der „internationalen Meterkonvention" von 17 Staaten beschlossen und ist bis heute die weltweit verbreitetste standardisierte Maßeinheit (Trapp & Wallerus, 2006).

Dieser historische Einblick in die geschichtliche Entwicklung der Messinstrumente und Maßsysteme zeigt, dass die verschiedenen Kulturen bis zur Einführung des metrischen Systems sehr ähnliche Varianten zur Längenmessung benutzten. Ebenfalls wird die Notwendigkeit der Längenumrechnung erkennbar, indem teilweise mit unterschiedlichen Einheiten, aber immer wiederkehrend, eine Standardlänge unterteilt oder vereinigt wurde, um so ein neues Maß zu erhalten. Nach Peter-Koop und Nührenbörger (2011, S. 93) lassen sich diese als körpereigene, intuitive-historische Messwerkzeuge bezeichnen, die zur Kategorie „Repräsentationen nicht-normierter Einheiten" gehören. Auch heutzutage werden im Schulunterricht die nicht-normierten bzw. nicht-standardisierten Körpermaße herangezogen, um das Messen in Schulbüchern einzuführen (z. B. Manten & Forthaus, 2015).

3. Das Messen in der Gegenwart

Das metrische System ist wie bereits beschrieben heutzutage sehr weit verbreitet und im Großteil der Länder als standardisierte Maßeinheit vorgeschrieben. Nach Peter-Koop und Nührenbörger (2011, S. 93) können die Repräsentation normierter Einheiten nochmals in drei weitere Unterkategorien eingeteilt werden. Es wird unterschiedenen in Repräsentationen einzelner Einheiten (z. B. Maßstäbe), konventionelle Messwerkzeuge (z. B. Messrad, Geodreieck) und Veranschaulichung des linearen Messprozesses (z. B. Maßband, Gliedermaßstab, Lineale). Vor allem letztgenannte Messinstrumente werden in der Primarstufe zur Einführung in die Längenmessung verwendet, da mit ihnen das Anzeigen gleichbleibender aufsteigender Abstände im Messprozess möglich ist. Neben standardisierten analogen Messinstrumenten werden insbesondere in industriellen Berufen sowie in der Baubranche auch zunehmend digitale Messinstrumente, wie digitale Messschieber oder Entfernungsmessgeräte verwendet. Die meisten digitalen Messinstrumenten haben zum Vorteil, dass sie zwar meist genauer messen, aber zum Nachteil, dass sie nur das Messergebnis anzeigen und den Messprozess, wie z.B. das wiederholte Aneinanderreihen von Einheiten, vernachlässigen. Auch, dass sich Einheiten aus anderen Einheiten ergeben, wird bei dem Einsatz dieser digitalen elektrischen Messinstrumente nicht sichtbar, obwohl es aus mathematik-didaktischer Sicht zur Einsicht in den Aufbau einer Messskala und für die Verwendung unterschiedlicher Maßeinheiten sowie damit einhergehender Umwandlungsprozesse wichtig ist. Zudem erfahren viele Kinder im Alltag sehr viel häufiger den Gebrauch von traditionellen analogen Messinstrumenten und tragen sogar oftmals ein Lineal seit Beginn der ersten Klasse in ihrem Mäppchen mit sich (Zöllner, 2020). Diese Bedenken aus mathematik-didaktischer Sicht sowie das Anknüpfen an gesammelten Erfahrungen der Kinder tragen dazu bei, dass in der Primarstufe mit den traditionellen analogen Messinstrumenten unterrichtet wird und seltener mit digitalen.

3.1 Das Messen von Längen in der Grundschule

Das Messen von Längen ist in den Curricula der Primarstufen fest verankert. Eine von den Autorinnen des Beitrags durchgeführte Recherche zu allen nationalen Lehrplänen in Deutschland konnte zeigen, dass jedes der 16 Bundesländer das Messen von Längen sowie einen sachgerechten Umgang mit Messinstrumenten einbezieht. Auch die aktuellen Bildungsstandards der Grundschule schreiben unter der Leitidee „Größen und Messen" die zu erwerbenden Kompetenzen „Über Größenvorstellungen verfügen", „Größen messen und Maßangaben bestimmen" und „mit Größen in Kontexten umgehen" am Ende des vierten Schuljahres vor (KMK, 2021, S. 15). Dabei sollen die Schüler*innen „mit geeigneten Einheiten und unterschiedlichen Messgeräten sachgerecht [messen]" (KMK, 2021, S. 15). Diese Kompetenz des indirekten Vergleichens, bei dem standardisierte oder auch nicht-standardisierte Messinstrumente benötigt werden, erfolgt oftmals im Sinne des didaktischen Stufenmodells (Franke & Ruwisch, 2010) nach dem Sammeln von Erfahrungen und dem direkten Vergleichen von Repräsentanten. In der zweiten Klasse der Primarstufe wird dazu das indirekte Vergleichen vorerst mit nicht-standardisierten Maßeinheiten, wie dem Messen mit dem Fuß, der Elle oder dem Daumen angebahnt. Daraus erfolgt dann, sozusagen geschichtlich angelehnt, die Notwendigkeit der Verwendung einer standardisierten Maßeinheit sowie von einheitlichen Messinstrumenten, da das Messen beispielsweise mit unterschiedlichen Fußlängen zu unterschiedlichen Ergebnissen führt und meist ungenau ist. Trotz dieser Vorgehensweise, die auch in vielen Lehrwerken verwendet wird, berichten Lehrkräfte, dass das Umwandeln von Maßeinheiten, welches auf das Einheitenkonzept zurückzuführen ist, vielen Schüler*innen schwerfällt (Lassnitzer & Gaidoschik, o. J.). Oftmals wird prozedurales Wissen gelehrt, indem gezeigt wird, wie z. B. Messinstrumente anzuwenden sind, aber das konzeptuelle Wissen wird vernachlässigt, welches die Begründungen hinter den Prozeduren umfasst. Dieses fehlende Wissen könnte auch darin begründet sein, dass in nationalen mathematischen Schulbüchern der Primarstufe zur Schulbucheinheit „Längen" vorrangig prozedurales Wissen gelehrt wird, wie eine aktuelle Schulbuchanalyse zeigt (Ruwisch, 2020).

Auch international konnten Tan-Sisman und Aksu (2016) bestätigen, dass nicht nur Kinder in der Primarstufe, sondern auch Schüler*innen der sechsten Klasse bei Transferaufgaben scheitern, bei denen zunehmend auch konzeptuelles Wissen benötigt wird. Dem zufolge soll im folgenden Kapitel darauf eingegangen werden, was konzeptuelles Wissen im Bereich der Längenmessung beinhaltet.

3.2 Prinzipien der Längenmessung

In der Literatur gibt es verschiedene Konzepte, die sich meist auf die Längenmessung beziehen und dabei teilweise das Längenverständnis miteinschließen. In der folgenden Auflistung werden die sechs Prinzipien der Längenmessung nach Clements und Stephan (2003, S. 4ff.) vorgestellt.

1) Unterteilung (Partitioning) ist die mentale Aktivität die Länge eines Objekts in gleichgroße Einheiten zu zerlegen.
2) Wiederholende Einheit (Unit iteration) ist die Fähigkeit, die kleineren Unterteilungen einer Länge als Teil des zumessenden Objekts wahrzunehmen und dabei die Untereinheiten wiederholt entlang der Länge des Objekts anzulegen.
3) Transitivität (Transitivity) unterscheidet die drei folgenden Aspekte:
    a) Transitivität der Gleichheit: Wenn die Länge des ersten Objekts gleichlang wie die Länge des zweiten Objekts ist und die Länge des zweiten Objekts gleichlang wie die Länge des dritten Objekts, dann ist die Länge des ersten Objekts gleich der Länge des dritten Objekts.
    b) Transitivität der Größer-Relation: Wenn die Länge des ersten Objekts länger als die Länge des zweiten Objekts ist und die Länge des zweiten Objekts länger als die Länge des dritten Objekts ist, dann ist auch die Länge des ersten Objekts länger als die Länge des dritten Objekts.
    c) Transitivität der Kleiner-Relation: Wenn die Länge des ersten Objekts kürzer als die Länge des zweiten Objekts ist und die Länge des zweiten Objekts kürzer als die Länge des dritten Objekts ist, dann ist auch die Länge des ersten Objekts kürzer als die Länge des dritten Objekts.
4) Erhaltung (Conservation) einer Länge bedeutet, dass ein Objekt bewegt werden kann und trotzdem seine Länge unverändert erhalten bleibt.
5) Akkumulation der Distanz (Accumulation of distance) bedeutet, dass der Abstand zwischen der ersten bis zur letzten wiederholenden Einheit das Ergebnis aller wiederholenden Einheiten umfasst.
6) Beziehung zwischen der Anzahl und dem Gemessenem (Relation between number and measurement) bezieht sich darauf, dass „die Größe der Zahlen in inverser Beziehung zu der Größe der gewählten Einheit“ (Nührenbörger 2002, S. 27) stehen und somit nicht nur von der Zahlgröße der Längenangabe abhängt (Zöllner, 2020).

In der Literatur werden zum Teil weitere, als auch synonym verwendete, Prinzipien oder Kernideen genannt (Peter-Koop & Nührenbörger, 2011; Ruwisch, 2020; Zöller, 2020). Oftmals wird noch die Bedeutung des Ursprungs (Nullpunkt) aufgeführt (z. B. Lehrer, 2003). Das bedeutet, dass der Skalenwert den Abstand angibt und die Messung nicht von der Null abhängig ist, sondern bei gleichbleibendem Abstand der Skalierung nicht variiert. Das heißt, der Abstand von 0 zu 10 Skalen ist der gleiche wie von 30 zu 40 (Lehrer, 2003). Gerade bei diesen Bereichen, wo die Schüler*innen nicht mehr den Abstand ablesen können, sondern der Prozess hinter der Messung verstanden sein muss, zeigen Schüler*innen Schwierigkeiten. So fällt es ihnen schwer den gleichbleibenden Abstand beim Anfertigen eines eigenen Lineals einzuhalten (Nührenbörger, 2002) oder mit einem zerbrochenen Lineal zu messen (Nunes, Light & Mason, 1993). Um solche Schwierigkeiten aufzugreifen und die Prinzipien zum konzeptionellen Verständnis aufzubauen, könnten auch neue digitale Medien unterstützen.

3.3 Längenmessung mit AR-Messinstrumenten

Im Zuge der heranschreitenden Digitalisierung zeigen aktuelle Studien (Berg, 2019; Medienpädagogischer Forschungsverband Südwest, 2020), dass der Besitz und der Gebrauch von Smartphones und Tablets bei Schüler*innen zunehmen. Die aktuelle KIM-Studie (2020) konnte bei einer Befragung herausfinden, dass mehr als 50% der 6- bis 13-jährigen Kinder ein eigenes Smartphone besitzen. Auch die Bitkom Studie (2019) konnte zeigen, dass bezüglich der Smartphone-Nutzung von 2014 bis 2019, der größte Anstieg, insbesondere bei den 6- bis 7-jährigen Kindern zu verzeichnen ist. Insbesondere in neueren Smartphone-Modellen und Tablets sind leistungsfähige Prozessoren und Sensoren verbaut, die Technologien, wie Augmented Reality (AR), unterstützen. Mit Hilfe der Kamera des mobilen Endgerätes wird die reale Welt gezeigt, aber um zwei- oder dreidimensionale virtuelle Objekte erweitert. Es können somit zusätzliche Informationen in der Welt ein- oder ausgeblendet werden (Milgram & Kishino, 1994).

Im Bereich der Längenmessungen existieren auch viele verschiedene Apps auf dem Markt, die mit Augmented Reality das Messen in der realen Welt ermöglichen. Dazu werden virtuelle Messinstrumente in die reale Welt integriert, wie in den Abbildungen in der folgenden Tabelle 1 dargestellt wird. Die Apps haben alle als gemeinsames Ziel die Länge eines Objekts zu messen. Dafür wird auf dem Bildschirm des Smartphones oder Tablets die Welt mit der Kamerafunktion angezeigt. Durch die Berührung des Bildschirms mit dem Finger, kann ein Startpunkt der Messung, wie die Ecke eines zu messenden Objekts ausgewählt werden. Durch die Bewegung des Smartphones wird ausgehend von dem ausgewählten Startpunkt eine Strecke erzeugt. Die Strecke wird so lange dargestellt und gezogen, bis eine weitere Berührung des Bildschirms den Endpunkt der Messung markiert. Anschließend kann im Bildschirm die gezogene Strecke betrachtet werden. Diese Vorgehensweise ist bei allen AR-Apps zur Längenmessung identisch, wobei sowohl die Darstellungen von Start- und Endpunkt der gemessenen Strecke als auch die Darstellung einer Skalierung, wie die eines Lineals, variieren kann. Des Weiteren kann unterschieden werden, ob nur eine einfache Längenmessung möglich ist oder mehrfache Längenmessungen möglich sind, die gleichzeitig visualisiert werden.

Auf Grund der unterschiedlichen Varianten und zusätzlichen Funktionen wurde im Juni 2021 eine systematische Analyse zu AR-Messinstrumenten im iOS Appstore durchgeführt. Es wurde nach dem deutschen Begriff „Messen“ gesucht, der insgesamt 227 Apps als Ergebnisse anzeigte und nach der englischen Übersetzung „Measure“ gesucht bei der 169 Apps angezeigt wurden. Aus beiden Suchergebnissen konnten insgesamt 34 Apps mit AR-Messinstrumenten gefunden werden, die unterschiedliche Designs und Funktionen enthalten. Die folgende Tabelle 1 zeigt, wie viele Apps entsprechend zu bestimmten Kategorien gefunden wurden.

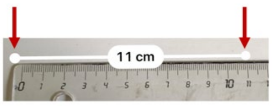
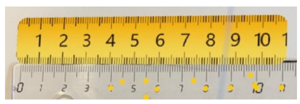
	Arten der Messung	
Einfache Messung	Mehrfache Messung	Umriss
28	24	11
	Start- und Endpunkt	
Punkte (16)	Pfeile (11)	Verschiedene (7)
 (z. B. Maßband, Apple, 2021)	 (z. B. MyMeasures + AR Measure, TOP APP d.o.o., 2021)	- Bälle (1) - Fahnen (2) - Maßband (2) - ohne (2)
	Skalierung (3)	
CamToPlan (Tasmanic Editions, 2017)	AirMeasure – App-Messausrüstung (Laan Labs, 2020)	AR Ruler – Poket Measure Kit (Shenzhen Augmreal Technology, 2021)
		

Tabelle 1: Kategorisierung der AR-Messinstrumente

Insgesamt zeigt sich, dass bis auf sechs AR-Messinstrumente, alle Apps eine einfache Streckenmessung von einem definierten Start- zu einem Endpunkt ermöglichen. Manche Apps erlauben zusätzlich mehrfache Messungen, die dann gleichzeitig auf dem Bildschirm angezeigt werden. Elf der untersuchten Apps ermöglichen entweder ausschließlich die Messung eines Umrisses oder bieten dies als Zusatzfunktion neben der einfachen und mehrfachen Messung an. Im Vergleich zu der Messung mit einem Lineal wird der Start- und Endpunkt der Messung festgelegt und bei den meisten Apps entsprechend markiert. So verwenden knapp die Hälfte aller Messinstrumente die Darstellung von Punkten, um den Start- und Endwert zu definieren. Etwas weniger als ein Drittel der Apps verwenden Pfeile, die nach außen zeigen. Zudem werden vereinzelt unterschiedliche Start- und Endpunkte verwendet, wie Bälle oder Fahnen. Zwei der 34 Apps zeigen zur Messung ein Maßband an, wie es mit einem analogen Maßband der Fall wäre und zwei weitere Apps verzichten ganz auf eine Darstellung und nutzen nur die Linien, die auch als Strecke angezeigt werden. Die Darstellung eines Maßbandes und dessen Skalierung zeigen nur drei der 34 Apps an. Dabei unterscheidet die App *CamToPlan*, die vorrangig zum Ausmessen von Wohnungsumrissen entwickelt wurde, die Skalierung in Meter und Dezimeter. Die App *AirMeasure* zeigt Zentimeter an und unterteilt diese dann nochmals in halbe und viertel Zentimeter, anstelle von Millimetern. Die letzte App *AR Ruler* zeigt, wie bei einem analogen Maßband, sowohl Millimeter als auch Zentimeter, und beinhaltet somit auch Dezimeter und Meter, wobei diese nicht besonders markiert oder hervorgehoben werden.

Insgesamt zeigt sich, dass bis auf drei Apps ausschließlich das Messergebnis fokussiert und dabei der Messprozess vernachlässigt wird. Allerdings bietet vor allem Augmented Reality den Vorteil zusätzliche Informationen ein- und auszublenden, weshalb hier die vorgestellten Prinzipien des Längenverständnisses und zentral die Umwandlungen von Maßeinheiten veranschaulicht werden könnte. Wie dies aussehen könnte, soll im Folgenden genauer erläutert werden, indem ein in der Entwicklung befindliches AR-Messinstrument zum Einsatz in der nahen Zukunft vorgestellt wird.

4. AR-Messinstrument der Zukunft

Analoge Messinstrumente, wie ein Lineal oder Maßband, umfassen je nach Länge zwar die verschiedenen Maßeinheiten, wie Millimeter, Zentimeter, Dezimeter und Meter, allerdings werden diese gleichzeitig angezeigt und der Anwender muss zur richtigen Verwendung bereits wissen, welche Bedeutung die jeweiligen Striche haben. In der Regel wird auf dem Lineal nur die Anzahl der Zentimeter als Ziffernschreibweise visualisiert, wobei auch das Wissen insbesondere über Dezimeter nicht nur zum Umwandeln, sondern auch im zunehmenden Alter bei der Behandlung von Volumen von zentraler Bedeutung ist. Zudem ist die Notwendigkeit einer Untergliederung auf dem analogen Messinstrument schwer ersichtlich. Diese systematische Untergliederung, „wenn keine natürliche Maßzahl das zu Messende vollständig erfassen kann“ (Peter-Koop & Nührenbörger, 2011, S. 92), könnte mit dem AR-Messinstrument aufgriffen werden. Das in der Entwicklung befindliche AR-Messinstrument könnte somit die grundlegende Funktionsweise der auf dem Markt existierenden AR-Apps übernehmen und um weitere Funktionen ergänzt werden. Zur Darstellung der unterschiedlichen Einheiten könnte das Messinstrument nicht nur eine feststehende Art der Skalierung beinhalten, sondern diese auf

Knopfdruck zur Verfügung stellen. Das heißt vor der Messung einer Strecke kann die gewünschte Einheit ausgewählt werden. In dem Fall, dass eine Einheit zu grob ausgewählt wird und das zu messende Objekt nicht vollständig erfasst wird, ist es im Nachhinein ebenfalls möglich die ausgewählte Einheit nochmals zu ändern, um so Untereinheiten ein- und auszublenden. Mit Hilfe dieser Funktion, könnte nicht nur durch das Ziehen der Strecke entlang des Objekts die Aneinanderreihung gleichbleibender Einheiten veranschaulicht werden, wie es das Prinzip der Unit iteration (Stephan & Clements, 2003) beschreibt, sondern zugleich die verfeinerten Einheiten und somit das Umwandeln veranschaulicht werden. Zudem könnte auch das Lernen über Medien aufgegriffen werden, indem Messfehler sowie die Relevanz von Genauigkeit beim Messen mit Messinstrumenten thematisiert wird.

5. Zusammenfassung

Es lässt sich zurückblickend festhalten, dass sich trotz der langen Entwicklung des heutigen standardisierten Maßeinheitssystems und entsprechenden Messinstrumenten, nur wenig an der unterrichtlichen Einbindung verändert hat. Hierbei könnten zukünftig digitale Technologien, wie Augmented Reality, unterstützend wirken, indem sie grundlegende Prinzipien der Messprozesse visualisieren. Dabei sollen auf keinen Fall die analogen Messinstrumente ausgeschlossen oder ersetzt werden. Vielmehr sollte der erste Zugang über die Erfahrungen der Kinder mit analogen Messinstrumenten erfolgen und auftretende Verständnisprobleme, insbesondere im Bereich der Umwandlung, mit dem AR-Messinstrument aufgegriffen und visualisiert werden. Dazu ist es das Ziel in naher Zukunft im Sinne des Design-Based-Research-Ansatzes ein solches AR-Messinstrument auf Basis der bestehenden AR-Messinstrumente zu entwickeln und anschließend in einer Lernumgebung zu erproben.

Literatur:

Apple (2021). *Maßband*. iOs App Store.

Berg, A. (2019). *Kinder und Jugendliche in der digitalen Welt. Bitkom Research*. Zuletzt aufgerufen am 30.11.22 unter https://www.bitkom.org/sites/default/files/2019-05/bitkom_pk-charts_kinder_und_jugendliche_2019.pdf.

Franke, M. & Reinhold, S. (2016). *Didaktik der Geometrie*. 3. Aufl., Wiesbaden: Springer Spektrum.

Franke, M. & Ruwisch, S. (2010). *Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule*. 2. Aufl., Wiesbaden: Springer Spektrum.

Grewe, K. (2013). *Die Ziegelmarken am Aquädukt von Minturnae*. In Bonner Jahrbücher. Band 212. https://doi.org/10.11588/bjb.2012.0.43979

Haustein, H.-D. (2001). *Weltchronik des Messens. Universalgeschichte von Maß und Zahl, Geld und Gewicht.* Berlin, New York: De Gruyter.

Hultsch, F. O. (1882). *Griechische und römische Metrologie.* 2. Aufl., Hildesheim: Weidemann.

Kultusministerkonferenz (2021). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich.* Zuletzt aufgerufen am 30.11.22 unter https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/2022/2022_06_23-Bista-Primarbereich-Mathe.pdf.

Laan Labs (2020). *AirMeasure - App-Messausrüstung*. iOs App Store.

Lassnitzer, E. & Gaidoschik, M. (o. J.). *Größen: Messen – Schätzen – Umwandeln.* Zuletzt aufgerufen am 30.11.22 unter http://www.recheninstitut.at/mathematische-lernschwierigkeiten/fordertips/umwandeln-von-maseinheiten/.

Lehrer, R. (2003). Developing understanding of measurement. In J. Kilpatrick, G. W. Martin, & D. Schifter (Hrsg.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (S. 179–192). National Council of Teachers of Mathematics.

Lelgemann, D. (2014). *Recovery of the Ancient System of Foot/Cubic/Stadion-Length Units*. FIG-Proceedings.

Manten, U. & Forthaus, R. (2015). *Super M 2 – Mathematik für alle*. Berlin: Cornelsen.

Medienpädagogischer Forschungsverband Südwest (2020). *KIM-Studie 2020. Kindheit, Internet, Medien.* Zuletzt aufgerufen am 30.11.22 unter https://www.mpfs.de/fileadmin/files/Studien/KIM/2020/KIM-Studie2020_WEB_final.pdf.

Milgram, P. & Kishino, F. (1994). A taxonomy of mixed reality visual displays. *IEICE Trans. Inform. Syst. 77*, 1321–1329.

Nührenbörger, M. (2002). *Denk- und Lernwege von Kindern beim Messen von Längen. Theoretische Grundlegung und Fallstudien kindlicher Längenkonzepte im Laufe des 2. Schuljahres.* Hildesheim: Franzbecker.

Nunes, T., Light, P. & Mason, J. (1993). Tools for thought: The measurement of length and area. *Learning and Instruction, 3*, 39–362.

Peter-Koop, A. & Nührenbörger, M. (2011). Größen und Messen. In G. Walther, M. van den Heuvel-Panhuizen, D. Granzer, & O. Köller (Eds.), *Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret.* (S. 89–117). Berlin: Cornelsen Verlag Scriptor.

Robl, W. (2019). *Längenvermessung im alten Ägypten.* Zuletzt aufgerufen am 30.11.22 unter https://www.osmth-templer-regensburg.de/wpcontent/uploads/2019/09/Werner%20Robl_elleundseil.pdf.

Ruwisch, S. (2020). Konzeptuelles und prozedurales Wissen beim Längenverständnis – eine Schulbuchanalyse. In H.-S. Siller, W. Weigel & J. F. Wörler (Hrsg.) *Beiträge zum Mathematikunterricht 2020*, (S. 1273–1276), Münster: WTM-Verlag. https://doi.org/10.37626/GA9783959871402.0

Shenzhen Augmreal Technology (2021). *AR Ruler - Poket Measure Kit.* iOs App Store.

Tan-Sisman, G. T. & Aksu, M. (2016). A study on sixth grade students' Misconceptions and Errors in Spatial Measurement: Length, Area, and Volume. *International Journal of Science and Mathematics Education, 14*, 1293–1319. https://doi.org/10.1007/s10763-015-9642-5

Tasmanic Editions (2017). *CamToPlan – Maßband & messen.* iOs App Store.

Stephan, M. & Clements, D. H. (2003). Linear and area measurement in prekindergarten to grade 2. In D. H. Clements & G. Bright, *Learning and teaching measurement, 2003 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics* (S. 3–16), NCTM.

TOP APP d.o.o. (2021). *My Measures + AR Measure*. iOs App Store.

Trapp, W. & Wallerus, H. (2006). *Handbuch der Maße, Zahlen, Gewichte und der Zeitrechnung.* 5. Aufl., Stuttgart: Phillipp Reclam jun. Stuttgart.

Zöllner, J. (2020). *Längenkonzepte von Kindern im Elementarbereich.* Wiesbaden: Springer Spektrum. https://doi.org/10.1007/978-3-658-27671-3_2

Reinhard Oldenburg

Universität Augsburg, reinhard.oldenburg@math.uni-augsburg.de

Digitalisierung und Digitalität – Lehrmethode oder Lerngegenstand?

Digitalisierung kann im Mathematikunterricht methodisch und inhaltlich umgesetzt werden. Der Beitrag plädiert dafür, neben methodischen Innovationen der Digitalisierung mittels digitaler Medien auch die inhaltlichen Impulse didaktisch zu bearbeiten. Zentral dafür ist ein Verständnis, wie Mathematik und ihre Anwendungen durch die Digitalisierung verändert werden und welche gesellschaftlichen Auswirkungen das hat.

1. Die Pole der Digitalisierung

Es gibt zwei Pole der Digitalisierung des Mathematikunterrichts, nämlich einerseits den medienpädagogischen Pol, der vor allem den Einsatz von Medien zum Lernen zum Gegenstand hat, und zum anderen den (stoffdidaktischen) mathematisch-informatischen Pol, der auf die Wechselwirkung der Digitalisierung mit mathematischen Inhalten fokussiert. Wie das Bild der Pole suggerieren soll, gibt es dazwischen ein Kontinuum von Mischformen und Überlagerungen. These des Beitrags ist, dass der mathematisch-informative Pol noch deutliches Entwicklungspotenzial hat. Das Bild der Pole kann unterschied Bewusst machen, aber es überdeckt möglicherweise, dass beide Pole einander bedingen, erst wenn beide angemessen bedacht sind, kann der Bildungsauftrag umfassend erfüllt werden. Insbesondere soll nicht gesagt werden, dass der medienpädagogische Pol unwichtig ist – im Gegenteil, gerade die Pandemiesituation hat gezeigt, wie wichtig digitale Methoden der Kommunikation sind, und dass digitale Lernformen keineswegs nur ein Notbehelf sind, sondern interessante Perspektiven aufzeigen. Beispielsweise können Erklärvideos eine Bereicherung des Unterrichts sein, insbesondere wenn sie medienpädagogischen und mathematikdidaktischen Qualitätskriterien genügen und der Versuchung widerstehen, Mathematik als Fertigprodukt zu verkaufen, das nur in Form fertiger Wissensbestandteile bei den Lernenden abgeladen wird, sondern Möglichkeiten der aktiven Erarbeitung anregen. Dieses weite Feld soll im vorliegenden Beitrag aber nicht diskutiert werden, sondern es soll um den zweiten Pol gehen. Dazu folgt zunächst eine Begriffsklärung, bevor einige wichtige Aspekte behandelt werden.

1.1 Medien und Werkzeuge: Eine Begriffsklärung

Es ist üblich geworden, den Medienbegriff sehr weit zu verwenden. Beispielsweise subsumieren auch die Bildungsstandards der KMK (2022) digitale Werkzeuge wie Tabellenkalkulation oder Geometriesoftware unter dem Oberbegriff der digitalen Medien. Die Tendenz, den Medienbegriff sehr weit zu fassen, wird auch in der Medienwissenschaft kritisch gesehen (Hickethier, 2010, Seite 19) und erscheint mir insbesondere für die Mathematikdidaktik nur angemessen, wenn man auch einen engeren Medienbegriff in Abgrenzung zu den Werkzeugen verwendet. In diesem Beitrag wird der Begriff Medien generell als Medien im engeren Sinne verwendet, nämlich solche Medien, die primär dem Transport von Information dienen, wobei das Medium selbst dann von hoher Qualität ist, wenn es die Information möglichst wenig verändert. Im Gegensatz dazu wird von Werkzeugen gesprochen, wenn von mathematischen Medien im weiteren Sinne die Rede ist, deren Qualität sich gerade darin zeigt, dass sie Informationen in einem bestimmten gewünschten Sinn verändern. Übertragen auf die Musik wäre eine CD oder eine MP3-Datei ein musikalisches Medium im engeren Sinne, ein Klavier dagegen ein musikalisches Werkzeug. Im üblichen weiteren Sinne ist auch ein Klavier ein musikalisches Medium. Abbildung 1 fasst die charakteristischen Unterschiede dieser beiden Arten von Artefakten graphisch zusammen, nämlich den Medien im engeren Sinne oben und Medien im weiteren, Werkzeuge einschließenden Sinne der KMK, unten. Mathematische Objekte werden in den digitalen Artefakten in einer nicht menschenlesbaren Form repräsentiert. Deswegen sind für die Kommunikation zwischen Mensch und Maschine pro-menschliche (also für Menschen lesbare) mediale Darstellungsformen notwendig. Charakteristisch für ein digitales Mathematikwerkzeug ist, dass die im Computer repräsentierten mathematischen Objekte auch transformiert werden können. Im Grunde können alle von Kieran (2004) für die Algebra beschriebenen Prozesse auch digital umgesetzt werden.

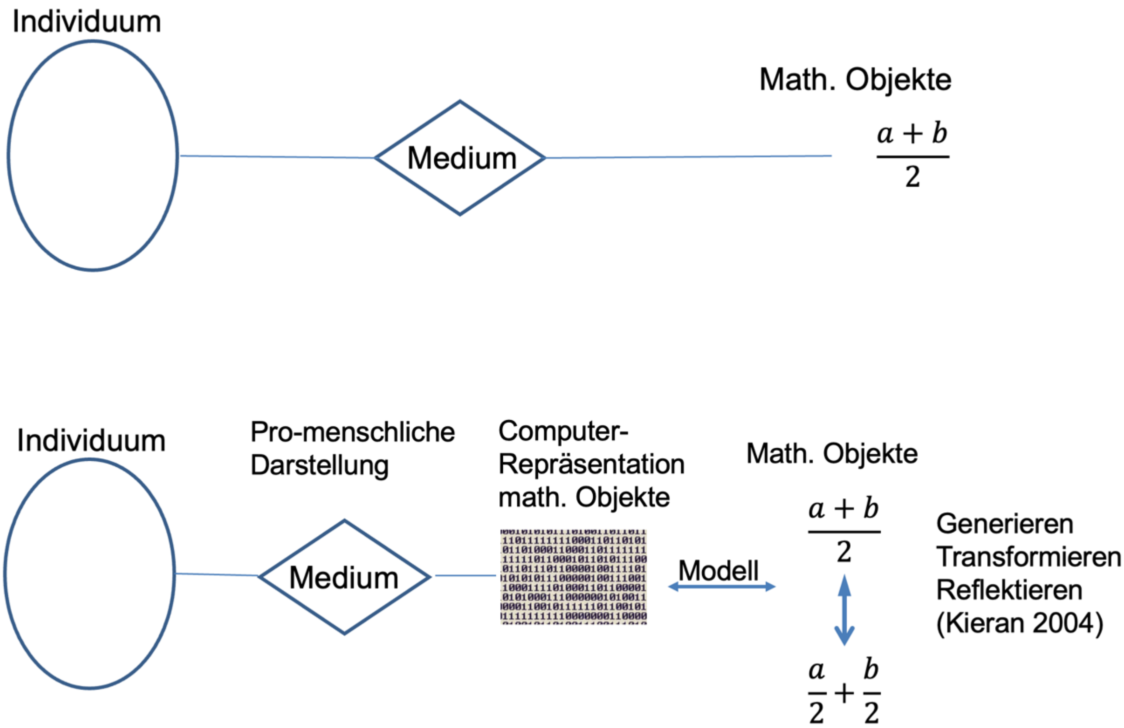


Abbildung 1: Graphische Darstellung der Prozesse, wenn ein Individuum mit einem Medium im engen Sinne mathematisch arbeitet (oben) und wenn es mit einem digitalen Werkzeug mathematisch arbeitet.

Der Grund, diese Medienarten sorgfältig auseinander zu halten, liegt in der Besonderheit der Mathematik, dass die digitalen Artefakte viel Mathematik in sich tragen und das Potenzial haben, Mathematik zu verändern (siehe z.B. Elschenbroich, Gawlick & Henn, 2001). Deswegen gibt es im Bereich der mathematischen Werkzeuge viel mehr didaktische Fragen zu erörtern und zu erforschen als im Bereich der allgemeinen Medien, über deren Einsatz viel mehr aus der allgemeinen Medienforschung und Medienpädagogik entnommen werden kann.

1.2 Die Pole im Kontext der didaktischen Diskussion

In diesem Abschnitt werden die oben kurz charakterisierten Pole der Digitalisierung eingebettet in die allgemeine didaktische Theorie der Digitalisierung. Eine einflussreiche pädagogische Klassifikation der Nutzung digitaler Artefakte ist das SAMR-Modell von Puentedura (siehe z. B. Hamilton et al., 2016), das die Stufen Substitution, Augmentation, Modification und Redefinition postuliert. Diese Stufen können bezogen auf den Mathematikunterricht sowohl methodisch als auch inhaltlich gedacht werden. Tabelle 1 gibt ein Beispiel anhand der Problemstellung, zu einer Menge von Datenpunkten eine Regressionsgeraden zu finden. Das Beispiel illustriert u.a., dass eine inhaltliche Modifikation es ermöglicht von reinen Rechenformeln wegzukommen und hin zu konzeptuell relevanten Formeln.

Stufe	Methodisch	Inhaltlich/Informatisch
S	Wertetabelle in Excel statt auf Papier	Werte in Datenstrukturen wie Listen
A	Datenpunkte erscheinen automatisch in Diagramm, Fehler einzeichnen	Fehlerfunktion wird automatisch berechnet; Explorative Ideen werden umgesetzt[5]
M	Regressionsgerade wird automatisch gezeichnet, Koeffizienten aus Formel automatisch berechnet	Formeln für Koeffizienten werden ersetzt durch $\min\limits_{a,b} \sum_{i=1}^{n} \left(y_i - (a + b \cdot x_i)\right)^2$ und numerische Optimierung
R	Experimentelle Suche nach einem weiteren Datenpunkt, der das Ergebnis wesentlich ändert	Nicht lineare Regression ergibt sich einfach durch Verwendung eines anderen Modells

Tabelle 1: Die SAMR-Stufen medial/methodisch und inhaltlich gedeutet am Beispiel des Erstellens einer Regressionsgeraden

Gut einordnen lassen sich die beiden Pole auch in die Konzeption von Heinrich Winter (1992) zu den didaktischen Funktionen des Sachrechnens. Unter dem Schlagwort „Sachrechnen als Lernprinzip“ beschreibt er, dass man die Sache als

[5] Neben der naheliegenden Idee, Abweichungen zu minimieren, lassen sich auch alternative Ideen algorithmisch leicht umsetzen, etwa jeweils Paare von Datenpunkten zu betrachten und den Mittelwert der durch je ein solches Paar definierten Steigung zu berechnen.

Mittel nutzt, um Mathematik zu lernen. Dies ist die Sichtweise der Medienpädagogik: die Artefakte der digitalen Welt werden genutzt, um (traditionelle) Mathematik zu vermitteln. Darüber hinaus hat Winter aber auch „Sachrechnen als Lernstoff" betrachtet. In Übertragung dieser Perspektive geht es also darum, etwas über die digitalen Artefakte zu lernen, darüber welche Rolle Mathematik darin spielt und wie diese auf die Mathematik verändernd einwirken. Eine ähnliche Gegenüberstellung findet sich bei Hischer (2002), der einerseits von Mediendidaktik spricht (also der Nutzung als Lehrmittel), andererseits von Medienkunde, in der es darum geht, etwas über die Medien und Werkzeuge, ihre Funktions- und Wirkungsweise zu erlernen. Offensichtlich kann man diese Medienkunde sehr unterschiedlich weit denken: minimal bedeutet es, dass man die Bedienfähigkeiten erwirbt, um mit digitalen Artefakten etwas zu machen und die Resultate richtig zu interpretieren. Vertieft interpretiert bedeutet es, dass man die Arbeitsweise versteht, das Potenzial einschätzen kann, und gegebenenfalls eigene Veränderungen vornehmen kann.

Sowohl Winter als auch Hischer ergänzen die bipolare Sicht um eine Synthese, bei Winter heißt sie „Sachrechnen als Lernziel", bei Hischer „Medienerziehung". In beiden Fällen geht es um das, was generelles Ziel der Kompetenzorientierung ist, nämlich die Dinge kritisch und kompetent einsetzen, bewerten und gestalten zu können.

2. Computer modellieren Mathematik

Die Idee einer reinen medienpädagogischen Nutzung von digitalen Fakten im Mathematikunterricht kommt recht schnell an ihre Grenzen: wäre ein dynamisches Geometrieprogramm etwa allein ein neutrales Medium, das den Umgang mit geometrischen Objekten erleichtert und flexibler macht als das Medium Papier, müsste man keinerlei neue Konzepte lernen. Dem ist aber nicht so, es wurde schon früh darauf hingewiesen (Elschenbroich et al., 2001), dass sich die Geometrie der dynamischen Geometrieprogramme von der euklidischen Geometrie unterscheidet. Auf elementarer Benutzerebene bedeutet das, dass zwischen Basispunkten, halb-freien Punkten und abhängigen Punkten unterschieden werden muss, und dass ein optisch sichtbarer Schnittpunkt noch nicht ein Schnittpunkt im Sinne des DGS ist. Dies hat unterrichtspraktische Konsequenzen, wie schon die Arbeiten von Hölz (1994, 1995) gezeigt haben. Jenseits der elementaren Benutzerschulung sind gegebenenfalls Einsichten hilfreich, die erklären, warum der Zugmodus sich manchmal unstetig verhält, also Punkte springen können. Dass es solche Unterschiede zwischen der Mathematik und der im Computer repräsentierten Mathematik gibt, ist kein Zufall, sondern prinzipbedingt: mathematische Objekte müssen mit Mitteln der Informatik modelliert werden, um im Computer aktiv werden zu können. Abbildung 2 illustriert dies anhand eines Modellbildungskreislaufs, der sich auf die Modellierung geometrischer Objekte bezieht. Beispiele der Modellbeziehung werden weiter unten ausführlich diskutiert. Es lohnt sich aber an dieser Stelle zu bemerken, dass auch die axiomatisch charakterisierten mathematischen Objekte oft als Ergebnis einer Modellierung von intuitiven Konzepten verstanden werden können. Beispielweise gibt es verschiedene mathematische Modellierungen des intuitiven Begriffs der Geraden.

Eines der ältesten Werke, das den Gesichtspunkt betont, dass mathematische Konzepte durch den Computer modelliert werden, ist das Buch von Bundy (1986), in dem insbesondere Fragen der Termumformung und das Lösen von Gleichungen betrachtet werden. Die Sichtweise ist aber weit darüberhinausgehend tragend und relevant. Jedes mathematische Objekt, das in mathematischer Werkzeugsoftware repräsentiert und manipuliert werden soll, muss mit den Mitteln der Informatik modelliert werden. Schon für die natürlichen Zahlen ist diese Repräsentation keineswegs trivial. Die Modellierer*in (also die Programmierer*in der mathematischen Werkzeugsoftware) muss sich überlegen, ob eine Modellierung mit einer festen Anzahl von Bits ausreicht (was impliziert, dass es eine größte repräsentierbare natürliche Zahl gibt), oder ob eine Modellierung beliebig großer natürlicher Zahlen notwendig ist. Noch gravierender ist die Frage, wie reelle Zahlen modelliert werden sollen: Da die Menge der reellen Zahlen überabzählbar ist, muss man ohnehin immer mit einem speziellen Modell arbeiten, die meisten einfachen Mathematik- Programme ersetzen die reellen Zahlen durch eine endliche (!) Menge von Fließpunktzahlen. In aller Regel stören die damit einhergehenden Modellierungsfehler (und die durch sie implizierten Rundungsfehler) nicht. Man kann aber relativ leicht Beispiele konstruieren, bei denen die Artefakte der Modellierung doch zum Tragen kommen. In Oldenburg (2022) habe ich dazu die Rekursionsgleichung $x_1 \coloneqq 0.2; x_{n+1} \coloneqq 11x_n - 2$ genutzt. Die Zahl 0,2 ist ein Fixpunkt dieser Folge. In Excel umgesetzt zeigen sich aber schon etwa nach 20 Berechnungsschritten gravierende Abweichungen: der Fehler wächst in jedem Rechenschritt etwa um den Faktor zehn, so dass schon $x_{20} > 10000$. Dies ist eine Folge davon, dass die Zahlen im Dualsystem modelliert sind und $0.2 = \frac{1}{5}$ im Dualsystem eine nicht abbrechende, periodische Darstellung besitzt, die notwendig gerundet werden muss. Tabellenkalkulationsprogramme wie GNU Gnumeric oder Apple Numbers modellieren Fließpunktzahlen als Dezimalzahlen, sind also von diesem Rundungsfehler nicht betroffen, aber wie man aus jeder Didaktik der Arithmetik weiß, sind auch nicht alle rationalen Zahlen im Dezimalsystem mit endlich vielen Stellen exakt darstellbar, d.h. diese Programme zeigen bei anderen Beispielen entsprechende Fehlervergrößerungen. Dies zeigt, dass die Modellierung von rationalen Zahlen durch Brüche große Vorteile hat: sie ermöglicht das effektive und exakte Rechnen mit rationalen Zahlen und deswegen wird dieser Weg von allen Computeralgebrasystemen gewählt. Das ist eine technologische Motivation der Bruchrechnung, die Lernenden in der Schule in der Regel verborgen bleibt.

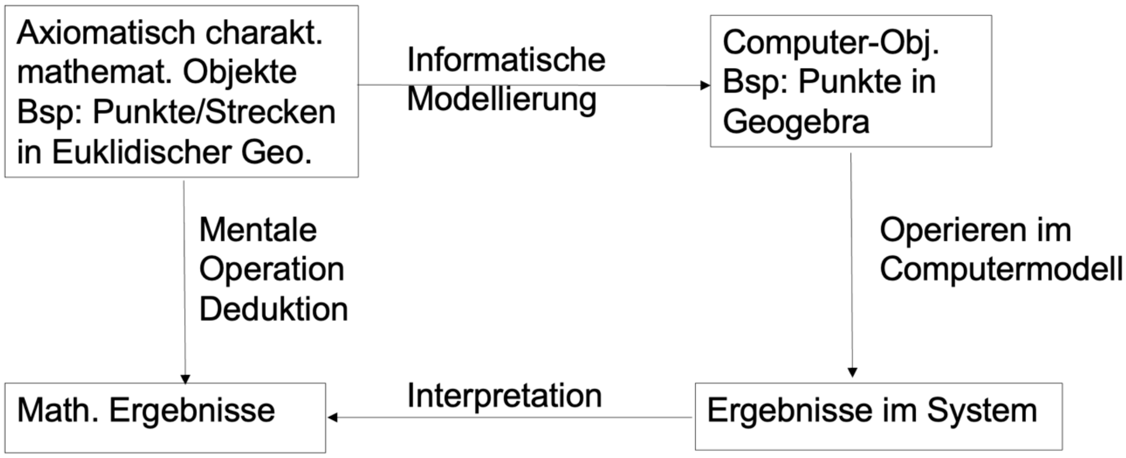


Abbildung 2: Ein Modell-Bildungskreislauf für die Modellierung von Mathematik im Computersystem.

Die Darstellung von Funktionsgrafen erzeugt wegen der notwendigen Diskretisierung (Pixelgrafik) und der Berechnung der Funktionswerte an (nur) endlich vielen Stützstellen notwendig ebenfalls Artefakte, die bereits von Hischer (2002) ausführlich untersucht worden sind. Weniger ausführlich wurde bisher in der Didaktik diskutiert, dass auch die Darstellung von Termen in jedem Computeralgebrasystem nicht triviale Modellierungsentscheidungen erfordert (dies betrifft z.B. die Frage, ob Terme schulnah als Binärbäume gespeichert werden (z.B. TI-CAS-Rechner) oder effizienter als allgemeine Bäume (z.B. GeogebraCAS) oder gar Graphen, die keine Bäume sind (z.B. Maple)) und je nach Modellierung das Verhalten der Systeme unterschiedlich ist. Um kompetent mit einem Computeralgebrasystem umgehen zu können, braucht man also auch etwas Wissen über Fragen der Implementierung. Exemplarisch sei das erläutert an der Termrepräsentation im CAS von Geogebra. Zu den grundlegenden Operationen mit Termen gehört das Substituieren. Das CAS in Geogebra besitzt dazu die Funktion `Ersetze(term,teilterm,neu)`, mit der ein Teilterm durch einen anderen Term ersetzt werden kann. Abbildung 3 (links) zeigt zwei Anwendungen des Befehls. Schon die erste Anwendung oben mag Lernende verwirren, die als Antwort Systems $x^2 + u + z^2$ erwartet hätten. Computeralgebrasysteme ordnen in der Regel aber Summanden und Faktoren nach bestimmten Regeln (welche, das variiert von System zu System und kann bei einigen Systemen auch verändert werden – in der algebraischen Geometrie ist die Untersuchung von Termordnungen sogar Gegenstand der Mathematik). Noch gravierender ist, dass die Terme intern anders repräsentiert werden als das der schulische Umgang mit Termen nahelegt: fast alle Computeralgebrasysteme eliminieren Subtraktion und Division und drücken diese aus durch die Beziehungen $a - b = a + (-1) \cdot b, \frac{a}{b} = a \cdot b^{-1}$. Des Weiteren wird intern nicht mit binären Operatoren gearbeitet, sondern ein Operator wie die Addition kann beliebig viele Operanten haben. Dies erleichtert und beschleunigt gerade auch im Zusammenspiel mit der eben angesprochenen Termordnung die automatische Termumformung ungemein. Eine Folge davon ist, dass im unteren Beispiel von Abbildung 3 (links) der Ersetze-Befehl keinerlei Wirkung zeigt. Das liegt daran, dass der Term $x^2 + y^2$ kein echter Teilterm von $x^2 + y^2 + z^2$ ist. Im CAS Mathematica (Wolfram Research, 2022) kann die Termstruktur leicht als Baum dargestellt werden (Abb. 3 recht) und das zeigt, dass $x^2 + y^2$ kein Teilbaum ist.

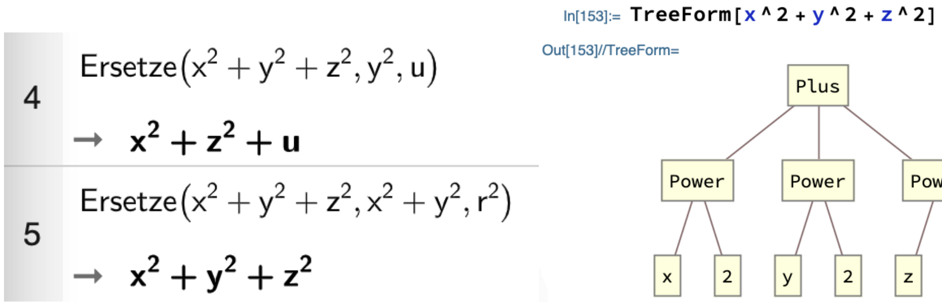


Abbildung 3: Der Ersetze-Befehl in Geogebra (links) und die Termrepräsentation in Mathematica.

Die interne Modellierung von Termen hat also Auswirkungen, die an der Benutzeroberfläche spürbar sind. Dieses Wissen kann im Unterricht nützlich sein, wenn Lernende vom Verhalten eines Computeralgebraystems überrascht sind, es kann aber auch ganz grundlegend genutzt werden, um über Terme und ihre Struktur nachzudenken. Fundamental für Terme ist ihre rekursive Struktur, die beliebiges Substituieren ermöglicht. Malle (1993) empfiehlt die Strukturierung von Termen zu üben, etwa indem Teilterme eingezeichnet werden wie in Abbildung 4. Die gleiche Einsicht in die Strukturierung und noch darüber hinaus die Erkenntnis, dass es verschiedene Termstrukturen gibt, wird durch digitale Werkzeuge nahegelegt. Abbildung 4 zeigt dazu rechts einen im Programmiersystem Scratch aufgebauten Term.

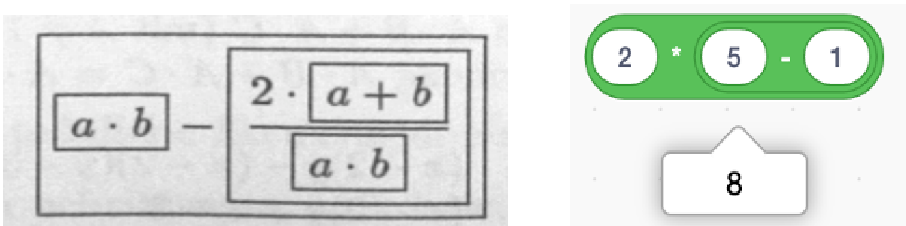


Abbildung 4: Termstrukturierung nach Malle (1993, S. 255) und in Scratch (https://scratch.mit.edu/)

Zu den Eigenschaften von Modellen im Allgemeinen (Stachowiak, 1973) gehört nicht nur, dass sie ein Abbildungs- und Verkürzungsmerkmal besitzen, sondern auch ihre pragmatische Dimension: je nach Ziel des Modells sind andere Modellierungsentscheidungen sinnvoll. Darüber nachzudenken, warum welche Entscheidungen von den Entwicklern von Programmen getroffen worden sind, kann auch helfen, die mathematisch motivierten Objekte genauer zu verstehen. Zur Illustration sollen Gleichungen betrachtet werden: Was ist die angemessene Antwort eines CAS, wenn man die Gleichung 1=1 eingibt? GeogebraCAS reagiert gar nicht, Mathematica antwortet `True` und Maxima gibt 1=1 unverändert zurück (es gibt aber in Maxima noch die Funktion `is`, und `is(1=1)` liefert `true`). Noch diverser ist die Antwort auf die Eingabe `solve(1=1)`: Maxima liefert `all`, Mathematica `{{}}` und Geogebra `{x=x}`. Es soll an dieser Stelle nicht diskutiert werden, was die jeweiligen Vor- und Nachteile dieser Designentscheidungen sind, es soll aber vor Augen geführt werden, dass es nicht trivial ist, was das jeweils beste Modell ist, und dass es sehr viele Modellierungsentscheidungen gibt. Ein Unterricht, der die Existenz von Computeralgebrasystemen nicht ignoriert, sollte meines Erachtens auch solche Reflektionsanlässe nutzen, um die digitalisierte Mathematik aus der Metaperspektive zu betrachten. Dies kann dazu beitragen, die Ergebnisse der Maschinen mit der nötigen kritischen Distanz zu bewerten. Ob es notwendig ist, ein mentales Modell der Arbeitsweise des CAS zu entwickeln, mit dessen Hilfe man solche Ergebnisse vorhersagen kann, ist eine offene didaktische Frage. Nicht auf Schulniveau, aber für die Lehramtsausbildung durchaus interessant mag die Reflektion der unterschiedlichen Antwortstrukturen von Geogebra und Mathematica bei der Lösung der gleichen polynomiellen Gleichung sein, die in Abbildung 5 dargestellt wird. Die Lösungen in Mathematica sind algebraische Zahlen, die zum Zwecke der Lesbarkeit durch approximative komplexe Zahlen dargestellt werden, man kann sich aber bei Bedarf auch die symbolische Darstellung anzeigen lassen und mit dieser kann exakt gerechnet werden. Das Beispiel zeigt erneut, dass es einen Unterschied zwischen Zahlen und Zahlrepräsentationen gibt, und dass diese Unterscheidung nicht nur philosophisch spitzfindig ist, sondern Auswirkungen auf die Arbeit mit mathematischer Werkzeugsoftware hat.

Es könnten jetzt noch ganz viele weitere Beispiele angeführt werden, wie Mathematik in Computern modelliert wird und welche Auswirkung das hat. An dieser Stelle sollen die gezeigten Beispiele aber ausreichen, um zu begründen, dass für eine kompetente Benutzung der Werkzeuge (nicht immer aber zumindest gelegentlich) ein vertieftes Verständnis dieser Modelle hilfreich sein kann. Des weiteren können diese Modellierungen Reflektionsanlass für das Erlernen der Mathematik sein. Jedenfalls scheint es so, dass hier mehr didaktische Herausforderungen liegen als nur eine reine Benutzerschulung: Computermathematik ist etwas anderes als Mathematik und die Beziehungen dazwischen sollten verstanden werden, um die Resultate kompetent interpretieren zu können. Digitalisierung als Lernstoff sollte also mehr sein als elementare Benutzerschulung.

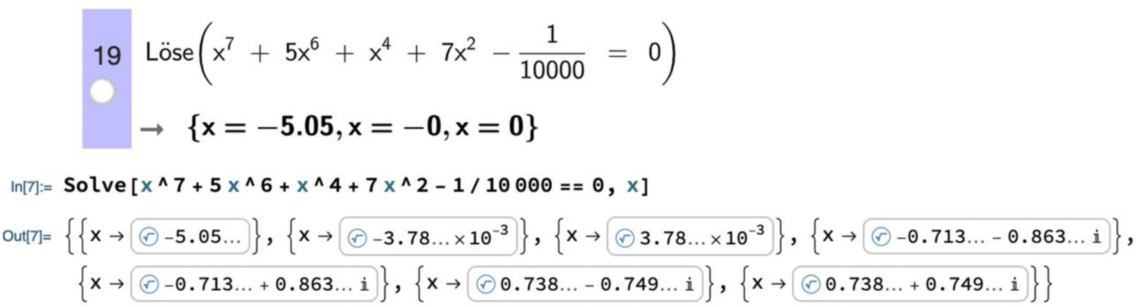


Abbildung 5: Zwei Verschiedene CAS lösen die gleiche Gleichung.

3. Mathematische Bildung für die digitale Welt

Der vorhergehende Abschnitt hat sich der digitalen Umsetzung von Mathematik gewidmet gewidmet (Digitalisierung als Lernstoff) soweit dieser Lernstoff sich an die Benutzung von digitalen Werkzeugen direkt anschließt. Darüberhinausgehend werden aber durch die Digitalisierung der Lebenswelt neue Fragen aufgeworfen und es muss geklärt werden, welche davon in einem allgemeinbildenden Mathematikunterricht sinnvollerweise behandelt werden. Unter den Kriterien für allgemeinbildenden Unterricht, die Heymann (1996) aufgestellt hat, gibt es eine Reihe, die direkt in Bezug dazu stehen: Lebensvorbereitung, Stiftung kultureller Kohärenz, Weltorientierung, kritische Vernunftgebrauch. Angesichts des Umstandes, dass die Transformation der Gesellschaft und der Wissenschaften durch die Digitalisierung fast alle Lebensbereiche durchdringt, ist es eine Herausforderung für alle Schulfächer, angemessene Antworten zu finden. Es wäre eine Verkürzung, wenn man dies allein dem Informatikunterricht zur Aufgabe machen würde. Die Auswirkungen von Telearbeit etwa auf den Arbeitsmarkt oder die Auswirkungen von Kryptowährungen auf die Wirtschaft sollten im Gesellschaftskundeunterricht besprochen werden. Was aber bleibt für den Mathematikunterricht? Es ist offensichtlich, dass es auf eine solche Frage keine einfache Antwort gibt. Rahwan et al. (2019) haben eine Reihe von Herausforderungen der Bildung für die digitale Welt formuliert, beispielsweise ein Verständnis dafür, wie Algorithmen Informationen in sozialen Netzwerken steuern, wie algorithmische Gerechtigkeit funktionieren könnte, wie autonome Fahrzeuge und Waffen arbeiten, wie automatisierte Geschäftsabläufe (zum Beispiel automatischer Aktienhandel) die Wirtschaftswelt beeinflussen und so weiter. In all diesen Themengebieten stecken mathematische Theorien drin, oft sogar als fundamentale Blöcke. Künstliche Intelligenz sowohl in der symbolischen Form als auch in der numerischen Form des maschinellen Lernens ist im Wesentlichen Mathematik und vieles davon kann zumindest bis zum Abitur einigermaßen authentisch unterrichtet werden. Die geeignete Auswahl stellt aber eine große Herausforderung dar. Es scheint aber in jedem Falle sehr wichtig, zumindest exemplarisch die Bedeutung von Mathematik in der modernen Welt aufzuzeigen, weil es vielen Lernenden nicht klar ist, wie groß die Bedeutung mathematischer Methoden in der Welt sind. Während der Informatikunterricht beispielsweise Motivation der Lernenden daraus gewinnen kann, dass Fragen des Datamining oder der künstlichen Intelligenz ständig in den Nachrichten präsent sind, verzichtet der Mathematikunterricht bisher auf diese Motivationsquelle.

Eine zentrale Frage bei der unterrichtlichen Betrachtung solcher neuen und komplexer Inhalte ist dabei, auf welcher Auflösungsstufe die Dinge verstanden werden sollen. Rahwan et al. (2019) sehen diese Frage als zentral an und betrachten die Biologie als eine Wissenschaft, die paradigmatisch darauf eine Antwort geben kann: ein Verständnis des Lebens muss die Phänomene auf unterschiedlichen Auflösungsstufen verstehen, von der molekularen Ebene der Biochemie über die Funktionen des einzelnen Organismus bis hin zu populationsbiologischen und ökologischen Fragen. In der Informatik liegen die Dinge ähnlich mit einer Spannbreite von einzelnen Bits und ihrer Verarbeitung in Gattern und Flipflops, über einzelne sequentielle Algorithmen zu komplexen Netzwerken mit hochgradig parallelen Abläufen. Eine ähnliche Breite kann man auch für die Mathematik festhalten: Man kann grundlegend verstehen, warum überhaupt Maschinen in der Lage sind zu rechnen, wie Computer Zahlen repräsentieren, multiplizieren oder Logarithmus berechnen, wie interaktive Verfahren Probleme der Analysis, etwa Differenzialgleichungen, lösen oder wie neuronale Netze trainiert werden. Es ist dabei keineswegs notwendig, jeweils die optimalen Verfahren zu verstehen. Schon bei den Grundrechenarten gibt es optimale Varianten, die nicht mehr viel mit den Herangehensweisen der Schule zu tun haben. Die Art, wie in modernen Prozessoren Multiplikationen gerechnet werden, ist eben nicht mehr analog zu den schriftlichen Rechenverfahren, die in der Schule gelernt werden, trotzdem kann man auf Basis des schulischen Multiplikationsverfahrens verstehen, dass Systeme aus einfachen logischen Schaltungen Multiplikation berechnen können – und welche Grenzen solche Systeme haben. Mit dem Wissen über die Welt kann außerdem das Wissen über die mathematischen Konzepte wachsen, etwa in dem man algorithmische Grundvorstellungen zu den Rechenoperationen aufbaut (Weber, 2016).

Wesentliche politische Entscheidungen hängen heutzutage von den Vorhersagen von Klimamodellen ab. Wie solche Modelle im Detail funktionieren, entzieht sich der allgemeinbildenden Mathematik. Was aber an der Schule vermittelt werden kann, ist die Einsicht darin, dass physikalische Systeme diskretisiert und durch numerisches Rechnen vorhergesagt werden können. Unterschiede von Modellfehlern und Approximationsfehlern können verstanden werden und so Grundlage für die Kommunikation mit Experten bilden. Wesentlich elementarer sind viele Artefakte der digitalen Lebenswelt: das Verhalten der automatischen Rechtschreibkorrektur lässt sich mit bedingten Wahrscheinlichkeiten besser verstehen, und damit lassen sich viele Fehlbedienungen antizipieren und vermeiden. Die Grundlagen von Bild- und Videoverarbeitung lassen sich mit Mathematik der Sekundarstufe I verstehen und bieten damit gleichzeitig ein Betätigungsfeld für elementares algebraisches Arbeiten (https://myweb.rz.uni-augsburg.de/~oldenbre/webBV/index.html). Komplexe Systeme zu strukturieren ist mit mathematischen Methoden möglich. Die Bedeutung des Systemischen Denkens wurde schon von Ossimitz (2000) erkannt. Neue fachliche Entwicklungen, etwa die Theorie kausaler Zusammenhänge (Pearl & Mackkenzie, 2018), lassen sich elementar darstellen und erklären viele Phänomene der Welt. Das Gleiche gilt für viele der Methoden des Datamining. Häufig sind es relativ einfache Algorithmen, die es ermöglichen, Simulationen von Sachverhalten zu erstellen, um diese besser zu verstehen. Die nötigen Grundkenntnisse aus der Informatik sind überschaubar. Insbesondere kann man sich einer Gerüstdidaktik (Kutzler, 1995) bedienen: In Oldenburg (2011) wurden für eine Reihe von mathematischen Verfahren elementare Implementationen gezeigt, die nur einen minimalen Satz von Kenntnissen einer Programmiersprache voraussetzen. Zu den Algorithmen, die dort behandelt werden, gehören beispielsweise multivariate numerische Optimierung. Durch solche einfachen Implementationen können Lernende Grundvorstellungen dazu aufbauen, was es bedeutet, ein

Optimierungsproblem numerisch zu lösen. Beispielsweise, dass man prinzipbedingt nur eine Lösung finden wird, auch wenn es mehrere Minima gibt, dass die Lösung ggfs. von einem Startwert abhängt und dass die erhaltenen Werte nicht exakt sind. Wenn dies alles verstanden ist, kann man problemlos einen schnelleren Algorithmus als Blackbox benutzen und damit komplexe Fragestellungen bearbeiten. Da sich sehr viele naturwissenschaftliche Fragestellungen als Optimierungsproblem formulieren lassen, erschließt sich damit ein riesiges Feld von Gegenständen, die modelliert werden können.

Fragestellungen der diskreten Mathematik, etwa der kombinatorischen Optimierung sind in der digitalen Lebenswelt von größter Bedeutung und es wurden bereits umfangreiche didaktische Arbeiten dazu gemacht (zum Beispiel Hußmann & Lutz-Westphal, 2007).

4. Fazit

In den obigen Abschnitten wurde eine ganze Reihe von Themen angesprochen, die im Mathematikunterricht behandelt werden könnten, um sowohl den Blick auf die Mathematik als auch auf ihre Bedeutung in der modernen digitalen Welt zu schärfen. Im Gegensatz zu einem Einsatz digitaler Medien, zur Verbesserung des Lernens der traditionellen Inhalte der Mathematik, der ohnehin an Grenzen stößt, wenn die in den mathematischen Medien versteckten Modellierungen an die Oberfläche treten, würde das also eine deutliche Neuausrichtung des Curriculums bedeuten. Für eine solche Neuausrichtung ist es sinnvoll, wenn auch der Mathematikunterricht sich an der Umsetzung der großen Idee des Computational Thinking (Wing, 2008) beteiligt, Ein Aspekt davon ist das algorithmische Denken, das durch elementares Programmieren geschult wird. In dem Maße, in den Informatik als Pflichtfach etabliert wird, steht dem Mathematikunterricht dies zur Verfügung und sollte entsprechend genutzt werden. Die Zeit, die für das Erlernen einer Programmiersprache nötig ist, wird dann also nicht mehr vom Mathematikunterricht aufzubringen sein, dies sollte eine Umgestaltung erleichtern. Des Weiteren kann man darüber nachdenken, ob man noch alle alten Inhalte im gleichen Umfang unterrichten will. Conrad Wolfram (2020) hat darauf hingewiesen, dass viele der aktuellen Bemühungen der Didaktik darauf hinauslaufen, mit Computerhilfe (also medienpädagogisch) den Kindern beizubringen, wie man Probleme gelöst hat, als es noch keine Computer als Hilfsmittel gab. Natürlich sind historische Ausflüge von Interesse. Ich denke man kann kaum überschätzen, wie viel man über menschliche Erkenntnisprozesse und Argumentationsweisen lernen kann, wenn man sich klarmacht, mit welch elementaren Argumenten Eratosthenes den Erdumfang bestimmt hat. Aber wozu man jenseits der elementaren Begriffsbildung mit Zirkel und Lineal konstruieren sollte, ist in der modernen digitalen Welt unklar. Sicher ist, dass man Lernende mit DGS nicht auf CAD Programme in der heutigen Berufswelt vorbereitet, weil diese eine ganz andere Bedienlogik haben.

Es ist klar, dass die hier angedachte Neujustierung der inhaltlichen Ausrichtung des Mathematikunterrichts nur in einem langen Aushandlungsprozess aller Beteiligten gelingen kann. Es scheint mir aber wichtig, dies in Angriff zu nehmen, weil der Mathematikunterricht sowohl gegenüber Lernenden als auch gegenüber Eltern und Bildungspolitikern seine Existenzberechtigung legitimieren muss, in dem er nachweist, dass er die Bildung vermittelt, die nötig ist, um sich in unserer Welt orientieren zu können.

Literatur:

Bersch, S., Merkel, A., Oldenburg, R. Weckerle, M. (2020). Erklärvideos: Chancen und Risiken – zwischen fachlicher Korrektheit und didaktischen Zielen. GDM - Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik 109, 58–63.

Bundy, A. (1986). The Computer Modelling of Mathematical Reasoning. London: Academic Press.

Elschenbroich, H.-J., Gawlick, Th., Henn, H.-W. (2001): Zeichnung – Figur – Zugfigur. Mathematische und didaktische Aspekte Dynamischer Geometrie-Software. Hildesheim: Franzbecker.

Hamilton, E.R., Rosenberg, J.M. & Akcaoglu, M.: The Substitution Augmentation Modification Redefinition (SAMR) Model: a Critical Review and Suggestions for its Use. TechTrends (2016) 60: doi:10.1007/s11528-016-0091-y

Hickethier, K. (2010). Einführung in die Medienwissenschaft. Stuttgart: J. B. Metzler.

Hischer, H. (2002). Mathematikunterricht und Neue Medien. Franzbecker.

Heymann, H.-W. (1996). Allgemeinbildung und Mathematik. Beltz.

Hölzl, R. (1994). Im Zugmodus der Cabri-Geometrie: Interaktionsstudien und Analysen zum Mathematiklernen mit dem Computer. Weinheim: Deutscher Studien Verlag.

Hölzl, R. (1995). Eine empirische Untersuchung zum Schülerhandeln mit Cabri-géomètre. Journal für Mathematikdidaktik, 16(1/2), 79–113.

Hußmann, S., Lutz-Westphal, B. (eds) (2007). Kombinatorische Optimierung erleben. Vieweg+Teubner. https://doi.org/10.1007/978-3-8348-9120-4

Kieran, C. Algebraic Thinking in the Early Grades: What Is It? Math. Educ. 2004, 8, 139–151.

KMK (Hrsg.). (2022). Bildungsstandards für das Fach Mathematik Erster Schulabschluss (ESA) und Mittlerer Schulabschluss (MSA), Berlin: KMK. https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/2022/2022_06_23-Bista-ESA-MSA-Mathe.pdf

Kutzler, B. (1995). Mathematik unterrichten mit DERIVE. New York: Addison-Wesley.

Malle, G. (1993). Didaktische Probleme der elementaren Algebra. Wiesbaden: Vieweg.

Oldenburg, R. (2011). Mathematische Algorithmen im Unterricht. Wiesbaden: Teubner.

Oldenburg, R. (2019). Vernetzungen zwischen Mathematik- und Informatikunterricht. Der Mathematikunterricht, 65(4).

Oldenburg, R. (2022). Informatisches Denken im Mathematikunterricht. In: Pinkernell, G., Reinhold, F., Schacht, F., Walter, D. (eds) Digitales Lehren und Lernen von Mathematik in der Schule. Springer Spektrum, Berlin, Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-662-65281-7_13

Ossimitz, G. (2000): Entwicklung systemischen Denkens. München.

Pearl, J., Mackkenzie, D. (2018). The book of Why. Penguin.

Rahwan, I., Cebrian, M., Obradovich, N. et al. Machine behaviour. Nature 568, 477–486 (2019). https://doi.org/10.1038/s41586-019-1138-y

Stachowiak, H. (1973). Allgemeine Modelltheorie. Wien: Springer.

Weber, C. (2016). Making Logarithms Accessible - Operational and Structural Basic Models for Logarithms. Journal für Mathematik-Didaktik, 37(1), 69–98. https://doi.org/10.1007/s13138-016-0104-6.

Wing, J. M. (2008). Computational thinking and thinking about computing. Philosophical transactions of the royal society of London A: mathematical, physical and engineering sciences, 366(1881), 3717–3725.

Winter, H. (1992). Sachrechnen in der Grundschule, Berlin.

Wolfram Research, Inc. (2022). Mathematica, Version 13.1, Champaign, IL (2022).

Wolfram, C. (2020). The Math(s) Fix. Wolfram Media Inc.

Felicitas Pielsticker

Universität Siegen, pielsticker@mathematik.uni-siegen.de

Unterschiedliche Auffassungen über die Natur der Geometrie – Grundschüler*innen im Umgang mit 3D-Druck-Stiften

*In diesem Beitrag geht es um die Betrachtung einer Lehr-Lernsituation im Bereich der Geometrie in der Grundschule vor dem Hintergrund von zwei grundsätzlich verschiedenen Auffassungen von Geometrie. Die Grundschüler*innen des Fallbeispiels konstruieren Figuren mithilfe des 3D-Druck-Stiftes zum Dreiecksbegriff. Die Situation wird einerseits vor dem Hintergrund einer platonischen Grundposition beschrieben, andererseits wird dieselbe Situation vor dem Hintergrund einer konstruktivistischen Grundposition dargestellt. Es werden also dieselben Lernprozesse einmal im Kontext eines (Wieder-)Erfindens und einmal im Sinne eines Entdeckens beschrieben. Ziel des Beitrags ist es damit, zwei Beschreibungsperspektiven auf dieselbe Fallsituation aufzuzeigen und die sich daraus entwickelnde Relevanz für ein Mathematiklernen im Unterricht zu erschließen.*

1. Theoretische Einbettung – Auffassungen in der Fachwissenschaft und vom Lernen von Mathematik

Auffassungen scheinen verbunden mit Fragen wie „Was ist Mathematik? Was bedeutet sie? Womit befasst sie sich? […] (Davis & Hersh, 1994, S. XI), worauf „es verschiedene Antworten [gibt]. Diese hängen von den Interessen und der Blickrichtung des Antwortenden ab“ (Burscheid & Struve, 2020, S. 15). Für die Geometrie ist diese Diskussion nicht neu und es kann auf die historisch-philosophischen Entstehungsgründe der formalistischen Auffassung verwiesen werden. So wurde die mathematische Grundlagenkrise des 20. Jahrhunderts maßgeblich durch die Entdeckung der nichteuklidischen Geometrien vorangetrieben (Garbe, 2001). Neben der Diskussion von Auffassungen von der Fachwissenschaft Mathematik, werden Auffassungen in aktueller Forschung auch für die Beschreibung vom Lehren und Lernen von Mathematik verwendet. So halten verschiedene Autor*innen fest, dass Auffassungen über jegliches mathematische Verhalten entscheiden (Schoenfeld, 1985; Keys & Bryan, 2001). In mathematikdidaktischer Forschung werden Auffassungen gewinnbringend für die Beschreibung metakognitiver Prozesse beim mathematischen Verhalten genutzt (Rott et al., 2021). Dabei werden viele Begriffe – z.B. Auffassungen, Beliefs, Belief-Systeme, Weltbild – auf ähnliche Weise für die Beschreibung metakognitiver Prozesse gebraucht (Rolka, 2006; Pehkonen, 1995). Nach Schoenfeld bestimmt der “mathematical world view” über unser individuelles Verhalten „about self, about the environment, about the topic, about mathematics” (Schoenfeld, 1985, S. 15). Stellen wir uns mit Davis und Hersh (1994, S. 334) die Frage „Was wissen wir in der Mathematik, und wie wissen wir es?“, sind wir schnell bei einer mathematischen Grundlagendiskussion zu Auffassungen der Fachwissenschaft Mathematik, wie bspw. Platonismus, Formalismus und Konstruktivismus. „Besonderheiten einer Auffassung kann man oftmals durch Abgrenzungen zu anderen Auffassungen prägnant herausarbeiten“ (Burscheid & Struve, 2020, S. 16). Im Kapitel *Die philosophische Zwickmühle des aktiven Mathematikers* schreiben David und Hersh (1994, S. 337), dass „der typische Mathematiker an Werktagen Platonist und an Sonntagen Formalist ist“. Damit wird verdeutlicht, dass Mathematiker, solange sie aktiv Mathematik betreiben, mathematische Objekte grundsätzlich als bereits existierend ansehen, fragt man sie jedoch nach einer philosophischen Darlegung nehmen sie einen formalistischen Standpunkt ein, und legen Mathematik als formales Spiel selbst definierter Begriffe aus. Auch Monk (1970, S. 707) verdeutlicht, dass „philosophies of most mathematicians can be construed as somewhere in the range between extreme platonism and extreme formalism”. Dabei schätzt Monk (1976, S. 3), dass die mathematische Welt bevölkert ist mit „65% platonists, 30% formalists“. Auf letztere wollen wir in diesem Beitrag jedoch nicht genauer eingehen. Mathematikdidaktik wird dabei durch eine Vielzahl an Auffassungen charakterisiert (Witzke, 2015). Mit Blick auf ein Lernen von Mathematik und das gewählte Fallbeispiel ist der Umgang von Lernenden mit dem Dreiecksbegriff vielfach untersucht. Einige Studien fokussieren auf die Konstruktion von Dreiecken (Senfleben, 2011), andere auf die Identifikation von Dreiecken (Tsamir et al., 2008). Del Piero und Häsel-Weide (2020) fokussieren auf die Eigenschaft der Kongruenz von Dreiecken. In diesem Beitrag soll auf Auffassungsunterschiede (im Sinne von Grundpositionen) geschaut werden, vor deren Hintergrund eine Verwendung des Dreiecksbegriffs von Lernenden beschrieben werden kann. Fokussiert wird für das empirische Fallbeispiel und die Darstellung der Situation hinsichtlich einer platonischen Grundposition und einer konstruktivistischen Grundposition. Ziel des Beitrags ist, *die gewählte Fallsituation unter zwei verschiedenen Blickwinkeln (die sich aus den unterschiedlichen Grundpositionen ableiten) zu analysieren und die sich entwickelnde jeweilige Bedeutung für ein Mathematiklernen im Schulunterricht zu erschließen.* Mit Blickwinkel ist gemeint, dass sowohl auf eine Auffassung von der Fachwissenschaft Mathematik als auch auf eine Betrachtung von Auffassungen vom Lernen von Mathematik eingegangen werden kann. „Im Platonismus sind mathematische Objekte real. Ihre Existenz ist eine objektive Tatsache; sie existieren, unabhängig, ob wir von ihrer Existenz wissen oder nicht“ (Davis & Hersh, 1994, S. 334). Der Status der Objekte ist somit *real* (i.S.v. David und Hersh (1994) und Mathematiker konstruieren demnach ihre mathematischen Gegenstände nicht, sondern *entdecken sie* im „platonischen Himmel“ (Burscheid & Struve, 2020, S. 17). Ursprünglich aus Platons Philosophie stammend, sind Putnam und Gödel prominente Vertreter einer platonische Grundposition. Entsprechend einer konstruktivistischen Lehr-Lern-Auffassung (mit unterschiedlicher Ausprägung, z.B. radikaler Konstruktivismus nach von Glasersfeld oder interaktionistischer Konstruktivismus im Sinne der Arbeitsgruppen von Bauersfeld, Voigt und Krummheuer) wird davon ausgegangen, dass Erkenntnis in einem aktiven Prozess von Individuen selbstständig konstruiert wird. Im Sinne von Pörksen (2011) gibt es dann keine vom Individuum unabhängige Realität mit einem objektiven Wahrheitsbegriff. Es geht um eine (mathematische) Erkenntnis in Bezug auf das „Wissen wie" und weniger um das „Wissen was" (Glasersfeld, 1985, S. 14). Der interaktionistische Konstruktivismus rückt die soziale Interaktion in Lehr-Lernprozessen in den Fokus – Lehr-Lernprozesse sollen nicht isoliert voneinander gesehen werden, sondern es wird ein intersubjektiv geteiltes Wissen angenommen. Mathematische Bedeutung existiert dann nicht unabhängig vom einzelnen Individuum (oder den am Unterricht Beteiligten), sondern wird in sozialer Interaktion entwickelt und ausgehandelt. Dabei ist die Annahme, das Lernen von Mathematik nicht isoliert, sondern im aktiven Prozess von sozialen, kulturellen und bereichsspezifischen Aspekten beeinflusst wird (Núñez et al., 1999), in der mathematikdidaktischen Community weitestgehend akzeptiert.

2. Datenerhebung

Die Daten des intrinsisch motivierten Fallbeispiels im Sinne des Case-Study-Ansatzes nach Stake (1995) wurden 2022 in einer klinischen Interviewsituation an der Universität erhoben. Interessante Fälle wurden nach ihrem Potential eines möglichst großen Erkenntnisgewinns in Bezug auf die Forschungsfragen ausgewählt (Stake, 1995). Dafür sind zwei Grundschüler*innen (Jana und Tim, Namen geändert, 9 Jahre) eingeladen worden. Das Leitfadeninterview mit beiden hat insgesamt 1h gedauert, wurde videographiert und anschließend nach Meyer (2010) im Ganzen transkribiert. Im Sinne des Beitragsziels ist eine Auswahl einiger Szenen zum gewählten Fall getroffen worden. Nachfolgend wird die Interviewsituation mit dem 3D-Druck-Stift skizziert. Jana und Tim hatten in der Interviewsituation einen 3D-Druck-Stift zur Verfügung, der in der dafür vorgesehenen Halterung vorgeheizt wurde und ein herkömmliches Zeichenblatt. Beim 3D-Druck-Stift wird Kunststoff erhitzt und durch eine Düse ausgepresst. Die Nutzung des 3D-Druck-Stiftes ist nicht durch Softwareeinsatz, sondern gewissermaßen per Hand (Abb. 1) zu steuern, was ein direktes Zeichnen (in 2D und 3D) ermöglicht. Dadurch wird eine weniger präzise Darstellung als beispielsweise durch den 3D-Drucker erzeugt (Abb. 1), dafür aber eine schnelle und unkomplizierte Herstellung von Objekten in Lehr-Lernsituationen ermöglicht. Ein Grund für die Wahl dieses Werkzeuges war es gerade herauszufordern, dass ein genaues Zeichnen für Jana und Tim kaum möglich wird (diese Idee wird auch in Pielsticker, 2022 deutlich). Dieses Vorgehen ist angelehnt an Schoenfelds (1985) Fallstudie, genauer seine Problemstellung 1.1 (S. 160). Es soll provoziert werden, dass sich die Lernenden von einer Perspektive des „pure empiricism" (Schoenfeld, 1985, S. 160) entfernen, im Sinne „It's right even if it looks crooked" (Schoenfeld, 1985, S. 177) oder im Sinne von Pólya (1945), wonach Geometrie als eine Art des richtigen Argumentierens an falschen Figuren beschrieben werden kann.

3. Auswertungsmethodik und Methodische Entscheidungen

In den folgenden beiden Abschnitten wird mit Blick auf die oben skizzierten Unterschiede auf zwei verschiedene Blickwinkel eingegangen. Zum einen wird der Fall mithilfe der Subjektiven Erfahrungsbereiche (kurz: SEB) nach Bauersfeld

(1983) als „Erfinden“ im Rahmen einer konstruktivistischen Grundposition gedeutet, zum anderen im Rahmen einer eher platonischen Grundposition mit den Denkebenen nach van Hiele (1959/1985; 1986) im Sinne eines „Entdeckens“ beschrieben.

3.1 SEB – Objekte und daran ausgeführte Handlungen

Bereits Pehkonen (1995) deutet in seiner Arbeit eine Verbindung zwischen Auffassungen und dem Konzept der SEB nach Bauersfeld (1983) an, ebenso vom Hofe (1995), in seiner modellhaften Skizze zum Ausbilden von Grundvorstellungen. In der Untersuchung von Stoffels (2020) zeigt sich, dass die begrifflichen Konstrukte Auffassungen und SEB tatsächlich eng verknüpfbar sind. Es kann gezeigt werden, „dass das Konzept der subjektiven Erfahrungsbereiche aus einer theoretischen Perspektive gut als konstituierendes Element von Auffassungen […] gelten kann“ (Stoffels, 2020, S. 152). SEB (vereinfacht, Wissensschubladen, die anhand situationsspezifischer Objekte, Handlungen und Emotionen für Individuen beschrieben werden können) sind nicht-hierarchisch geordnet, kumulativ und hinsichtlich ihrer situativen Bindung voneinander eindeutig getrennt (Bauersfeld, 1983). Die Nutzung von Objekten und daran ausgeführten Handlungen weisen dabei auf eine bestimmte Auffassung des Subjekts hin (Stoffels, 2020). Methodisch wird das Konzept der SEB genutzt, insbesondere, um die individuellen Wissensaktivierungsprozesse der Schüler*innen des Fallbeispiels im Kontext des 3D-Druck-Stiftes in Mikroanalysen zu beschreiben. Der Fokus wird dabei auf den kognitiven Aspekten von Begriffsbildungsaspekten im Rahmen von Aushandlungsprozessen zu verschiedenen SEB liegen, die durch bereichsspezifische *Handlungen* mit und an spezifischen *Objekten* aus dem 3D-Druck-Stift-Kontext zustande kommen; es wird ausdrücklich auf die durch die Lernenden geäußerten und entstandenen Deutungskonflikte geschaut.

3.2 Denkebenen nach van Hiele – Entwicklung von geometrischem Denken

Es gibt unterschiedliche Konzepte nach denen geometrisches Denken von Lernenden beschrieben werden kann. Ein klassisches verbreitetes Konzept geometrischen Denkens ist das van-Hiele-Modell (1959/1985; 1986), das 5 Ebenen umfasst. Van Hiele schreibt dazu „[…] my introduction of the levels was not only a statement, it was also a program” (van Hiele, 1986, S. 40). Für die Beschreibung einer Entwicklung geometrischen Denkens von Grundschüler*innen sind dabei wohl drei von fünf Denkebenen wichtig (Franke & Reinhold, 2016). Das „van-Hiele-Modell“ geht von der Denkebene 1 (Visualization) aus – Figuren werden ganzheitlich anhand ihrer Erscheinung und äußeren Gestalt identifiziert. Auf der Denkebene 2 (Analysis) erkennen Lernende geometrische Eigenschaften von Figuren, z.B. „ein Dreieck hat drei Ecken“. Auf Denkebene 3 (Abstraction) werden geometrische Eigenschaften geordnet und Beziehungen zwischen diesen für Figuren erkannt – z.B. Klassifikationen von Dreiecken. Auf Denkebene 4 (Formal Deduction) nutzen Lernende geometrische Axiome und Definitionen, beweisen Theoreme und bilden ein grundlegendes Beziehungsgeflecht innerhalb eines geometrischen Systems.

Die 5. Denkebene (Rigor) ist gekennzeichnet dadurch, dass Lernende von konkreten geometrischen Modellen abweichen und formal aus geometrischen Aussagen folgern, um verschiedene axiomatische Systeme der Geometrie zu begründen, auszuarbeiten und zu vergleichen.

4. Analyse

4.1 Ergebnisdarstellung mit dem van-Hiele-Modell

In der nachfolgend ausgewählten und beschriebenen Interviewsituation wird das Wissen zu Dreiecken von Jana und Tim erkundet. Die beiden Lernenden zeigen dabei ihre Vorstellungen zum Dreiecksbegriff auf. Zunächst ist die Aufgabe ein Dreieck mithilfe des 3D-Druck-Stiftes (für die beiden bereits bekannt) zu zeichnen. Jana und Tim wollen jeweils ein Dreieck erstellen (Abb. 1).

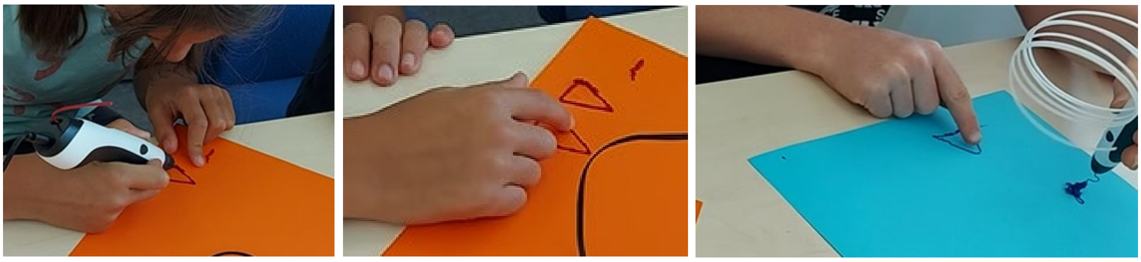


Abbildung 1: Dreieckszeichnung von Jana (links und Mitte), Dreieckszeichnung von Tim (rechts)

Jana zeichnet ihr Dreieck und beginnt danach noch eine weitere Dreieckszeichnung (Abb. 1, links & Mitte.). Dabei hält sie fest:

J	1	Meins hat zwei Ecken zu viel. Ich glaube man erkennt, dass das eigentlich so lang gehen soll. (Zeichnet die betroffene Dreiecksseite mit dem 3D-Druck-Stift noch einmal nach) (Abb. 1, links). Das sieht jetzt auch nicht so sehr ordentlich aus. (Jana zeichnet direkt ein zweites Dreieck).
J	2	Und es sollte eigentlich hier keinen Bogen geben (zeigt auf die betroffene Dreiecksseite), sondern gerade hoch (Abb. 1, Mitte).

Jana mobilisiert ihr Wissen über Dreiecke und versucht ihre Vorstellung zeichnerisch darzulegen. Es ist zu beobachten, dass die Schülerin ihr Wissen über Dreiecke auf eine Art „prototypische“ Form bezieht und auf bestimmte Eigenschaften der Figur fokussiert wird. Das bereits vorher ausgeprägte Wissen der Schülerin über Dreiecke dient ihr als Vergleichsmuster, was ihr erlaubt bestimmte Formen aus der Klasse der Dreiecke auszuschließen. Damit zeigt Jana Wissen auf der Denkebene 2 (Analysis), da sie in der Lage ist, Eigenschaften einer Figur, hier des Dreiecks zu erkennen. Tim zeichnet mit dem 3D-Druck-Stift und stört sich an einer „rund“ gezeichneten Ecke, worauf eine Diskussion zwischen Jana und Tim entsteht:

T 3 Mein Dreieck hat nur zwei Ecken. Die Ecke (zeigt mit dem Finger darauf) ist rund (Abb. 1, rechts).

J 4 Ein Dreieck ist eine Form mit drei Ecken.

I 5 Gibt es auch andere Formen mit drei Ecken?

T 6 Ja.

J 7 Dann müsste es ja einen Bogen haben.

T 8 (Zeichnet mit dem 3D-Druck-Stift). Das ist auch ein Dreieck. Hier ist ein Bogen (zeigt mit dem Finger den Bogen entlang), hier ist eine Ecke, hier ist die zweite und da die dritte.

J 9 Aber das ist ja nicht das, was man so kennt.

Auch Tim mobilisiert sein Wissen über Dreiecke. Er fokussiert dabei auf die Eigenschaft, dass ein Dreieck drei Ecken haben muss (T 3). Mit einem Fokus auf dieser Eigenschaft, wird es ihm möglich, eine weitere Figur zu zeichnen (Abb. 2), die er auch als Dreieck bezeichnet (T 8). Er zählt dazu die Ecken der Figur. Das von Tim gezeigte Wissen würde zwischen der Denkebene 1 und 2 gesehen. Tim fokussiert deutlich auf die äußere Gestalt der Figur kann aber gleichzeitig bestimmte geometrische Eigenschaften erkennen.

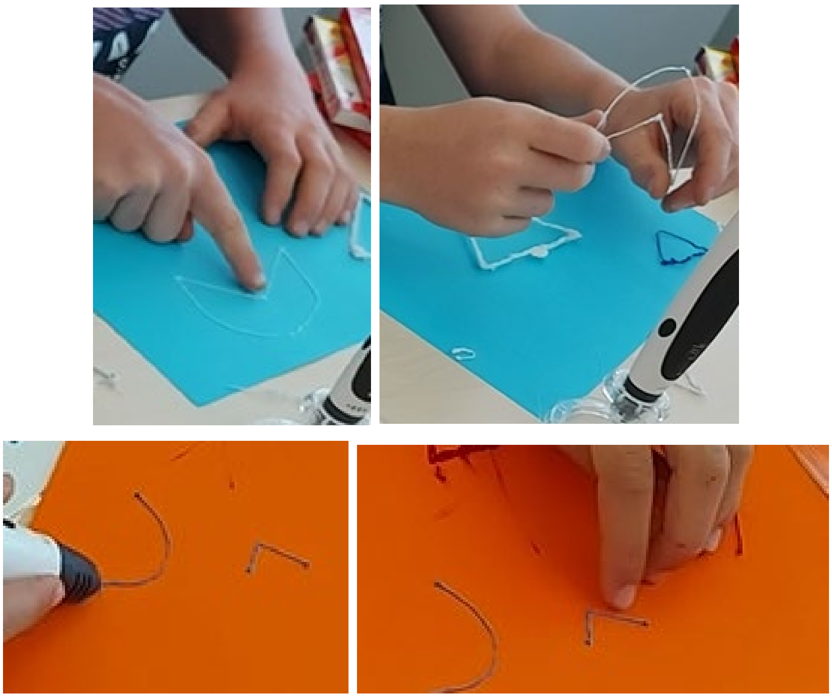


Abbildung 2: Tims gezeichnete Figur mit Bogen (oben) und. Janas gezeichnete Ecke (unten)

Jana hatte sich vorher bereits an einem Bogen in ihrer Dreiecksfigur gestört (J 2). Sie vergleicht die von Tim gezeichnete Figur mit ihr bereits bekannten Prototypen von Dreiecken und setzt dies in Beziehung zueinander (Übergang zu Denkebene 3, Abstraction). Zudem macht sie in der folgenden Sequenz (J 10) deutlich, was eine Ecke ausmacht (vermutlich mit Bezug zu Tims erster Dreieckszeichnung, Abb. 1, rechts), um ihr Wissen über Dreiecke auszudrücken (Abb. 2, unten) und in Beziehung zu weiteren Begriffen zu setzen (Übergang zu Denkebene 3).

J 10 Also das hier ist jetzt eine Ecke, weil die sozusagen dahin kommt, dann stoppen und dann in eine andere Richtung geht. Bei einer Rundung hört es nie so einfach auf oder geht so langsam (zeichnet eine Halbkreisform auf dem Zeichenblatt).

4.2 Ergebnisdarstellung mit SEB nach Bauersfeld

Für die Ergebnisdarstellung in diesem Abschnitt wird sich auch auf die oben dargestellten Transkriptauszüge und Abbildungen gestützt, die gleiche Situation betrachtet und mit SEB beschrieben. Dazu wird auf die geometrischen Objekte und die daran ausgeführten Handlungen fokussiert. Als Objekte können die mit dem 3D-Druck-Stift gezeichneten Dreiecksfiguren beschrieben werden. Handlungen, die daran ausgeführt werden, sind das Festhalten der Figuren, das Zeigen, Erfühlen und Zählen der Figurenecken (T 8), das Aufstellen der Figur auf dem Zeichenblatt und ein Abtasten (was bspw. bei Tim in Abb. 1, rechts zu seiner „runden" Dreiecksecke besonders deutlich wird) der gezeichneten Linien (physische Erfahrbarkeit). Es wird dann von einem SEB 3D-Druck-Stift gesprochen. Jana entdeckt bei ihrer ersten Dreieckszeichnung, dass diese zu viele Ecken aufweist. Sie versucht eine Verbesserung der Figur, beginnt dann aber lieber mit einer zweiten Dreiecksfigur, wo sie jedoch ein Bogen in einer der Dreiecksseiten stört. Dabei streicht sie immer wieder mit dem Finger über die gezeichneten Ecken und Seiten (Abb. 1, links & Mitte). Der 3D-Druck-Stift und die in diesem Kontext entstandenen Figuren scheinen bei Jana einen kognitiven Konflikt auszulösen. Sie fokussiert einerseits auf die empirischen Merkmale – die Ecken und Seiten – der entstandenen Figuren, ist aber nicht damit zufrieden, dass diese (im 3D-Druck-Stift Kontext) ungenau sind. Jana setzt den SEB 3D-Druck-Stift in Bezug zu bereits zuvor erfahrenem mathematischem Wissen aus früheren SEB (z.B. gezeichnete Dreiecke aus dem Schulunterricht). Der Konflikt wird noch deutlicher, als sie ihr Konzept von Ecke erläutert. Auch hier nutzt sie das Abtasten an der mit dem 3D-Druck-Stift gezeichneten Seite (Abb. 2, unten). Während sie mit dem Finger über die Seite streicht, hält sie fest: „Also das hier ist jetzt eine Ecke, weil die sozusagen dahin kommt, dann stoppen und dann in eine andere Richtung geht" (J 10). Auch der Bogen den Jana in ihrer in Abb. 1, Mitte gezeichneten Dreiecksfigur hat oder Tim in seiner gezeichneten Figur in Abb. 2 (oben) einfügt, führt bei der Schülerin im Gegensatz zu Tim zum Konflikt. Im Sinne eines euklidischen Verständnisses von Dreiecken sollte eine Linie wie die Dreiecksseite die kürzeste Verbindung zwischen zwei Punkten sein. Janas Konflikt scheint darin begründet, dass die Dreiecksseite keine gerade Linie ist. Gleichzeitig wird durch Janas Argument „Aber das ist ja nicht das, was man so kennt“ (J 9) ein empirischer Bezug besonders deutlich. Jana bringt an dieser Stelle eine ostensive Definition (in dem Sinne, dass ein Begriff durch Aufzeigen von Beispielen und Gegenbeispielen festgelegt wird) (Struve, 1990). Sie bezieht sich für ihre Begründung auf andere Beispiele von Dreiecken, die sie gut kennt und diese bekannten Beispiele haben keinen Bogen. Jana und Tim verhandeln ihr Wissen über Dreiecke im Kontext 3D-Druck-Stifte – auf der Grundlage empirischer Wahrnehmung. Dabei geben sie dem Dreiecksbegriff durch die empirischen Merkmale der verwendeten Objekte und den daran ausgeführten Handlungen eine Bedeutung. Im Sinne Bauersfelds wird davon ausgegangen, dass die beiden Schüler*innen ihr Wissen zum Dreieck an einen erfahrbaren Kontext gebunden haben. Das knüpft an Bauersfelds (1985, S. 17) These 4 an, „Es gibt keine allgemeinen Begriffe, Strategien oder Prozeduren. Man (das Subjekt) kann sie allgemein denken, aber sie sind nicht allgemein verfügbar, d.h. nicht bereichsunabhängig aktivierbar“. Für den Mathematikunterricht kann dann die Frage gestellt werden, inwiefern ein Konzept des Dreiecks losgelöst vom gemachten Erfahrungsbereich entwickelt und gedacht werden kann und von welcher Art eine Theorie sein müsste, in der solch ein Begriff vorkommt.

5. Fazit und Ausblick

Hinsichtlich des Ziels des Beitrags kann festgehalten werden, dass sich je nach Blickwinkel und den daraus abgeleiteten theoretischen Ansätzen, um z.B. Fallbeispiele zu beschreiben, verschiedene Konsequenzen für ein Mathematiklernen ergeben. Mit platonischer Grundposition und dem van-Hiele-Modell (Abschnitt 4.1) ist davon auszugehen, dass Jana und Tim einem „wahren“ (oder den von der Lehrperson intendierten) abstrakten Dreiecksbegriff – je nach Denkebene – immer näherkommen (können). Die beiden Schüler*innen drücken ihr Dreiecksverständnis dann auf verschiedenen Darstellungsebenen (verschiedenen Denkniveaus) aus. Jana und Tim drücken ihr Wissen über Dreiecke aus, indem sie sich auf ideale prototypische Formen in ihrem Kopf beziehen (Fischbein, 1993). Das Wissen der Beiden dient dabei als Vergleichsmuster, welches Jana und Tim mit dem Werkzeug mobilisieren. Der 3D-Druck-Stift ist dabei also eine Gelegenheit, Wissen in einer anderen Umgebung auszudrücken. Es geht dann um so etwas wie ein ideales Wissen über abstrakte Gebilde, losgelöst von realistischen Zeichnungen. "Die geometrische Figur selbst ist nur die entsprechende Idee, die abstrakte, idealisierte, gereinigte figurale Entität, die streng durch ihre Definition bestimmt ist" (Fischbein, 1993, S. 149). Wissen ist danach auf verschiedene Situationen anwendbar und nicht an bestimmte Kontexte gebunden. Für die unterrichtliche Praxis wird dadurch deutlich, auf welcher Denkebene sich die einzelnen Schüler*innen befinden und es wird z.B. gut möglich, jeweils einen aktuellen Wissensstand abzurufen und entsprechend individuell angelegte Fördersettings zu entwickeln. Hinsichtlich eines konstruktivistischen Forschungsparadigma und dem Konzept der SEB (Abschnitt 4.2) ist davon auszugehen, dass Jana und Tim die Bedeutung ihres Dreieckskonzepts mit dem Werkzeug bereichsspezifisch (weiter-)entwickeln. Die beiden konstituieren charakteristische Eigenschaften von Dreiecksfiguren auf der Grundlage des gegebenen Kontextes mit entsprechenden Objekten und daran ausgeführten Handlungen. Sie konstruieren ihr Verständnis aus verschiedenen SEB. Dabei rückt insbesondere die soziale Interaktion in den Fokus. Die Bedeutung des Dreiecksbegriffs existiert nicht unabhängig von Jana und Tim, sondern wird im aktiven Prozess von bereichsspezifischen Aspekten beeinflusst und gemeinsam ausgehandelt. Eine Aushandlung von Begrifflichkeiten braucht Zeit und sollte beim Mathematiklernen in der Schule eingeplant werden. Insgesamt ist je nach Forschungsparadigma mit Struve (1990) zu überlegen, wie geometrische Begriffe im Unterricht eingeführt werden können und für Lernende nützlich sind, wenn Mathematik in der Schule nicht „losgelöst von der Realität gelehrt [wird], sondern ‚anwendungsorientiert'" (Struve, 1990, S. 200). Weiterhin geht es uns in diesem Beitrag nicht darum, aus erkenntnistheoretischer Sicht zu entscheiden, ob ein platonischer oder ein konstruktivistischer Ansatz angemessen ist. Aber sie führen zu deutlich unterschiedlichen Interpretationen. Dieser Beitrag soll dabei mehr als Gedankenanstoß verstanden werden und Leser*innen zum Reflektieren anregen, ob sie selbst Argumente für den einen Blickwinkel (Geometrie als Wissenschaft über ideale, perfekte platonische Körper) oder den anderen Blickwinkel (Geometrie als Wissenschaft über (unvollkommene) physikalische Objekte unserer Realität) finden. Dabei bleibt die Frage, ob es nicht sinnvoll ist, Auffassungen immer offen zu legen und sich Monk (1970, S. 710) anzuschließen, der festhält,

> „It also seems to me that it would be useful to make students aware of the alternative philosophies".

Literatur:

Bauersfeld, H. (1983). Subjektive Erfahrungsbereiche als Grundlage einer Interaktionstheorie des Mathematiklernens und -lehrens. In H. Bauersfeld (Hrsg.), Lernen und Lehren von Mathematik (S. 1–56). Aulis.

Bauersfeld, H. (1985). Ergebnisse und Probleme von Mikroanalysen mathematischen Unterrichts. In W. Dörfler & R. Fischer (Hrsg.), Empirische Untersuchungen zum Lehren und Lernen von Mathematik (S. 7–25). Wien: Hölder-Pichler-Tempsky.

Burscheid, H. J. & Struve, H. (2020). Mathematikdidaktik in Rekonstruktionen. Band 1: Grundlegung von Unterrichtsinhalten. Wiesbaden: Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-658-29452-6

Davis, P.J. & Hersh, R. (1994). Erfahrung Mathematik. Basel: Birkhäuser.

del Piero, N., & Häsel-Weide, U. (2020). „Die sind doch nicht fast gleich." Geometrische Begriffsbildungsprozesse zum Dreieck im Lehr-Lern-Labor ZahlenRaum. Mathematica Didactica, 43(1), 15–30. https://doi.org/10.18716/ojs/md/2020.1148

Fischbein, E. (1993). The theory of figural concepts. Educational Studies in Mathematics, 24, 139–162. https://doi.org/10.1007/BF01273689

Franke, M. & Reinhold, S. (2016). Didaktik der Geometrie. In der Grundschule. Wiesbaden: Springer.

Garbe, A. (2001). Die partiell konventional, partiell empirisch bestimmte Realität physikalischer RaumZeiten. Würzburg: Königshausen & Neumann.

Glasersfeld, E. v. (1985). Konstruktion der Wirklichkeit und des Begriffs der Objektivität. In H. v. Förster, E. v. Glasersfeld, P. M. Hejl, S. J. Schmidt & P. Watzlawick (Hrsg.), Einführung in den Konstruktivismus (S. 9–39). München, Zürich: Piper.

Keys, C. W. & Bryan, L. A. (2001). Co-constructing inquiry-based science with teachers. Essential research for lasting reform. J Res Sci Teach, 38(6), 631–645.

Meyer, M. (2010). Wörter und ihr Gebrauch. Analyse von Begriffsbildungsprozessen im Mathematikunterricht. In G. Kadunz (Hrsg.), Sprache und Zeichen (S. 49–82). Franzbecker.

Monk, J.D. (1970). On the Foundations of Set Theory. American Mathematical Monthly, 77, 703–711.

Monk, J.D. (1976). Mathematical Logic. New York, Berlin, Heidelberg: Springer.

Núñez, R. E., Edwards, L. D. & Filipe Matos, J. (1999). Embodied Cognition as Grounding for Situatedness and Context in Mathematics Education. Educational Studies in Mathematics, 39, 45–65.

Pehkonen, E. (1995). Pupils' view of mathematics. Initial report for an international comparison project. University of Helsinki, Department of Teacher Education, Research report, 152.

Pielsticker, F. (2022). Description of the activated mathematical knowledge of the triangle concept in three empirical contexts. International Electronic Journal of Mathematics Education, 17(4), em0697. https://doi.org/10.29333/iejme/12170

Pólya, G. (1945). How to solve it. https://doi.org/10.1515/9781400828678

Pörksen, B. (2011, Hrsg.). Schlüsselwerke des Konstruktivismus. Wiesbaden: VS Verlag.

Rolka, K. (2006). Eine empirische Studie über Beliefs von Lehrenden an der Schnittstelle Mathematikdidaktik und Kognitionspsychologie. Fachbereich Mathematik der Universität Duisburg-Essen. https://bibliogra-phie.ub.uni-due.de/servlets/DozBibEntryServlet?id=ubo_mods_00037274

Rott, B., Specht, B. & Knipping, C. (2021). A descriptive phase model of problem-solving processes. ZDM, 53, 737–752. https://doi.org/10.1007/s11858-021-01244-3

Schoenfeld, A. H. (1985). Mathematical Problem Solving. Orlando: Academic Press.

Senftleben, G. (2011). Ebene Formen und Figuren auf dem kleinen Geobrett. Unterschiedliche Vielecksformen handlungsorientiert erschließen. Mathematik differenziert, 1, 42–44.

Stake, R. E. (1995). The Art of Case Study Research. Thousand Oaks: Sage.

Stoffels, G. (2020). (Re-)konstruktion von Erfahrungsbereichen bei Übergängen von empirisch-gegenständlichen zu formalabstrakten Auffassungen theoretisch grundlegen, historisch reflektieren und beim Übergang Schule-Hochschule anwenden. Universitätsverlag Siegen.

Struve, H. (1990). Grundlagen einer Geometriedidaktik. Mannheim: BI-Verlag.

Tsamir, P., Trios, D. & Levinson, E. (2008). Intuitive nonexamples: the case of triangles. Educational Studies in Mathematics, 69, 81–95.

van Hiele, P. M. (1986). Structure and insight: A theory of mathematics education. Orlando, FL: Academic Press.

van Hiele, P. M. (1959/1985). The child's thought and geometry. In D. Fuys, D. Geddes & R. Tischler (Hrsg.), English translation of selected writings of Dina van Hiele-Geldof and Pierre M. van Hiele (S. 243–252). Brooklyn: Brooklyn College.

Vom Hofe, R. (1995). Grundvorstellungen mathematischer Inhalte. Heidelberg. Spektrum.

Witzke, I. (2015). Epistemological beliefs about mathematics. Challenges and chances for mathematical learning: Back to the future. ESU, 8, 195–203.

Melanie Platz, Christina Bierbrauer & Lea Marie Müller

Universität des Saarlandes, melanie.platz@uni-saarland.de, bierbrauer@math.uni-sb.de, leamarie.mueller@uni-saarland.de

Förderung von Search Engine Literacy im Mathematikunterricht der Grundschule

Bereits im Grundschulunterricht wird von Kindern erwartet, internetbasierte Recherchen durchzuführen – eine kompetente Suche stellt jedoch komplexe Anforderungen, deren Bewältigung Search Engine Literacy (SEL) erfordert. Im Beitrag wird ein Konzept für die Entwicklung von Lernumgebungen zur Förderung von SEL vorgestellt, die im Grundschulunterricht in direkter Verknüpfung mit traditionellen mathematischen Unterrichtsthemen eingesetzt werden können.

1. Einleitung

Das World Wide Web ist ein universelles Informationssystem für die breite Öffentlichkeit, das den Austausch von Informationen, Kooperation und soziale Vernetzung ermöglicht. Als Werkzeuge für die Suche nach Ressourcen und Inhalten stehen verschiedene Arten von Suchsystemen und -diensten bereit (Seymour, Frantsvog & Kumar, 2011), die allerdings aufgrund von vertikaler Integration, Zusammenschlüssen und Konzentration nur noch auf wenige große Anbieter beschränkt sind (Barwise & Watkins, 2018; Iacobucci & Ducci, 2019). Privatpersonen, Unternehmen, NGOs und sogar Regierungen verlassen sich zunehmend auf diese wenigen Dienste (Li, Lan, Zhou & Zhang, 2017). Diese Abhängigkeit von wenigen großen Anbietern, die ihre Algorithmen und Suchindizes nicht veröffentlichen, führt zu diversen Problemen wie Einschränkungen bezüglich Zugänglichkeit, Datenschutz, Sicherheit und Vertrauen, Verzerrungen (Bias), Informationsasymmetrien sowie datengesteuerte Diskriminierung und Abgrenzung (Bobic, Platz & Gütl, 2021; Galindo & Garcia-Marco, 2017). Damit einher geht unter anderem das Filterblasenproblem: Algorithmen zur Informationsfilterung werden aus dem bisherigen Verhalten des Nutzers abgeleitet. Dies führt dazu, dass dem Nutzer ausschließlich Inhalte vorgeschlagen werden, die seinen Interessen entsprechen, und dass er von anderen Informationen abgeschnitten wird – ohne dass es ihm bewusst wäre (Nagulendra & Vassileva, 2014).

Um zu einer Stärkung des selbstbewussten und selbstbestimmten Umgangs von Kindern und Erwachsenen mit den Anforderungen in digital durchdrungenen Lern-, Lebens- und Arbeitswelten beizutragen, müssen Unterrichtskonzepte entwickelt werden, die die Lernenden dabei unterstützen, den "Blackbox"-Effekt solcher Systeme zu überwinden und vor allem die Suchergebnisse zu analysieren oder sogar zu kritisieren. Es stellt sich die Frage, wie solche Konzepte eine möglichst große Reichweite und Nachhaltigkeit erzielen können. Das in der Schule Gelernte kann einen Einfluss auf das Problembewusstsein in der Familie haben und Aktivitäten auslösen, die sich aus Gesprächen zwischen Kindern und ihren Eltern ergeben, ähnlich der Umweltrisikokompetenz (z. B. Mülltrennung und Verwendung von Plastik; BMU, 2018). Dies zeigt, dass selbst Kinder einen großen Einfluss auf das Problembewusstsein und die Entscheidungsfindung in der Gesellschaft haben. Eine Thematisierung der Risiken der Internetsuche in der Grundschule erscheint somit sinnvoll.

Laut der Strategie der Kultusministerkonferenz „Bildung in der digitalen Welt“ (KMK, 2016) geht die Entwicklung und das Erwerben der notwendigen Kompetenzen für ein Leben in einer digitalen Welt „über notwendige informatische Grundkenntnisse weit hinaus und betreffen alle Unterrichtsfächer. Sie können daher keinem isolierten Lernbereich zugeordnet werden.“ (S. 12). In der Strategie der KMK werden Kompetenzen formuliert, zu deren Entwicklung jedes einzelne Fach mit seinen spezifischen Zugängen zur digitalen Welt seinen Beitrag leisten soll. Folglich müssen Konzepte entwickelt werden, die im regulären Grundschulunterricht in Verknüpfung mit traditionellen Unterrichtsthemen umgesetzt werden können, ohne zusätzliche Unterrichtszeit in Anspruch zu nehmen (Platz, Müller, Niehaus & Müller, 2021). Im Basiscurriculum „Medienbildung und informatische Bildung“ (MBK, 2019) des Saarlandes, das auf dem Strategiepapier der KMK (2016) basiert, wird im Kompetenzbereich „Problemlösen und Modellieren“ neben dem Entwickeln von Problemlösungsstrategien mit Hilfe von Algorithmen auch besonderer Wert auf „[…] die Reflexion der Einflüsse von Algorithmen und die Auswirkung der Automatisierung von Prozessen in der digitalen Welt“ (MBK, 2019, S. 6) gelegt. Hier lassen sich Unterrichtskonzepte zur Search Engine Literacy anknüpfen.

2. Entwicklung eines Unterrichtskonzepts

Die Beschaffung und Nutzung von Informationen im Internet stellt eine der häufigsten Tätigkeiten von Schüler*innen in Schule und Alltag dar (KIM, 2020) und bereits Grundschulkinder nutzen Suchmaschinen wie Google (Feierabend, Rathgeb & Reutter, 2018; Feil, Gieger & Grobbing, 2013) ohne deren Funktionsweise zu kennen oder zu hinterfragen: „The simplicity and clean interface of Google conceal a complexity that is not understood by users“ (Le Deuff, 2017, S. 4). (Dies trifft übrigens nicht nur auf Kinder und Jugendliche zu, sondern auch auf Erwachsene.)

2.1 Search Engine Literacy und die Funktionen der Digitalität

Basierend auf den Funktionen des Sachrechnens (Winter, 1985) leitet Oldenburg (2022, 6. Mai) Funktionen der Digitalisierung bzw. der Digitalität her, die mehr als nur „Lernen mit“ und „Lernen über“ (z. B. Bastian, 2017) digitale Medien umfassen. Im vorliegenden Beitrag werden „Digitalisierung“ und „Digitalität“ in Anlehnung an Stalder (2021) folgendermaßen verstanden: „Digitalisierung ist, im ganz engen Sinn, der Prozess der Überführung eines analogen Mediums in ein digitales. […] Die Digitalität hingegen ist das, was entsteht, wenn der Prozess der Digitalisierung eine gewisse Tiefe und eine gewisse Breite erreicht hat und damit ein neuer Möglichkeitsraum entsteht, der geprägt ist durch digitale Medien.“ (Stalder, 2021, S. 3f).

Dieser Idee folgend könnte es bei der *Digitalität als Lernstoff* darum gehen, ein Wissen über und Fertigkeiten im Umgang mit digitalen Medien aufzubauen. Bezogen auf Suchmaschinen würde das den Aufbau von Search Engine Literacy (SEL) bedeuten, d. h. Kenntnisse über die grundlegende Funktionsweise von Suchmaschinen sowie über die folgenden Aspekte: Auffindbarkeit, linguistische Funktionen, Anfragesprache und Ranking (Karatassis, 2015; Fuhr, 2014).

Digitalität als Lernprinzip könnte bedeuten, dass Bezüge zur Realität für das Lernen (mathematischer) Begriffe und Verfahren ausgenutzt werden, um die Schüler*innen stärker für das Lernen zu interessieren (vgl. sinnstiftender Mathematikunterricht; Leuders, Hußmann, Barzel & Prediger, 2011), ihr Verständnis zu fördern und ihre Kenntnisse und Fertigkeiten zu festigen. Bezogen auf Suchmaschinen wird hier Search Literacy angesprochen. Search Literacy ist ein spezifischer Aspekt der Information Literacy. Sie bezieht sich direkt auf den Prozess der Informationsbeschaffung und bezeichnet die Fähigkeit, die gewünschten Informationen zu finden und auf sie zuzugreifen, um die Informationsbedürfnisse effizient und effektiv zu befriedigen (Karatassis, 2015).

Digitalität als Beitrag zur Umwelterschließung würde die umfassendste Funktion der Digitalität darstellen, in ihr sind die zuvor genannten aufgehoben. Insgesamt handelt es sich um

> […] ein didaktisches Programm, in das tiefere Dimensionen pädagogischen Arbeitens eingehen: die übergeordneten Ziele des Mathematikunterrichts (sein möglicher Beitrag zur Entfaltung der Kreativität und zur Sensibilisierung für die Probleme unserer Welt) und das Bild, das man vom Menschen und menschlichem Lernen hat. (Winter, 1985, S. 35)

Information Literacy ist hier als Ziel passend: die Fähigkeit, zu verstehen, dass Informationen gebraucht werden, Informationen effektiv und effizient zu suchen, angemessen zu bewerten und zu verwenden. Zudem umfasst sie die Fähigkeit neue Information in Vorwissen zu integrieren und zur Zielerreichung legal, ökonomisch, sozial und ethisch korrekt zu nutzen (Karatassis, 2015).

Bisherige internationale Studien untersuchten die Förderung von verschiedenen Teilaspekten der Information Literacy (z. B. Aharony & Gur, 2017; Beltran-Sanchez, Lopez, Ramirez-Montoya & Quantana, 2019). Befragungen von Lehrpersonen (z. B. Batool & Webber, 2019), zeigen allerdings, dass die Förderung der Information Literacy aus zeitlichen Gründen im Unterricht schwer umsetzbar ist, was die Notwendigkeit von ressourcenschonenden Konzepten, die direkt an die Inhalte des regulären Unterrichts anknüpfen, unterstreicht. Speziell zur Search Literacy existieren einzelne Konzepte, die darauf abzielen, dass Nutzer den Prozess einer Suchabfrage durchdringen (Nuxoll, 2021; Wilson, Twidale & Grasse, 2016; Le Deuff, 2017). Diese sind auf Grund ihrer Komplexität und Textlastigkeit jedoch weniger für Kinder der Primarstufe geeignet oder, wenn sie für die Primarstufe angepasst sind, wird nur die Bedienung einer Suchmaschine behandelt – es bleibt eine “Blackbox” (z.B. Moreno-Morilla, Guzman-Simon & Garcia-Jimenez, 2021). Um ein umfassendes Konzept entwickeln zu können, müssen die drei Funktionen der Digitalität (siehe oben) angesprochen werden.

2.2 Theoretische Grundlage für das Unterrichtskonzept

Die zugrundeliegenden fundamentalen Ideen des Themas „Suchmaschinen“ müssen identifiziert werden, um alle Facetten von SEL anzusprechen. Solche fundamentalen Ideen können beispielsweise

- auf der **Abbildungsebene** (Wie sind Informationen im Internet repräsentiert und wie muss ich deshalb mit der Suchmaschine kommunizieren?) *Suche* und *Suchindex (als Basis)*,
- auf der **Algorithmenebene** (Wie funktioniert eine Suchmaschine?) *Crawling und Index*, *Ranking*, *Filter- & Sortieralgorithmen* und
- auf der **Bewertungsebene** (Sind meine Ergebnisse vertrauenswürdig und brauchbar? Welche Informationen über mich erhalten Dritte durch meine Sucheingaben?) *Filterblasen* und *kritischer Umgang* sein.

Auf folgenden zwei Ebenen werden mehrere Unterrichtseinheiten in Verbindung mit traditionellen Inhalten, die in der Grundschule (insbesondere im Mathematikunterricht) behandelt werden, entwickelt:

1. Die Frage „Wie funktioniert eine Suchmaschine?“ wird auf der ersten Ebene behandelt. Durch Beziehung, Reflexion und Argumentation werden „Richtlinien“ für eine optimierte Suche abgeleitet: „Was muss ich bei der Nutzung von Suchmaschinen beachten?“; „Warum ist das wichtig?“
2. Durch Problemlösen und Argumentieren werden Suchstrategien entwickelt (2. Big6-Stufe; Eisenberg & Berkowitz, 1992): „Wie bekomme ich die besten Suchergebnisse?; Welche Strategie passt wann?“

Um SEL aufzubauen, müssen Begriffe im Bereich „Suchmaschinen“ theoretisch fundiert durchdrungen werden. Nach Lewandowski (2021) ist eine Suchmaschine (auch: Web-Suchmaschine oder Universalsuchmaschine)

> […] ein Computersystem, das verteilte Inhalte aus dem World Wide Web mittels Crawling erfasst und über eine Benutzerschnittstelle durchsuchbar macht, wobei die Ergebnisse in einer nach systemseitig angenommener Relevanz geordneten Darstellung aufgeführt werden. (S. 29)

Ein Modell von Etzold, Noack und Jurk (2019), welches für das Themenfeld „Algorithmen“ entwickelt wurde, wird dazu auf „Suchmaschinen“ übertragen und um eine Reflexion erweitert (siehe Abb. 1).

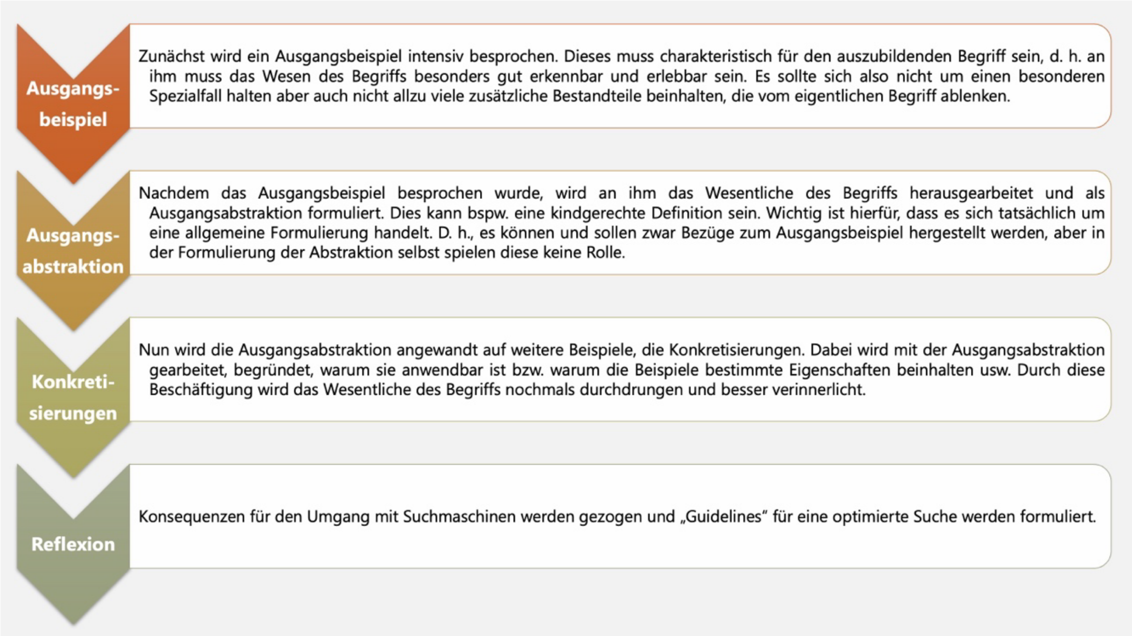


Abbildung 1: Modell zur theoretisch fundierten Durchdringung eines Begriffs; ursprünglich zum Themenfeld „Algorithmen" (Etzold et al., 2019), hier übertragen auf „Suchmaschinen" und Erweiterung um eine Reflexion.

Im Folgenden wird das Modell auf ein Beispiel zum Thema „**Ranking**" übertragen.

> Beim Ranking geht es darum, die gefundenen Suchergebnisse in eine sinnvolle Reihenfolge zu bringen, so dass die relevanten Ergebnisse zuerst angezeigt werden und die weniger relevanten Ergebnisse weiter hinten. Dabei wird nach absteigender Relevanz sortiert, d. h. je weiter oben ein Treffer in der Liste steht, desto relevanter ist er. (Lewandovski, 2021, S. 93)

Suchmaschinen legen ihre Rankingverfahren zwar nicht offen, dennoch haben sich sechs Bereiche herausgebildet, die für das Ranking der Ergebnisse bestimmend sind: (1) Textspezifische Faktoren, (2) Popularität, (3) Aktualität, (4) Lokalität, (5) Personalisierung und (6) technische Rankingfaktoren. Der Fokus liegt im Folgenden auf dem ersten Bereich: den textspezifischen Faktoren. Mittels der Textstatistik werden Suchanfrage und Dokumente verglichen. In einem ersten einfachen Verfahren geht man davon aus, dass der eingegebene Suchbegriff im Dokument vorkommt. So findet eine Eingrenzung des Suchergebnisses statt, da alle Dokumente, in denen der Suchbegriff nicht vorkommt, ausgeschlossen werden.

> Alle weiteren Operationen erfolgen nur noch auf dieser kleineren Menge. […] Im Folgenden geht es dann „nur" noch darum, diese bereits ermittelte Menge so zu reihen, dass „die besten" Dokumente oben stehen. […] Hat man nun mittels des Abgleichs von Suchanfrage und Index die potenziell relevanten Dokumente ermittelt, so können in einem ersten Schritt mittels der textstatistischen Verfahren die Texte nach ihrer inhaltlichen Passung zur Suchanfrage sortiert werden. Dazu werden

> Wörter in den Dokumenten gezählt und statistisch gewichtet. (Lewandowski, 2021, S. 98f)

Um diese erste Idee des Rankings auf Grund der Häufigkeitsbestimmung in der Primarstufe zu behandeln, kann als **Ausgangsbeispiel** (zunächst analog) eine Durchsuchung von gleichlangen Textabschnitten auf einen bestimmten Suchbegriff erfolgen.

> Zunächst einmal könnte man annehmen, dass ein Dokument, in dem der Suchbegriff besonders häufig vorkommt, relevanter ist als eines, in dem der Suchbegriff weniger häufig vorkommt. Es würde dann dasjenige Dokument zuerst in der Liste erscheinen, welches den Suchbegriff am häufigsten enthält. (Lewandowski, 2021, S. 99)

Es werden zunächst gleichlange Texte verwendet, da vorerst mit absoluten Häufigkeiten gearbeitet wird. Zudem hätten längere Texte eine bessere Chance ein Wort häufig zu enthalten.

Die **Ausgangsabstraktion** zu diesem einfachen Ranking auf Grund der Häufigkeitsbestimmung wäre in diesem Fall beispielsweise: Ein Ranking von Suchergebnissen zu einem Suchbegriff kann erstellt werden, indem zuerst die Dokumente, mathematischen Objekte, etc., die den Suchbegriff nicht enthalten bzw. nicht der gesuchten Äquivalenzklasse zugeordnet werden können, ausgeschlossen werden. Anschließend kann mittels Häufigkeitsbestimmung ermittelt werden, in welcher Reihenfolge die Dokumente, mathematischen Objekte, etc., angezeigt werden sollen. Das Dokument, mathematische Objekt, etc., bei dem der Suchbegriff am häufigsten zu finden ist bzw. das nach der jeweiligen Ordnungsrelation zuerst genannt wird, kommt an die erste Stelle, das Dokument, mathematische Objekt, etc., bei dem der Suchbegriff am zweithäufigsten vorkommt bzw. das nach der jeweiligen Ordnungsrelation an zweiter Stelle genannt wird, kommt an zweiter Stelle, usw.

Konkretisierungen mit Bezug zum Mathematikunterricht könnten beispielsweise folgendermaßen aussehen:

- Auf der Menge der Zahlen bis 20 wird „groß, gerade“ gesucht. Im ersten Schritt werden alle ungeraden Zahlen ausgeschlossen. Im zweiten Schritt werden die übrig gebliebenen geraden Zahlen absteigend (Ordnungsrelation: „… ist größer als …“) angeordnet: (20, 18, 16, 14, 12, 8, 6, 4, 2).
- Auf der Menge der ebenen Figuren {Dreieck, Quadrat, Fünfeck, Sechseck} wird „Seite“ gesucht. Da alle genannten ebenen Figuren Seiten haben, wird keine ausgeschlossen. Anschließend werden die ebenen Figuren nach der Anzahl der Seiten absteigend (Ordnungsrelation: „… hat mehr Seiten als …“) angeordnet: (Sechseck, Fünfeck, Quadrat, Dreieck).

Zur **Reflexion** kann die Menge, die wir betrachten, verändert werden. Beispielsweise kann die Festlegung einer eindeutigen Reihenfolge und die Vergleichbarkeit der Objekte erschwert werden (siehe Abb. 2), um ggf. die Berücksichtigung von Strukturinformationen in Dokumenten anzubahnen.

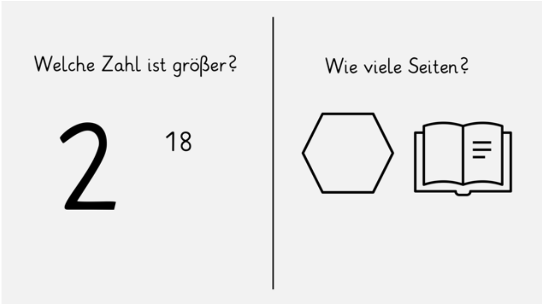


Abbildung 2: „große“ Zahlen und „Seiten“.

So kann eine Diskussion darüber angeregt werden, was „sinnvolle“ Suchergebnisse sind, die dem Suchenden weiterhelfen: die Idee einer Qualitätskontrolle kann angeregt werden. Für die eigene Suche kann abgeleitet werden, dass die Formulierung der Suche wichtig ist und dass nicht nur die ersten Treffer betrachtet werden sollten, sondern auch nachfolgende, da das Ranking „immer nur eine von vielen möglichen algorithmischen Sichten auf die Inhalte des World Wide Web ist“ (Lewandowski, 2021, S. 93).

2.3 Entwicklung von Lernumgebungen

In Orientierung an Wollring (2008) wird in diesem Beitrag eine Lernumgebung verstanden als eine Erweiterung des üblichen Begriffs Aufgabe

> […] im Wesentlichen eine Arbeitssituation als Ganzes, die aktiv entdeckendes und soziales Lernen ermöglichen und unterstützen soll [verstanden]. […] Eine Lernumgebung ist im gewissen Sinne eine natürliche Erweiterung dessen, was man im Mathematikunterricht traditionell eine „gute Aufgabe“ nennt. (Wollring, 2008, S. 14)

Zur Entwicklung von Lernumgebungen kann das Schema zur kriteriengeleiteten Erstellung und Dokumentation von Lernumgebungen mit Einsatz digitaler Medien (Platz, 2020a) auf Themen der informatischen Bildung wie Search Engine Literacy erweitert werden: https://cloud.hiz-saarland.de/s/ynC8z2pg3tPGiwK. Derzeit werden von Studierenden des Lehramts Primarstufe an der Universität des Saarlandes in der im Bereich Mathematik verorteten Veranstaltung „Informatische Bildung in der Primarstufe“ Unterrichtseinheiten entwickelt und mit Grundschüler*innen erprobt. Die Unterrichtseinheiten werden als Open Educational Resources bei Wikiversity veröffentlicht: https://de.wikiversity.org/wiki/OpenSource4School/Lernumgebungen_zur_Informatischen_Bildung_im_Mathematikunterricht_der_Primarstufe - Search_Engine_Literacy.

Das Unterrichtskonzept zur Förderung von Search Engine Literacy wird mit Hilfe von Design Science Research (DSR) (weiter)entwickelt. Das Dortmunder Modell (fachdidaktische Entwicklungsforschung zu diagnosegeleiteten Lehr-Lern-Prozessen zur Erforschung und Weiterentwicklung des Unterrichts; Prediger, Link, Hinz, Hußmann, Thiele & Ralle, 2012) wird mit dem DSR-Methodenprozess (Erforschung und Weiterentwicklung der Informatikforschung; Peffers , Tuunanen, Gengler, Rossi, Hui, Virtanen et al., 2006) kombiniert, um Synergieeffekte beider Ansätze für die Entwicklung technologiegestützter Lernumgebungen produktiv nutzen zu können (Platz, 2020b).

3. Zusammenfassung

Da ohnehin im Schulalltag die Zeitknappheit ein ständiger Begleiter ist, ist es wichtig Lernumgebungen zur Förderung von SEL zu entwickeln, die direkt an die traditionellen Themen des Unterrichts anknüpfen. Mathematische Konzepte der Grundschule können zur Beschreibung und Erklärung der Funktionsweise von Suchmaschinen verwendet werden. Ein zentrales Element bei der Förderung von SEL ist die Reflexion des eigenen Handelns aufgrund der Auseinandersetzung mit der Funktionsweise von Suchmaschinen. In enger Zusammenarbeit mit der pädagogischen Praxis wird ein Unterrichtskonzept zur Förderung der SEL in Grundschulen entwickelt. Seine Wirksamkeit wird zunächst in ausgewählten Schülerlaboren untersucht, dann bundesweit evaluiert und schließlich auf Schulen übertragen.

Literatur:

Aharony, N., & Gur, H. (2017). The relationships between personality, perceptual, cognitive and technological variables and students' level of information literacy. Journal of Librarianship and Information Science, 51(2), 527–544. doi: 10.1177/0961000617742450

Barwise, P. & Watkins, L. (2018). The evolution of digital dominance. In M. Moore & D. Tambini (Hrsg.), Digital dominance: The power of Google, Amazon, Facebook, and Apple (S. 21–49). Oxford: Oxford University Press.

Bastian, J. (2017). Lernen mit Medien – Lernen über Medien? Eine Bestandsaufnahme zu aktuellen Schwerpunktsetzungen. DDS–Die Deutsche Schule, 109(2), 146–162.

Batool, S. H., & Webber, S. (2019). Mapping the state of information literacy education in primary schools: The case of Pakistan. Library & Information Science Research, 41(2), 123–131. doi: 10.1016/j.lisr.2019.04.006

Beltran-Sanchez, J. A., Lopez, R. I. G., Ramirez-Montoya, M. S., & Quintana, J. T. (2019). Factors influencing the Integration of the Digital Literacy and Inclusion Program into Primary School Teaching. Revista Electrónica De Investigación Educativa, 21. doi: 10.24320/redie.2019.21.e31.2088

Bildungsministerium für Umwelt, Naturschutz und nukleare Sicherheit (BMU) (Hrsg.) (2018). Abfall - Bildungsmaterial für die Grundschule. Informationen für Lehrkräfte. https://www.bmu.de/fileadmin/Daten_BMU/Pools/Bildungsmaterialien/gs_abfall_handreichung_lehrer.pdf

Bobic, A., Platz, M. & Gütl, C. (2021). Towards Open Search Applications for the broader Community. In Proceedings of the 3rd International Symposium on Open Search Technology, 11-13 October 2021, CERN, Geneva, Switzerland.

Eisenberg, M. B., & Berkowitz, R. E. (1992). Information Problem-Solving: The Big Six Skills Approach. School Library Media Activities Monthly, 8(5), 27.

Etzold, H., Noack, S. & Jurk, A. (2019). Algorithmen im Alltag. Leitfaden für Lehrerinnen und Lehrer. Teil 1: Hintergrund und Theorie. Digitales Lernen Grundschule, Universität Potsdam. Abgerufen von https://dlgs.uni-potsdam.de/sites/default/files/u3/Leitfaden_Algorithmen_Teil_1.pdf

Feierabend, S., Rathgeb, T., & Reutter, T. (2018). JIM-Studie 2018. Jugend, Information, Medien. Basisuntersuchung zum Medienumgang 12- bis 19-Jähriger. Suttgart: Medienpädagogischer Forschungsverbund Südwest, c/o Landesanstalt für Kommunikation. https://www.schauhin.info/fileadmin/content/Downloads/Sonstiges/JIM_2018_Gesamt.pdf

Feil, Ch., Gieger, Ch., & Grobbing, A. (2013). Projekt: Informationsverhalten von Kindern im Internet – eine empirische Studie zur Nutzung von Suchmaschinen. München: Deutsches Jugendinstitut. https://www.dji.de/fileadmin/user_upload/wwwkinderseiten/898/1-BMBF-Fkz%2001PF08017.pdf

Fuhr, N. (2014). Internet search engines – Lecture script for the course in SS 2014. http://www.is.inf.uni-due.de/courses/ir_ss14/ISMs_1-7.pdf

Galindo, F. & Garcia-Marco, J. (2017). Freedom and the internet: empowering citizens and addressing the transparency gap in search engines. European journal of law and technology, 8(2),1–18.

Iacobucci, E. & Ducci, F. (2019). The google search case in europe: Tying and the single monopoly profit theorem in two-sided markets. European Journal of Law and Economics, 47(1), 15–42.

Karatassis, I. (2015, September). A gamification framework for enhancing search literacy. In Sixth BCS-IRSG Symposium on Future Directions in Information Access (FDIA 2015) 6 (S. 3–6).

KIM (2020). Kim-Studie 2020. Kindheit, Internet, Medien. Medienpädagogischer Forschungsverband Südwest. https://www.mpfs.de/fileadmin/files/Studien/KIM/2020/KIM-Studie2020_WEB_final.pdf.

KMK (2016). Strategie der Kultusministerkonferenz „Bildung in der digitalen Welt“ (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 08.12.2016). https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/pdf/PresseUndAktuelles/2016/Bildung_digitale_Welt_Webversion.pdf

Le Deuff, O. (2017, September). Search engine literacy. In European Conference on Information Literacy (S. 359–365). Springer, Cham.

Leuders, T., Hußmann, S., Barzel, B. & Prediger, S. (2011). „Das macht Sinn!" Sinnstiftung mit Kontexten und Kernideen. Praxis der Mathematik in der Schule, 53 (37), 2–9.

Lewandowski, D. (2021). Suchmaschinen verstehen. Berlin/Heidelberg: Springer Vieweg.

Li , S., Lan, X., Zhou, Y. & Zhang, Y (2017). Exploring and understanding web search behavior with human activities. In 2017 IEEE SmartWorld, Ubiquitous Intelligence & Computing, Advanced & Trusted Computed, Scalable Computing & Communications, Cloud & Big Data Computing, Internet of People and Smart City Innovation (SmartWorld/SCALCOM/UIC/ATC/CBDCom/IOP/SCI) (S. 1–8). IEEE.

MBK (2019). Basiscurriculum Medienbildung und informatische Bildung. Ministerium für Bildung und Kultur Saarland. https://www.saarland.de/SharedDocs/Downloads/DE/mbk/Bildungsserver/Unterricht_und_Bildungsthemen/Medienbildung/Basiscurriculum.pdf?__blob=publicationFile&v=1

Moreno-Morilla, C., Guzman-Simon, F., & Garcia-Jimenez, E. (2021). Digital and information literacy inside and outside Spanish primary education schools. Learning Culture and Social Interaction, 28. doi: 10.1016/j.lcsi.2020.100455

Nagulendra, S., & Vassileva, J. (2014). Understanding and controlling the filter bubble through interactive visualization: a user study. In Proceedings of the 25th ACM conference on Hypertext and social media (S. 107–11).

Nuxoll, F. (Hrsg.) (2021). Medienwelten Grundschule Arbeitsheft 3/4. Westermann.

Oldenburg, R. (2022, 6. Mai). Digitalisierung - Lehrmethode oder Lehrgegenstand? [Hauptvortrag]. Mathematikunterricht mit digitalen Medien und Werkzeugen in Schule und Forschung – Eine Vernetzungstagung. Universität Siegen.

Peffers, K., Tuunanen, T., Gengler C. E., Rossi, M., Hui, W., Virtanen, V et al. (2006). The design science research process: a model for producing and presenting information systems research. In Proceedings of the 1st international conference on design science research in information systems and technology (S. 83–106).

Platz, M. (2020a). Ein Schema zur kriteriengeleiteten Erstellung und Dokumentation von Lernumgebungen mit Einsatz digitaler Medien. In F. Dilling & F. Pielsticker (Hrsg.), Mathematische Lehr-Lernprozesse im Kontext digitaler Medien (S. 29–56). Wiesbaden: Springer Spektrum.

Platz M. (2020b) „Forscher spielen" und mathematisches Beweisen in der Primarstufe. transfer Forschung - Schule 2020, 6, 30–43.

Platz, M., Müller, L., Niehaus, E. & Müller, S. (2021). Modules for Open Search in Mathematics Teaching. In Proceedings of the 3rd International Symposium on Open Search Technology, 11-13 October 2021, CERN, Geneva, Switzerland.

Prediger, S., Link, M., Hinz, R.; Hußmann, S., Thiele, J. & Ralle, B. (2012). Lehr-Lernprozesse initiieren und erforschen – Fachdidaktische Entwicklungsforschung im Dortmunder Modell. MNU 65(8), 452–457.

Seymour, T., Frantsvog, D. & Kumar, S. (2011). History of search engines. International Journal of Management & Information Systems (IJMIS), 15(4), 47.

Stalder, F. (2021). Was ist Digitalität? In U. Hauck-Thum & J. Noller (Hrsg.), Was ist Digitalität? (S. 3–7). Berlin, Heidelberg: JB Metzler.

Wilson, M. L., Ye, C., Twidale, M. B., & Grasse, H. (2016). Search literacy: Learning to search to learn. In SAL@ SIGIR.

Winter, H. (1985). Sachrechnen in der Grundschule. Bielefeld: Cornelsen.

Wollring, B. (2008). Zur Kennzeichnung von Lernumgebungen für den Mathematikunterricht in der Grundschule. In Kasseler Forschergruppe (Hrsg.), Lernumgebungen auf dem Prüfstand. Bericht 2 der Kasseler Forschergruppe Empirische Bildungsforschung Lehren – Lernen – Literacy (S. 9–26). Kassel: kassel university press GmbH.

Rebecca Schneider

Universität Siegen, schneider@mathematik.uni-siegen.de

Empirische Settings unter Einsatz der 3D-Druck Technologie im Mathematikunterricht der Grundschule - theoretische Grundlagen und deren Bedeutung für die Praxis

Die 3D-Druck Technologie eröffnet neue Möglichkeiten, um mathematisches Wissen anhand empirischer Objekte zu entwickeln. Im Beitrag wird der Einsatz der 3D-Druck Technologie für den Mathematikunterricht an Grundschulen theoriebasiert reflektiert und anhand exemplarischer Beispiele aufgezeigt, wie dieser für das Mathematiklernen von Schülerinnen und Schülern der Grundschule nutzbar gemacht werden kann.

1. Empirische Settings im Mathematikunterricht der Grundschule

Die Ausrichtung des Mathematikunterrichts an empirischen Objekten ist für die Grundschule wesentlich (vgl. Burscheid & Struve, 2020). Im Unterricht werden Schülerinnen und Schülern häufig empirische Objekte zur Verfügung gestellt, anhand derer Schülerinnen und Schüler mathematisches Wissens entwickeln können (vgl. Dilling, 2021). Mit entsprechend angelegten Lernumgebungen wird der Auffassung von Schülerinnen und Schüler begegnet, die Mathematik im Wesentlichen im Sinne einer Naturwissenschaft auffassen (vgl. Witzke, 2009). Sie verfügen über eine empirische Auffassung von Mathematik (Schoenfeld, 1985), der im Mathematikunterricht begegnet werden soll. Insbesondere für den Mathematikunterricht in der Grundschule lassen sich viele Konzepte identifizieren, bei denen empirische Objekte auf unterschiedliche Weise eingesetzt werden um daran mathematisches Wissen zu entwickeln. Diese reichen von dem Einsatz haptischer Arbeits- oder Anschauungsmitteln bis hin zu Konzepten wie dem Sachrechnen, bei dem Situationen aus der Erfahrungswelt der Schülerinnen und Schüler aufgegriffen werden um diese mathematisch zu beschreiben oder durch die Anwendung mathematischen Wissens besser zu verstehen (vgl. z.B. Winter, 1992; Schwarzkopf, 2006). Wenn wir von empirischen Settings sprechen, so meinen wir all jene Lernumgebungen, in denen „empirische Objekte eine tragende Rolle spielen“ (Dilling, 2022, S.103) unabhängig von der Art der Repräsentation oder einem spezifischen didaktischen Teilziel.

> „Der Begriff des empirischen Settings ist damit sehr breit angelegt und geht von Zeichenblattfiguren bis hin zu naturwissenschaftlichen und lebensweltlichen Phänomenen. Die Objekte können direkt vorliegen (…) oder auch in Textform (…) beschrieben und damit der Vorstellungskraft überlassen sein (…) oder durch den Lernenden selbst gebildet werden (…). “ (Dilling, 2020, S.103f.)

Die Entwicklung empirischer Settings erfolgt durch Lehrerinnen und Lehrer oder Schulbuchautoren, mit dem Ziel durch das Setting einen gewissen mathematischen

Begriff zu inszenieren bzw. einen gewissen mathematischen Inhalt für Schülerinnen und Schüler aufzubereiten (vgl. Dilling, 2022). Es ist dabei jedoch wichtig zu verstehen, dass mit der Entwicklung und Bereitstellung eines empirischen Settings keine Aussagen über das tatsächlich durch die Schülerinnen und Schüler anhand des Settings entwickelten, mathematischen Wissens getroffen werden kann. Denn die Interpretation der Settings erfolgt stets auf Basis der subjektiven Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler und kann sich somit stark von dem durch die Lehrperson intendierten mathematischen Wissen unterscheiden (vgl. Dilling, 2022). Dennoch konnte gezeigt werden, dass Schülerinnen und Schüler ihr mathematisches Wissen an die empirischen Objekte[6] binden, wenn diese durch die Lehrperson bewusst zum Ausgangspunkt mathematischer Wissensentwicklung eingesetzt werden (vgl. Pielsticker, 2020). Ein nach diesem Grundsatz konzipierter Mathematikunterricht wird nach Pielsticker (2020) als empirisch-orientierter Mathematikunterricht[7] bezeichnet. Entwicklung und wissenschaftliche Untersuchungen hierzu erfolgten zunächst für den Mathematikunterricht in den Sekundarstufen. Für den Mathematikunterricht in der Grundschule konnte darüber hinaus aufgezeigt werden, dass die Explikation der ontologischen Bindung des Wissens an die empirischen Referenzobjekte einen lerntheoretischen Vorteil bringt (vgl. Schneider, erscheint 2023). Eine günstige Voraussetzung dazu kann geschaffen werden, indem die empirischen Objekte unmittelbar für die Schülerinnen und Schüler zugänglich sind (ebd.). Für den Lernprozess ist dementsprechend die physikalische Repräsentation der empirischen Objekte gewinnbringend (ebd.). Darüber hinaus zeigte sich, dass der Einsatz empirischer Settings auf natürliche Weise unterschiedliche Zugänge zum angestrebten mathematischen Lerngegenstand ermöglicht, die es Schülerinnen und Schülern erlaubt sich entsprechend ihres Vorwissens und ihrer individuellen Erfahrungen dem mathematischen Gegenstand zu nähern, wie es zum Beispiel das Konzept natürlich differenzierender Aufgabenformat fordert (Krauthausen & Scherer, 2011, S. 226 ff.).

2. Die 3D-Druck Technologie und ihre Chancen zur Entwicklung mathematischen Wissens von Schülerinnen und Schülern

Bei der 3D-Druck Technologie handelt es sich grundsätzlich um ein additives Fertigungsverfahren, bei dem (virtuelle) Modelle Schicht für Schicht zu haptischen Modellen aufgebaut werden. In der Regel wird dazu ein 3D-Druckgerät eingesetzt. Dieses erhält die zum Druck benötigten Informationen durch eine Datei. Innerhalb des Geräts wird dann das Druckmaterial (Filament) auf hohe Temperaturen erhitzt und so verflüssigt. Durch eine Düse wird das Filament dann entsprechend der in

6 Der Begriff „empirische Objekte "bezeichnet „Objekte der Realität (…) die für Schülerinnen und Schüler unmittelbar, insbesondere taktil oder visuell zugänglich sind." (Pielsticker, 2020, S.40)

7 „Empirisch-orientierter Mathematikunterricht ist ein Mathematikunterricht,in dem die Lehkraft die bewusste didaktische Entscheidung (im präskriptiven Sinne) trifft in Konzeption und Durchführung mit empirischen Objekten (vgl. entsprechenden Fachterminus) als den mathemtischen Objekten des Mathematikunterrichts zu arbeiten. Die empirischen Objekte (z.B. manipulierte Spielwürfel oder Zeichenblattfiguren) dienen im Unterricht nicht zur Veranschaulichung eigentlich abstrakter mathematischer Begriffe, sondern die Objekte sind die Gegenstände des Unterrichts – werden bewusst im Sinne einer definitorischen Referenzbeziehung verwendet." (Pielsticker, 2020, S.44 f.)

der Datei enthaltenen Informationen in feinen Schichten unter hoher Präzision auf eine Druckplatte aufgebracht. Solche Verfahren werden bereits seit geraumer Zeit in Wirtschaft und Technik genutzt, um Bauteile für Maschinen oder Fahrzeuge zu entwickeln oder um ein neu entwickeltes Design zu erproben. Neben dem Einsatz von 3D-Druckgeräten lassen sich 3D-Druck Stifte einsetzen, bei denen die Führung der Düse nicht automatisch durch das 3D-Druck Gerät erfolgt, sondern durch eine manuelle Führung durch den Nutzer. Beide Varianten können gewinnbringend für den Einsatz im Mathematikunterricht genutzt werden. Mit Hilfe der 3D-Druck Technologie können so individuelle empirische Objekte zu einer gezielten mathematischen Fragestellung entwickelt werden und als empirische Referenzobjekte für mathematische Begriffe dienen. Pielsticker (2020) konnte darlegen, dass die 3D-Druck Technologie für den Einsatz im Mathematikunterricht geeignet ist, da Schülerinnen und Schüler ihr mathematisches Wissen an die 3D-gedruckten Modelle binden. Sowohl der Entwicklungsprozess als auch die Arbeit an und mit dem fertig gedruckten empirischen Objekt, eröffnet hier lerntheoretische Chancen (Pielsticker, 2020), die unter anderem auch mathematische Begründungsprozesse anregen können (vgl. Dilling, 2022).

Beachtet man nun darüber hinaus die Erkenntnisse zum Einsatz empirischer Settings im Mathematikunterricht der Grundschule (Schneider, erscheint 2023), bei der die physikalische Repräsentation und als Folge daraus die unmittelbare Zugänglichkeit empirischer Objekte für Schülerinnen und Schüler der Grundschule lerntheoretische Vorteile erkennen lassen, wird schnell klar, dass sich auch für das Mathematiklernen in der Grundschule wichtige Chancen durch den Einsatz der 3D-Druck Technologie ergeben. Diese nutzbar zu machen ist aus lerntheoretischer Sicht sowie aus Sicht der Implementierung digitaler Medien und Werkzeuge in den Mathematikunterricht wünschenswert. Im weiteren Beitrag werden dazu ausgewählte Settings zur Nutzung der 3D-Drucktechnologie im Mathematikunterricht der Grundschule vorgestellt und vor dem vorgestellten theoretischen Hintergrund diskutiert.

3. Konkretisierung ausgewählter Settings

3.1 Nutzungsszenarien der 3D-Druck Technologie

Grundsätzlich lassen sich vier Nutzungsszenarien der 3D-Druck Technologie unterschieden (Dilling et al. 2021).

1. *Replikation:* Die Lehrperson entwickelt aus Kosten- oder Verfügbarkeitsgründen Anschauungs- und Arbeitsmittel.
2. *Innovation, Differenzierung:* Die Lehrperson entwickelt und erstellt mittels 3D-Druck neue Anschauungs- und Arbeitsmittel für den Unterricht.
3. *Begriffsbildung:* Schülerinnen und Schüler produzieren eigenständig Anschauungs- und Arbeitsmittel. Die mathematischen Eigenschaften der Objekte werden im Designprozess erfahrbar.

4. *Konstruktion & Argumentation:* Die eigenständige Entwicklung von 3D-Objekten schafft Anlässe für mathematische Aushandlungsprozesse.

Im Folgenden werden ausgewählte Settings skizziert, bei denen die 3D-Druck Technologie einen Beitrag zur Entwicklung eines empirischen Settings genutzt werden kann.

3.2 Entwicklung und Herstellung von Anschauungs- und Arbeitsmitteln

Der Einsatz empirischer Objekte im Mathematikunterricht erfolgt häufig durch den Einsatz von Arbeits- und Anschauungsmitteln. Darunter fallen zum Beispiel Wendeplättchen, Rechenschiffchen, das Zehnersystemmaterial usw.. Ein Setting, bei dem solche Arbeits- und Anschauungsmittel eingesetzt werden, kann als empirisches Setting bezeichnet werden, wenn diese darin „eine tragende Rolle" spielen (vgl. Dilling, 2020). Bei einem gezielten Einsatz entsprechender Materialien können dann günstige Bedingungen dafür geschaffen werden, dass Schülerinnen und Schüler ihr Wissen an diese empirischen Objekte binden und so der empirischen Auffassung der Schülerinnen und Schüler begegnet werden.

Die Nutzung der 3D-Druck Technologie eröffnet neue Möglichkeiten zur Entwicklung und Herstellung von Arbeits- und Anschauungsmitteln. Besondere Chancen werden dabei darin erkannt, wenn Schülerinnen und Schüler am Entwicklungs- und Konstruktionsprozess beteiligt werden. Abbildung 1 zeigt eine Auswahl selbst erstellter Arbeits- und Anschauungsmittel. Es lässt sich leicht erkennen, dass hier zum Teil nur geringfügige Änderungen zu bestehenden oder auf dem Markt erhältlichen Arbeitsmittel vorgenommen wurden. In der Praxis sind es jedoch zum Teil gerade diese Feinheiten, die für einen gezielten und sinnvollen Einsatz zur Wissensentwicklung in empirischen Settings wesentlich sind.

Herkömmliche Arbeitsmittel, die zum Aufbau von Zahlvorstellungen und Zahlbeziehungen erhältlich sind, werden in Zahlenraum bis zur Zehn, bis zur Zwanzig und anschließend bis zur Hundert angeboten. Insbesondere für Schülerinnen und Schüler mit einem erhöhten Unterstützungsbedarf können diese Schritte jedoch besonders herausfordernd sein. Eine Anpassung der Arbeitsmittel auf kleinere und flexibel darstellbare Zahlenräume und Strukturierungseinheiten können diesen individuellen Voraussetzungen dienlich sein. Die Erweiterung der Idee des 20er-Schiffchens (vgl. Abb. 1) ermöglicht hier eine sukzessive Erweiterung strukturierter Zahldarstellungen ausgehend von einer 5er bzw. 10er-Struktur bis hin zum Hunderterraum. Die Konzeption des Arbeitsmittels lässt darüber hinaus auch die Erschließung von Zahlenräumen über den Hunderter hinaus zu. Die einzelnen Platten können beliebig durch Anstecken weiterer Platten erweitert werden. Eine ähnliche Veränderung lässt sich bei der Entwicklung der individuellen Anpassung des 10er-Systemmaterials erkennen. Neben der Zehnerbündelung wird hier extensiv die Fünferbündelung als weitere Strukturierungshilfe genutzt. Darüber hinaus wurde bewusst auf die Einkerbungen für jeden Einer verzichtet. Zur Bestimmung einer dargestellten Zahl ist dann ein zählender Vorgang nicht mehr ohne weiteres möglich. Die Nutzung von Zahlbeziehungen rückt in den Fokus (vgl. Abb. 1). Ein weiterer Bereich, für den die 3D-Druck Technologie besonders günstige Voraussetzungen zur Bereitstellung empirischer Settings darstellen kann, ist der Themenbereich Zufall und Wahrscheinlichkeiten. Das Design von Zufallsgeräten kann dann zum wesentlichen Aushandlungsprozess von Schülerinnen und Schülern werden. Wird das Zufallsgerät dann mit Hilfe der 3D-Druck Technologie unter hoher Präzision gedruckt, so lassen sich dadurch günstige Bedingungen hinsichtlich der physikalischen Eigenschaften der Zufallsgeräte erreichen, wie sie durch Erstellung mit Tonpapier, Pappe, Fimo oder Knete nicht erwartbar sind (vgl. Abb. 1).

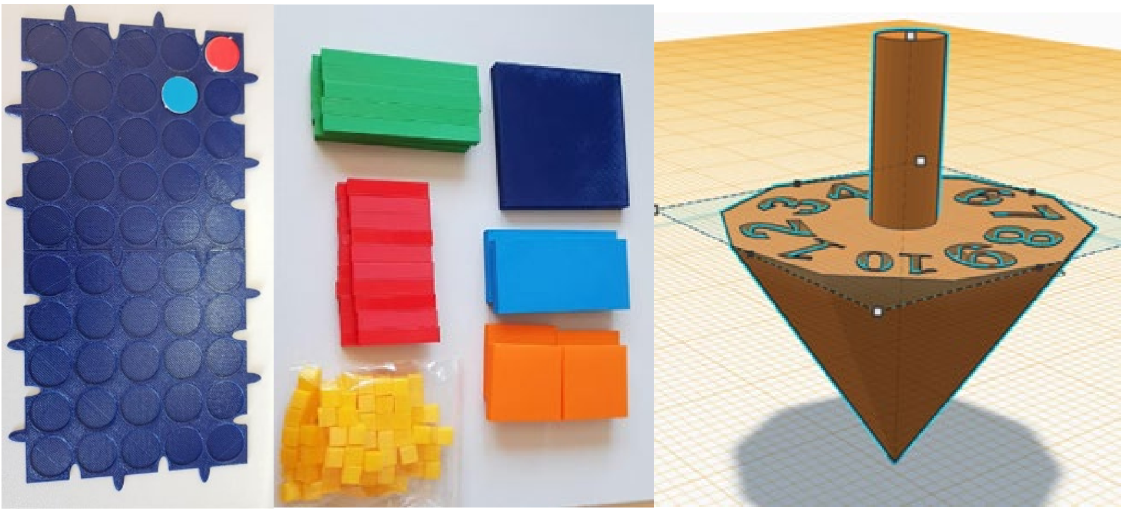


Abbildung 1: Auswahl von selbst erstellten Arbeits- und Anschauungsmitteln: Erweiterung des 20er-Schiffchens (links), individuelle Anpassung des 10er-Systemmaterials (Mitte), Entwicklung von Zufallsgeräten (rechts)

3.3 Die Entwicklung des Maßstabsbegriffs unter Nutzung der 3D-Druck Technologie - Eigenständige mathematische Aushandlungsprozesse initiieren

Die verkleinerte (maßstabsgetreue) Abbildung von Möbeln aus dem Klassenraum stellt ein chancenreiches Lernangebot für Schülerinnen und Schüler der Grundschule bereit, welches durch die Nutzung der 3D-Druck Technologie neue Möglichkeiten eröffnet. Für den Maßstabsbegriff im Mathematikunterricht der Grundschule konnte aufgezeigt werden, dass ein günstiger Ausgangspunkt zur Wissensentwicklung zu Maßstäben von Schülerinnen und Schülern der Grundschule die intuitive Nutzung geometrischer Ähnlichkeiten sein kann (Schneider, erscheint 2023). Der Ausgangspunkt zur Konstruktion einer Theorie über Maßstäbe durch die Schülerinnen und Schüler sind Seherfahrungen, wie sie Schülerinnen und Schüler bereits spätestens seit der ersten Klasse nutzen. Wird zum Beispiel die Schreibspur eines Buchstabens in der ersten Klasse eingeführt und geübt, so ist das Ziel, dass dieser Buchstabe möglichst genau durch die Schülerinnen und Schüler auf einem Blatt oder in ihrem Heft abgebildet wird. Je ähnlicher der durch die Schülerinnen und Schüler geschriebene Buchstabe der Ausgangsfigur ist, desto besser wird das Ergebnis bewertet. Die Ähnlichkeit der Buchstaben gilt dann nicht nur im umgangssprachlichen Sinne, sondern gleichermaßen aus mathematischer Sicht. Solche geometrischen Ähnlichkeiten lassen sich zum Beispiel durch eine zentrische Streckung beschreiben (ebd.). Im Rahmen einer empirischen Untersuchung zu Wissensentwicklungsprozessen in empirischen Settings von Schülerinnen und Schülern der Grundschule konnte rekonstruiert werden, dass Schülerinnen und Schüler diese geometrischen Ähnlichkeiten nutzen, um eine empirische Theorie zu Maßstäben zu konstruieren (ebd.). Innerhalb dieser Theorie werden die Möbel aus dem Klassenraum als geometrische Figuren wahrgenommen und die Längenverhältnisse dieser Figuren auf verkleinerte Figuren abgebildet. Eine arithmetische Bestimmung der benötigten Längen kann dann sinnvoller Weise im Lernprozess folgen (ebd.).

3.2 Zum Einsatz der 3D-Druck Technologie: 3D-Druck Stifte

Zur Erstellung der verkleinerten Möbelstücke kann sowohl der Einsatz von 3D-Druck Stiften als auch der Einsatz eines 3D-Druckgeräts in Verbindung mit einem einfachen CAD-Programm (wie zum Beispiel TinkerCad) genutzt werden. Vor dem Hintergrund der hier skizzierten Ergebnisse zur Wissensentwicklung zum Maßstabsbegriff in einem empirischen Setting, sollte das Setting die intuitive Nutzung geometrischer Ähnlichkeiten von Schülerinnen und Schülern der Grundschule ermöglichen. Unterschiedliche Erprobungen haben gezeigt, dass ein günstiger Ausgangspunkt dazu die Nutzung der 3D-Druck Stifte sein kann. Nach einer kurzen Einführung zur Funktionsweise der Stifte und einer Phase zum Testen und Ausprobieren der den Schülerinnen und Schülern bislang unbekannten Stifte, erhielten sie den Auftrag mit Hilfe des 3D-Druck Stiftes Tische und Stühle aus dem Klassenraum im Maßstab 1:20 zu erstellen. Es zeigte sich, dass die Schülerinnen und Schüler nur selten Schwierigkeiten im Umgang mit den 3D-Druck Stiften hatten, die in der Regel nach einer kurzen Übungsphase behoben werden konnten.

Abbildung 2: Nutzung geometrischer Ähnlichkeiten

Intuitiv nutzten die Schülerinnen und Schüler ihre Seherfahrungen zu ähnlichen Figuren und erstellen mit dem 3D-Druck Stift haptische Modelle in Form verkleinerter Möbelstücke aus dem Klassenraum.

Solche geometrischen Ähnlichkeiten wurden zum Beispiel zwischen einer Tischplatte und der Oberfläche einer Verpackung von Füllerpatronen erkannt (Abb. 2, links). Mit Hilfe des 3D-Druck Stiftes konnte die Form der Patronenpackung als Vorlage dienen und unmittelbar auf der Patronenpackung das 3D-Modell konstruiert werden. Da das Filament besonders schnell aushärtet, konnte das 3D-Modell unmittelbar nach der Fertigstellung von der Patronenpackung heruntergenommen werden.

Die Nutzung geometrischer Ähnlichkeiten ließ sich jedoch auch während des Konstruktionsprozesses eines 3D-Modells bei den Schülerinnen und Schülern beobachten. Ohne Nutzung einer konkreten Vorlage wurden intuitiv Längen und Längenverhältnisse einer Tischplatte angenommen und auf deren Basis verkleinerte Modelle entwickelt, die sich durch eine hohe geometrische Ähnlichkeit zur originalen Tischplatte auszeichneten. In der zugehörigen Szene lässt sich erkennen, wie ein Schüler mit dem 3D-Druck Stift langsam beginnt eine gerade Linie zu ziehen. Als diese Linie eine gewisse Länge erreicht hat, führt er den 3D-Druck Stift in einer anderen Richtung weiter, sodass die Linie im Winkel von ca. 90° entsteht (vgl. Abb. 2, rechts). Im Anschluss lag den Schülerinnen und Schülern jeweils ein verkleinertes Modell einer Tischplatte als haptisches Modell vor, welches unmittelbar für die Schülerinnen und Schülern zugänglich ist und zur weiteren Konstruktion eines verkleinerten Tisches herangezogen wurde. Es soll an dieser Stelle nicht verschwiegen werden, dass ein Abzeichnen der Patronenpackung mit einem Bleistift auf ein Blatt Papier ebenfalls zu einer verkleinerten Abbildung unter intuitiver Nutzung geometrischer Ähnlichkeiten denkbar ist. Die Nutzung der 3D-Druck Stifte ermöglicht es jedoch die Modelle unmittelbar nach der Konstruktion zu nutzen, zu erweitern oder zu verändern. Daraus ergeben sich sowohl aus lerntheoretischer als auch aus organisatorischer Sicht Vorteile. Eine alternative Möglichkeit wäre es, das mit Bleistift abgezeichnete Modell auszuschneiden und es dann zur Weiterarbeit im Setting zu verwenden. Änderungen können dann jedoch nur noch vorgenommen werden, in dem das Modell verkleinert wird, indem eine oder mehrere Kanten des Modells mit der Schere abgeschnitten werden. Die Nutzung der 3D-Druck Stifte ermöglicht eine sukzessive Veränderung des 3D-gedruckten Modells. Darüber hinaus ist die vorgenommene Veränderung unmittelbar für die Schülerinnen und Schüler wahrnehmbar und ermöglicht einen direkten Vergleich mit dem Ausgangsobjekt. Ein verkleinertes Modell kann dann so lange verändert werden, bis es aus Sicht der Schülerinnen ausreichend ähnlich zur Ausgangsfigur ist. An dieser Stelle sei angemerkt, dass es insbesondere bei dünnen Modellen problemlos möglich ist, das Modell mit einer Schere zu bearbeiten und somit auch zu verkleinern.

Mit Blick auf die intuitive Nutzung geometrische Ähnlichkeiten sowie die herausgestellten lerntheoretischen Vorteile der unmittelbaren Zugänglichkeit und physikalischen Repräsentation empirischer Objekte für Schülerinnen und Schüler der Grundschule in empirischen Settings, lässt sich darin ein erster, wesentlicher Vorteil der Nutzung der 3D-Druck Stifte erkennen. Ein weiterer wichtiger Vorteil liegt darin, dass die Nutzung der 3D-Druck Stifte darüber hinaus die Erstellung dreidimensionaler Objekte ermöglicht. Das bedeutet, dass die in den verkleinerten Objekten abgebildeten Verhältnisse auch in der Höhe der Möbelstücke im Vergleich zur Breite und Tiefe erkannt und übertragen werden können. Die so konstruierten 3D-Modelle härten unmittelbar aus und können im Anschluss genutzt werden, um sie mit Ergebnissen anderer Schülerinnen und Schüler zu vergleichen oder direkte Vergleiche mit den originalen Möbelstücken anzustellen. Das zum Druck verwendete Material zeichnet sich durch eine hohe Stabilität aus, sodass eine intensive Nutzung der Modelle zur Argumentation, zum Vergleich oder weiteren mathematischen Handlungen bereits unmittelbar nach der Konstruktion möglich wird (vgl. Abb. 3).

3.3 Zum Einsatz der 3D-Druck Technologie: 3D-Druckgerät

Eine weitere Möglichkeit zur Konstruktion und zum Druck verkleinerter Möbelstücke aus dem Klassenraum ist die Nutzung eines 3D-Druck Geräts in Verbindung mit einem einfachen CAD-Programm (z.B. TinkerCad). Die Konstruktion eines verkleinerten Modells beginnt dann mit der Erstellung eines virtuellen 3D-Modells. Die Erfahrung zeigt, dass die Nutzung eines einfachen CAD-Programms auch für junge Schülerinnen und Schüler in der Regel unproblematisch möglich ist. Solche Programme lassen direkte Modellierungen zu, bei denen eine Auswahl von Körpern oder Objekten vorgegeben wird, die per drag and drop auf eine Arbeitsfläche gezogen, verändert, gedreht und kombiniert werden können. Die Größe der Objekte kann dann entweder mit Hilfe des Cursors oder über eine direkte Angabe der angestrebten Länge auf die gewünschten Maße angepasst werden (vgl. Abb. 3). So können Modelle zunächst virtuell erstellt und im Anschluss mit Hilfe des 3D-Druckgeräts ausgedruckt werden. Aus lerntheoretischer Sicht ergibt sich aus der Vorgehensweise zur Entwicklung eines virtuellen Modells jedoch ein wesentlicher Unterschied zum Einsatz des 3D-Druck Stiftes. Es ist wichtig zu verstehen, dass der intuitive Vergleich geometrischer Ähnlichkeiten innerhalb des CAD-Programmes nicht vorgenommen werden kann. Die Größe des virtuellen Modells auf dem Bildschirm entspricht nicht notwendiger Weise auch der Größe des Modells nach dem Druck (auch dann nicht, wenn die Größe aus dem CAD-Programm für den Druck übernommen wird). Darüber hinaus sind CAD-Programme sinnvoller Weise mit einer Zoom-Funktion ausgestattet, die zur Konstruktion von Modellen aus verschiedenen Gründen günstig ist. Zur Konstruktion eines virtuellen 3D-Modells ist es dementsprechend notwendig die benötigten Längen des verkleinerten Modells im Vorfeld arithmetisch zu bestimmen und diese zur Konstruktion des virtuellen Modells anzunehmen. Wie oben ausgeführt wurde, erscheint die arithmetische Bestimmung von Längen der verkleinerten Modelle sinnvoll, wenn dies als Erweiterung der Erfahrungen zu maßstabsgetreuen Abbildungen dienen kann, wie sie zum Beispiel durch den intuitiven Vergleich geometrischer Figuren gemacht werden können.

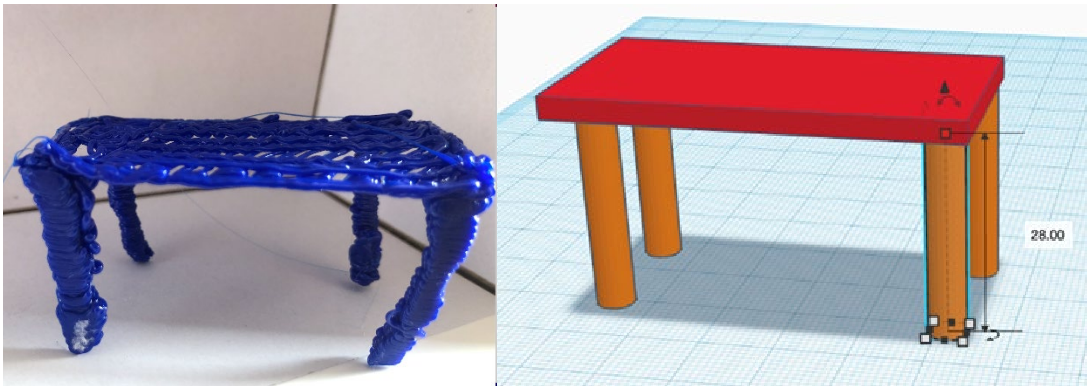


Abbildung 3: Verkleinerte Tischmodelle: 3D-Druck-Stift (links) und virtuell in TinkerCad (rechts)

4. Fazit

Die Bereitstellung empirischer Settings begegnet der empirischen Auffassung von Schülerinnen und Schülern der Grundschule und kann günstige Voraussetzung zur Entwicklung tragfähigen mathematischen Wissens schaffen. Insbesondere für mathematische Wissensentwicklungsprozesse von Schülerinnen und Schülern der Grundschule ergeben sich aus lerntheoretischer Sicht Vorteile durch eine physikalische Repräsentation und die unmittelbare Zugänglichkeit empirischer Objekte. Die 3D-Druck Technologie stellt eine zentrale Chance zur Entwicklung, Herstellung und Bereitstellung solcher empirischer Objekte dar. Diese reichen von der individuellen Entwicklung und Bereitstellung von Anschauungs- und Arbeitsmitteln durch Lehrpersonen über die Beteiligung am Design durch die Schülerinnen und Schüler bis hin zur eigenständigen Entwicklung empirischer Objekte. Die Nutzung der 3D-Druck Technologie allein ist jedoch keine ausreichende Voraussetzung um die lerntheoretischen Vorteile, die sich aus dem gezielten Einsatz empirischer Objekte für mathematische Wissensentwicklungsprozesse im Mathematikunterricht der Grundschule ergeben, nutzbar zu machen. Hier bedarf es stets einer fachdidaktischen Reflexion hinsichtlich der Entwicklung des Settings sowie dem zu erwartenden Nutzen der 3D-Druck Technologie. Es lässt sich damit festhalten, dass die 3D-Druck Technologie auf unterschiedliche Weise sinnvoll in den Mathematikunterricht der Grundschule implementiert werden kann, dass der Einsatz der Technologie allein jedoch keine hinreichende Bedingung zur Nutzung ihrer Potenziale sein kann. Vielmehr gilt es, die Technologie in tragfähige didaktische Konzepte einzubinden und den Einsatz stets vor dem fachdidaktischen Hintergrund kritisch zu reflektieren.

Literatur:

Burscheid, H. J., & Struve, H. (2020). Mathematikdidaktik in Rekonstruktionen. Band 1: Grundlegung von Unterrichtsinhalten. (2. Aufl.). Wiesbaden: Springer Fachmedien.

Dilling, F., Marx, B., Pielsticker, F., Vogler, A., & Witzke, I. (2021). Praxishandbuch 3D-Druck im Mathematikunterricht: Einführung und Unterrichtsentwürfe für die Sekundarstufen I und II. Münster New York: Waxmann.

Dilling, F. (2022). Begründungsprozesse im Kontext von (digitalen) Medien im Mathematikunterricht. Wissensentwicklung auf der Grundlage empirischer Settings. Wiesbaden: Springer Spektrum.

Krauthausen, G., & Scherer, P. (2011). Einführung in die Mathematikdidaktik (3. Aufl., 4. Nachdr). Heidelberg: Spektrum Akademischer Verl.

Pielsticker, F. (2020). Mathematische Wissensentwicklungsprozesse von Schülerinnen und Schülern. Fallstudien zu empirisch-orientiertem Mathematikunterricht mit 3D-Druck. Wiesbaden: Springer Fachmedien.

Schneider, R. (erscheint 2023): Komparative Fallanalysen zur Spezifität von Wissensentwicklungsprozessen in empirischen Settings im Mathematikunterricht der Grundschule.

Schoenfeld, A. H. (1985). Mathematical Problem Solving. Orlando - San Diego - New York - London - Toronto - Montreal - Sydney - Tokyo: Academic Press.

Schwarzkopf, R. (2006). Elementares Modellieren in der Grundschule. In Realitätsnaher Mathematikunterricht vom Fach aus für die Praxis (S. 95–105). Hildesheim: Franzbecker.

Winter, H. (1992). Sachrechnen in der Grundschule. Problematik des Sachrechnens, Funktionen des Rechnens, Unterrichtsprojekte. Bielefeld: Cornelsen-Velhagen u. Klasing.

Witzke, I. (2009). Die Entwicklung des Leibnizschen Calculus. Eine Fallstudie zur Theorieentwicklung in der Mathematik. Hildesheim: Franzbecker.

Simeon Schwob[1] & Paul Gudladt[2]

[1]Westfälische Wilhelms-Universität Münster, simeon.schwob@wwu.de
[2]Carl von Ossietzky Universität Oldenburg, paul.gudladt1@uol.de

Nutzung von GeoGebra Applets in Online-Diagnose und Fördersitzungen

Anhand eines ausgewählten Fallbeispiels werden Potenziale und Grenzen eines entwickelten GeoGebra Applets zu Anteilsvorstellungen von Brüchen rekonstruiert. Die Lernenden kollaborieren im vorliegenden Fallbeispiel via Online-Meeting-Tool. Der Artikel fokussiert die fachdidaktischen Konzepte wie beispielsweise „communication of technology" und „multiple external representations", die in der Entwicklung genutzt und in der Durchführung sichtbar werden.

1. Einleitung

Im Rahmen der LernWerkstatt Elementarmathematik an der Carl von Ossietzky Universität Oldenburg werden curricular verankerte Diagnose- und Förderseminare durch alle Studierenden der Elementarmathematik besucht. Bedingt durch die Corona-Pandemie wurden diese digital via Online-Meeting-Tools durchgeführt. Studierende betreuen in Kleingruppen Lernende der fünf Partnerschulen und führen wöchentliche Diagnose- und Fördersitzungen mit allen Lernenden aus ausgewählten Klassen durch. Auch in den aktuellen Durchgängen wird auf die digitale Durchführung weiter zurückgegriffen, da in den Evaluationen der zurückliegenden Jahrgänge organisatorische und methodische Potenziale identifiziert werden konnten: Die wegfallende Anfahrt zu Schule bzw. Universität wird von den Partnerschulen als Vorteil benannt. Das Kooperationsprojekt zwischen Schulen und Hochschule wird durch die EWE-Stiftung unterstützt, insbesondere indem die Schulen technische Ausstattung für die Teilnahme an den Online-Meetings zur Verfügung gestellt bekommen.

Der vorliegende Artikel behandelt eine exemplarische Szene aus einer Sitzung, in der die Lernenden mit Hilfe eines entwickelten GeoGebra-Applets das Erweitern von Brüchen erkunden. Bezüglich der Entwicklung von digitalen Lernumgebungen existieren etablierte fachdidaktische Konzepte. Für das vorliegende Applet sind vordergründig *communication of technology* (Drijvers et al., 2016) und *multiple external representations* (Ainsworth, 1999; Ladel & Kortenkamp, 2016) genutzt worden.

Im Artikel werden die skizzierten fachdidaktischen Theorien vorgestellt. Mittels der interpretativen Analyse einer Szene, in der das Applet verwendet wird, werden Potenziale und Grenzen für den Einsatz des Applets identifiziert.

2. Theoretischer Hintergrund

Zur Verortung der Besonderheiten von digital stattfindenden Diagnose- und Förder-Meetings erfolgt zunächst eine theoretische Einordnung von Lernen und Kommunikation mit Hilfe digitaler Medien, bevor Diagnose- und Förderumgebungen aus mathematikdidaktischer Sicht dargestellt werden. Abschließend erfolgt die Darstellung von Potenzialen in der Nutzung von GeoGebra Applets aus fachdidaktischer Sicht.

Grundlage für sämtliche Lernprozesse ist die Interaktion zwischen den beteiligten Lernenden und Lehrenden, da „die an der Interaktion beteiligten Personen die mathematischen Objekte und Beziehungen erst in der Interaktion herstellen und dadurch erst die Bedeutungen innerhalb der [konzipierten] Lernumgebungen konstituieren" (Nührenbörger & Schwarzkopf, 2019, S. 19). Daher ist es notwendig die Besonderheiten der Kommunikation und Interaktion der Beteiligten zu fokussieren (Voigt, 1984).

Drijvers et al. (2016) fokussieren die Rolle von digitalen Medien in der Kommunikation: Werden digitale Medien genutzt, wie beispielsweise die Visualisierung von Inhalten mittels Beamer oder das Nutzen von der Fotofunktion von Tablets zur Dokumentation von Lösungswegen, so liegt eine *Communication through Technology* vor. Wird die Interkation der beteiligten Lernenden durch einen Output bzw. Feedback des digitalen Mediums beeinflusst, wie beispielsweise die Anzeige einer Berechnung oder die Rückmeldung über die Korrektheit einer Eingabe, so liegt eine *Communication of Technology* vor.

Im Rahmen der Nutzung von GeoGebra Applets besteht das Potenzial sowohl Communication through als auch Communication of Technology im Design zu implementieren. Hierbei ist aus fachdidaktischer Sicht insbesondere die Nutzung von Multiple External Representations (kurz: MERs; Ainsworth, 1999) vielversprechend, da mittels der digitalen Medien bei virtuellen Arbeits- und Anschauungsmitteln enaktive, ikonische und symbolische Repräsentationsformen vernetzt werden können (Ladel & Kortenkamp, 2016). So kann beispielsweise die Vernetzung von ikonischer und symbolischer Darstellungsebene durch Synchronität der Repräsentationsformen im virtuellen Zwanzigerfeld die Lernenden bei Erkundungen kognitiv entlasten (Walter, 2018).

Im vorgestellten Projekt werden diese theoretischen Konzepte genutzt, um mathematische Lernumgebungen für Diagnose- und Fördersettings zu entwickeln, durchzuführen und auszuwerten. Hierbei wird der von Krauthausen (2012) geforderte „Primat der Didaktik" (S. 3) bezogen auf den Einsatz digitaler Medien beachtet. Bei der Entwicklung der Diagnose- und Förderumgebungen werden vor allem implizite Formen berücksichtigt:

> Die Diagnose von Lernfortschritten und die anschließende Förderung sind genuine Teile der Lehrertätigkeit und finden im Unterricht fortlau-

> fend und selbstverständlich statt. Diese impliziten Formen von Diagnose und Förderung sind für die Lernfortschritte der Kinder um vieles effektiver als von außen kommende explizite Tests und Diagnosebögen (Wittmann, 2010, S. 77).

Diese impliziten Formen von Diagnosen werden im Projekt von den Studierenden in der Form von selbst konzipierten diagnostischen Interviews und Fehleranalysen als Lernprozessdiagnosen fortlaufend entwickelt und durchgeführt. Zur Beurteilung der genutzten Aufgaben werden die Kriterien für geeignete Diagnoseaufgaben nach Moser Opitz (2009) und Prediger, Hußmann und Leuders (2007) genutzt: Aufgaben sollen stets nur den Lernenden bekannte Darstellungsmittel nutzen (Moser Opitz, 2009). Mittels einer Diagnoseaufgabe werden nur einzelne Kompetenzaspekte fokussiert (Prediger et al., 2007). Eine hinreichende Öffnung von Aufgaben soll die Bearbeitung auf verschiedenen Niveaustufen ermöglichen (ebd.). Die Aufgabenstellung soll die Lernenden zur Eigenproduktion anregen, sodass eine Einsicht in den Lösungsweg möglich wird (ebd.).

3. Methode

Die im vorliegenden Artikel betrachtete Lernumgebung wurde im Rahmen des beschriebenen Projekts mit drei Paaren von Sechstklässlerinnen durchgeführt. Die vorliegende Erhebung zur Nutzung des entwickelten Applets bildet den ersten Zyklus im Sinne des Design Researchs (Nührenbörger et al., 2019). Die Lernenden sind während der Durchführung zusammen mit den Interviewenden in einem Online-Meeting, welches via BigBlueButton (BBB) durchgeführt wird. Die beteiligten haben dabei jeweils ein eigenes Tablet inklusive Kopfhörer und Eingabestift zur Verfügung. In BBB stehen den Beteiligten verschiedene Funktionen zum Austausch zur Verfügung: Die Lernenden haben sowohl die Kamera als auch den Ton aktiviert. Alle Teilnehmenden sehen und hören sich so im Meeting-Raum und können mit Hilfe der verschiedenen Werkzeuge auf einem geteilten Whiteboard sowohl handschriftliche Kommentare mit einem Tabletstift als auch schriftliche Kommentare via Tastatur einfügen. Weiterhin können die Teilnehmenden die Undo-Redo-Funktion nutzen, um eigene Kommentare wieder zu löschen. Eine weitere Funktion ermöglicht es, alle eigenen Kommentare per Klick zu entfernen. Darüber hinaus können alle Teilnehmenden sehen, an welcher Stelle der Cursor der anderen Teilnehmenden auf dem interaktiven Whiteboard positioniert ist. Sofern das GeoGebra Applet genutzt wird, teilt eine der beteiligten Personen ihren Bildschirm, sodass die anderen etwaige Änderungen verfolgen können.

Den beteiligten Lernenden wurde von ihrer Lehrerin ein Förderbedarf im Bereich der Bruchrechnung attestiert. Auf Basis dieser Vorabinformationen wurde unter Berücksichtigung der beschriebenen theoretischen Überlegungen eine Umgebung entwickelt, in der die Lernenden mittels GeoGebra Applet verschiedene Operationen mit Brüchen durchführen sollten (Abb. 1).

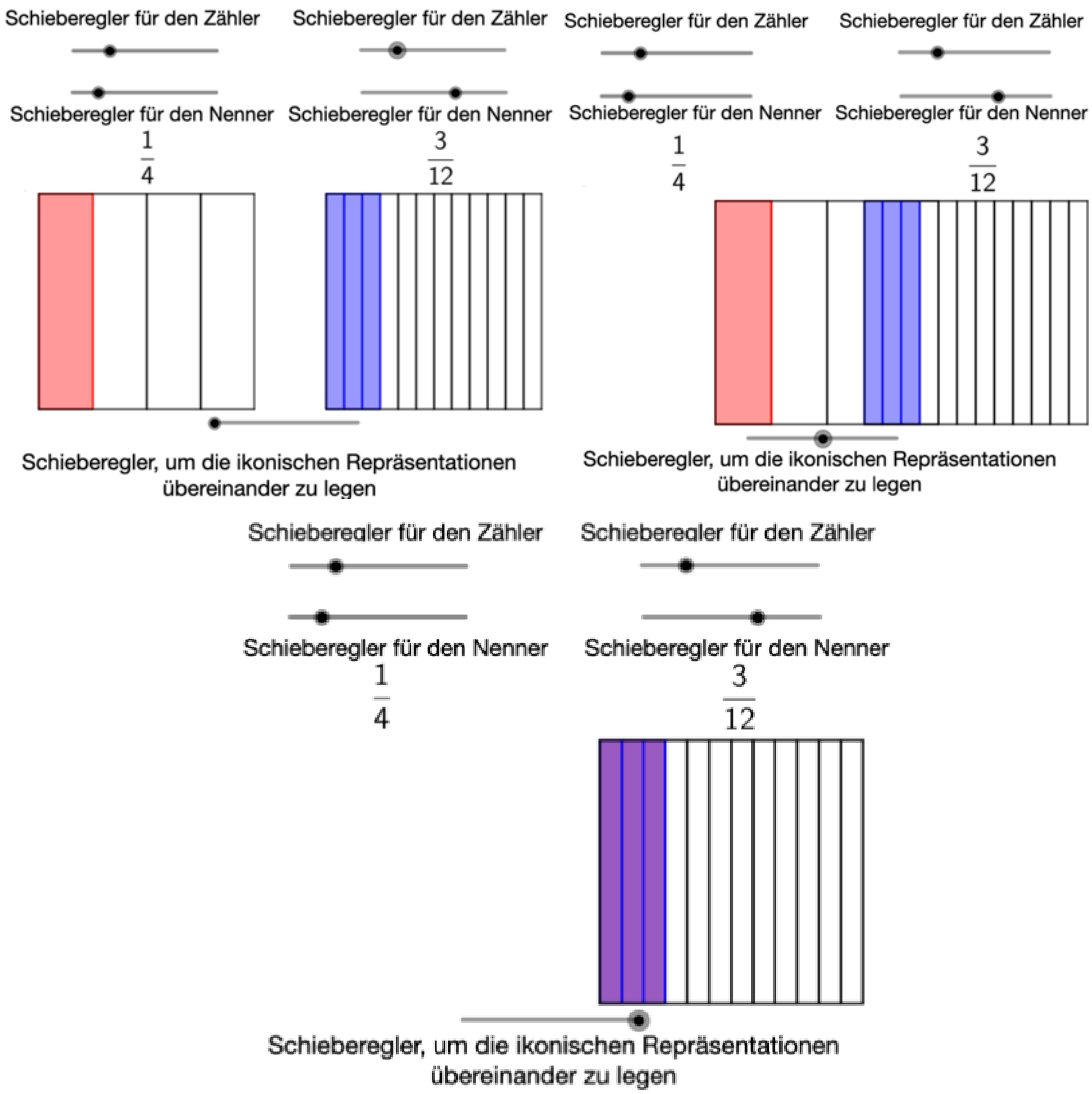


Abbildung 1: Beispielaufgabe mit Schiebereglern im GeoGebra Applet

Neben der symbolischen Darstellung werden auch ikonische (Bruchstreifen) und virtuell-enaktive (Schieberegler) Elemente angeboten. Die virtuelle Enaktivität beschränkt sich auf die Verwendung von Schiebereglern zur Manipulation der ikonischen oder symbolischen Darstellung. So können beispielsweise Zähler und Nenner eines Bruchs angepasst werden, simultan ändert sich die Unterteilung der ikonischen Darstellung. Als zusätzliche Hilfestellung können die Lernenden einen weiteren Schieberegler freischalten, mit dem sie die ikonischen Darstellungen von Brüchen übereinanderlegen können (Abb. 1).

Da die (enaktive) Veränderung der symbolischen Repräsentation auch die ikonische Repräsentation anpasst, kann das entwickelte GeoGebra-Applet als MER (Ainsworth, 1999) eingestuft werden. Die Lernenden können verschiedene Phänomene selbst erzeugen (Eichler, 2019), indem sie Brüche und deren ikonische Repräsentation mit Hilfe der Schieberegler in schneller Folge einstellen und vergleichen. Dadurch wird potenziell eine Communication of Technology initiiert

(Drijvers et al., 2016): Die angezeigten Veränderungen der ikonischen Darstellungen können Ausgangspunkt für Gespräche zwischen den Schülerinnen bieten.

Nachfolgend wird ein Ausschnitt aus der Sitzung mit Andrea und Jessica (anonymisiert) betrachtet. Die beiden bearbeiten verschiedene Aufgaben im GeoGebra Applet. Sie sollen verschiedene Brüche mit der Wertigkeit $\frac{1}{4}$ erzeugen. Die Auswahl der Szene erfolgt über die Relevanz zur Fragestellung (Krummheuer, 1992). Zur Auswertung wird der Zugang der Interpretativen Forschung (Krummheuer & Brand, 2001; Voigt, 1984) genutzt. Um die Rezeption des Analyseprozesses zu erleichtern, werden nur bestätigte Interpretationen und die zugehörigen Turns dargestellt (Krummheuer & Brand, 2001).

In der Analyse werden insbesondere die fachdidaktischen Potenziale der eingesetzten Applets und deren Auswirkungen auf die Interaktion sowie etwaige Verbesserungsmöglichkeiten erörtert. Auf Basis dieser Analysen wird ein Ausblick für den Einsatz in der Schulpraxis gegeben.

4. Empirie

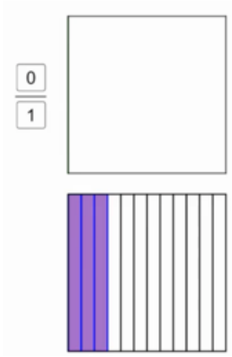
Bevor der vorliegende Ausschnitt beginnt, wurden die beiden Schülerinnen gebeten, die Schieberegler (Abb. 1) zu benutzen, um die Brüche $\frac{1}{4}$ und $\frac{3}{12}$ zu bilden. Andrea und Jessica haben diese Aufgabe erfolgreich gelöst. Gleichzeitig wurden den Schülerinnen die entsprechenden ikonischen Darstellungen im GeoGebra Applet angezeigt (Abb. 1). Die beiden Schülerinnen nutzten außerdem die Möglichkeit, die beiden Darstellungen mit Hilfe des unteren Schiebereglers zu überlagern (Abb. 1).

Das Transkript beginnt in dem Moment, in dem die Schülerinnen durch das GeoGebra Applet aufgefordert werden, ihre Beobachtung zu beschreiben:

12	J	*(liest die Aufgabe:)* Was habt ihr beobachtet‘ ehm also wir haben zwölf Teile drei davon sind markiert und ehm auf dem Viertel hatten wir vier Teile, aber einer war markiert. Wenn du sie übereinanderlegst, sind drei ehm drei Zwölftel ehm die drei genau so groß wie das ehm Viertel
13	I	Könnt ihr eure Vermutung bestätigen‘
14	A	Ja die gehören zusammen

Die beiden Lernenden beschreiben die unterschiedliche Unterteilung der beiden Rechtecke und stellen fest, dass in dem einen Rechteck drei von zwölf Teilen und in dem anderen einer von vier Teilen markiert wurden. Die zu Beginn angenommene Gleichheit der gegebenen Bruchdarstellung wird von den Schülerinnen bestätigt und begründet, indem sie die Möglichkeit nutzen, die beiden ikonischen Darstellungen mit Hilfe des Schiebereglers zu überlagern.

16 A *(liest die Aufgabe:)* Ohh interessant, glaubst du, dass es noch andere Brüche gibt, die zu einem Viertel und drei Zwölfteln gehören‘ gib deine Lösung in die leeren Felder rechts auf der Seite ein..



17 J ehm (5 sec)

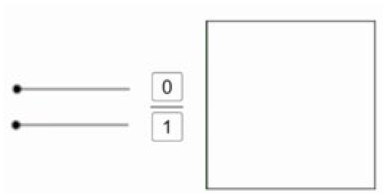
18 A Ich weiß ehm nein (5 sec)

19 J Das sind ja nur drei Zwölftel, ähm, ein Viertel ist etwas größer und passt deshalb in das drei Zwölftel rein

20 A Das heißt, dass das angemalte Feld muss (…) ich kann das nicht erklären

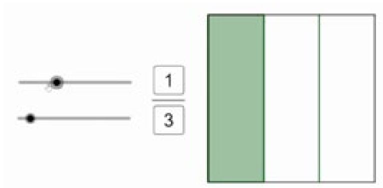
Zu Beginn der Aufgabe können die Schülerinnen ihre Lösungen nur in der symbolischen Schreibweise eingeben. Die Aufgabe, weitere Brüche anzugeben, die für $\frac{1}{4}$ und $\frac{3}{12}$ geeignet sind, kann von den Lernenden nicht auf der symbolischen Ebene bearbeitet werden. Jessica konzentriert sich auf die vorgegebene ikonische Darstellung aus der vorherigen Aufgabe, ohne sie explizit mit der neuen Aufgabe in Verbindung zu bringen. Andrea scheint die gegebene ikonische Darstellung mit der Aufgabe in Verbindung zu bringen. Leider bringt sie ihre Gedanken nicht zu Ende.

21 I Ihr könnt auf die Schaltfläche Hilfe klicken *(durch Anklicken erscheinen zwei Schieberegler neben dem oberen Rechteck)*

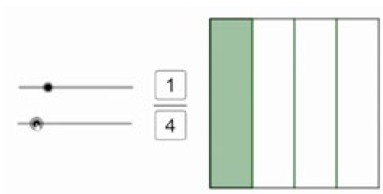


22 A Okay *(fängt an, den Schieberegler auf dem oberen Rechteck zu benutzen)* ah okay

23 J Ahh ein Drittel



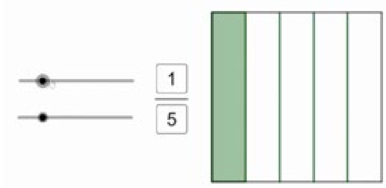
24 A Aber das ist ein wenig zu viel es muss ins andere passen. Wir hatten ein Viertel



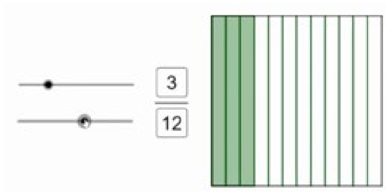
25 J Das geht auch nicht

26 A Doch

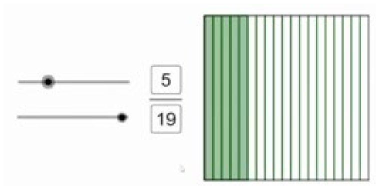
27 J *(benutzt den Schieberegler und erzeugt feinere Unterteilungen)* Ein Fünftel ist zu klein ja das geht wirklich nicht aber ich mache es kleiner... warte drei Zwölftel passen in drei Zwölftel



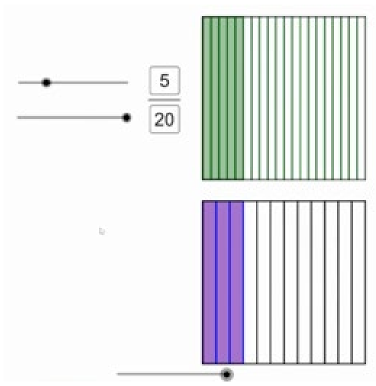
28 A Das stimmt aber mach weiter



29 J So fünf Neunzehntel, nee past auch nicht



30 A Wie wäre es mit fünf Zwanzigstel‘ Das passt



31 J Wir sind fertig

Sobald die Schieberegler als Unterstützung zur Verfügung stehen, können Andrea und Jessica aktiv werden. Sie probieren verschiedene Einstellungen aus. Sobald die Schieberegler eingestellt sind, wird die entsprechende symbolische Notation und ikonische Darstellung auf dem Arbeitsblatt bereitgestellt. Die beiden Lernenden vergleichen die generierte ikonische Darstellung mit der ständig verfügbaren Darstellung von $\frac{3}{12}$aus der vorherigen Aufgabe (z.B. Turn 16). Eine mathematische Systematik wird von den beiden nicht benannt, vielmehr beharren Andrea und Jessica auf dem Vergleich der ikonischen Darstellungen. Dennoch benutzen die beiden den Schieberegler, um eine immer feinere Teilung vorzunehmen und verbalisieren dies auch (Turn 27). Darüber hinaus fällt auf, dass Andrea und Jessica bei der Erhöhung der Anzahl der Unterteilungen durch den Schieberegler, der den Nenner beeinflusst, auch den Schieberegler für den Zähler auf eine größere Einstellung setzen, um wohlmöglich die markierte Fläche des Rechtecks möglichst passend zur gegebenen ikonischen Darstellung von $\frac{3}{12}$ zu halten. Ein rekonstruierbares zentrales Kriterium für die beiden Schülerinnen ist, dass die markierten Flächen in den ikonischen Darstellungen den gleichen Anteil am Rechteck einnehmen, so dass sie übereinander passen (Turn 29, 30). Auf diesem Weg finden die beiden eine Lösung der Aufgabe auf ikonischer Darstellungsebene und Jessica schließt die Bearbeitung ab (Turn 31).

32	I	Okay, könnt ihr kurz erklären, wie ihr zu eurer Lösung gekommen seid'
33	A	Wir haben überlegt, wie viel wir brauchen und wie klein die Teile sein müssen, damit sie in die drei Zwölftel passen.
34	J	Wir haben also die untere Zahl immer größer und damit die Zeilen kürzer gemacht, damit es passt

Auf die Aufforderung des Interviewers, ihr Lösungsverfahren zu beschreiben, formulieren Andrea und Jessica explizit das oben interpretativ rekonstruierte Verfahren. Durch Verstellen der Schieberegler wurden die generierten ikonischen Darstellungen so verändert, dass eine zur bereits vorgegebenen Unterteilung kongruent erscheinende Darstellung erzeugt wurde. In Turn 34 spricht Jessica explizit von größeren Zahlen, ohne sie verbal mit der Bruchdarstellung als Zähler und Nenner zu assoziieren.

35	I	Okay, könnt ihr kurz erklären, wie ihr zu einer Lösung ohne die Schiebregler kommen könnt?
36	J	ehm
37	A	Das kann ich nicht
38	J	Fünf Zwanzigstel muss etwas damit zu tun haben… Ich weiß nicht

Explizit nach einer möglichen Lösung gefragt, ohne sich auf die Schieberegler zu beziehen, weichen Andrea und Jessica aus. Jessica nennt zum ersten Mal den erzeugten Bruch $\frac{5}{20}$, setzt ihn aber nicht in Beziehung zu $\frac{1}{4}$ oder $\frac{3}{12}$.

5. Diskussion

In der Analyse zeigt sich, dass die bewusste Verwendung von MERs die beiden Lernenden dazu befähigt eine Lösung im Sinne der Aufgabe zu finden. Im Zusammenspiel zwischen enaktiver Manipulation der Schieberegler und beobachteten Auswirkungen auf die ikonische Repräsentation der Brüche findet eine Communication of Technology statt und wird eine Lösung für die beiden möglich. Eine Vernetzung mit der symbolischen Ebene findet nicht statt. Die Schieberegler nehmen eine zentrale Rolle im rekonstruierten Lösungsprozess von Andrea und Jessica ein und sind präsenter als die symbolischen Notationen, die ebenfalls auf dem GeoGebra Applet angeboten werden.

Auf Basis dieser Rekonstruktion muss aus fachdidaktischer Sicht hinterfragt werden, ob eine adäquate Vorstellung im Sinne der Grundvorstellung Brüche als Anteil (Padberg & Wartha, 2017) aktiviert werden kann. Im vorliegenden Beispiel scheinen vielmehr die in der ikonischen Darstellung farblich hervorgehobenen Rechtecke ohne Bezug zum Gesamtunterteilung gesehen zu werden. Der Vergleich verharrt also auf der Ebene des ikonischen Vergleichs der Repräsentationen der Zähler. Zwar betonen die beiden Lernenden die Manipulation der „untere[n] Zahl“ (Turn 34), eine explizite Berücksichtigung des Nenners als Vorgabe der Gesamtunterteilung ist aber durch die vorgegebene ikonische Darstellung nicht notwendig. Eine weniger starre Darstellung der Gesamtheit und der Anteile beispielsweise durch in der Breite und Höhe variierbarer Rechtecke oder anderer Formen wie bspw. des gängigen Kreismodells könnte dies aufbrechen. Dennoch hat die verwendete Darstellung als Rechteck Vorteile, da mit dieser die Bruchmultiplikation später besser veranschaulicht werden kann.

Die Lernumgebung als solches zielt auf die Erweiterung von Brüchen durch Verfeinern (Padberg & Wartha, 2017) ab. Das Verfeinern selbst findet im vorliegenden Transkript lediglich in Form der dynamischen Manipulation der Schieberegler statt. Potenziell sollte im Sinne von MERs die Möglichkeit fokussiert werden auch die Auswirkung der symbolischen Manipulation auf die ikonische Repräsentation auszunutzen. Dies könnte durch Aufgabenstellungen vorgegebenen werden, indem zu einem expliziten Vergleich von Manipulation der Schieberegler und Änderung der symbolischen Darstellung angeregt wird.

Bezogen auf den Einsatz von GeoGebra Applets für die Thematisierung von Grundvorstellungen zu Brüchen konnten Potenziale auch im Einsatz einer bewusst initiierten Communication of Technology aufgezeigt werden. GeoGebra ist frei zugänglich und kann mit verschiedenen Endgeräten genutzt werden, sodass die Lernenden mit eigenen oder von der Schule zur Verfügung gestellten Geräten in entwickelten Lernumgebungen arbeiten können unabhängig von einer kooperativen Lernumgebung im schulischen Setting oder aber einer Lernumgebung, die via Online-Meeting-Tool realisiert wird.

Im Sinne des Design Researchs (Nührenbörger et al., 2019) bedarf es weiterer Erhebungszyklen, um den langfristigen sinnstiftenden Einsatz des Applets in der schulischen Praxis wissenschaftlich zu begleiten. In zukünftigen Zyklen werden die ausgemachten Verbesserungsmöglichkeiten implementiert, bzw. in Schulungen der Interviewenden berücksichtigt.

Literatur:

Ainsworth, S. (1999). The functions of multiple representations, *Computers & Education*, 33 (2-3), 131–152. https://doi.org/10.1016/S0360-1315(99)00029-9

Drijvers, P., Ball L., Barzel, B., Heid, M.K., Cao, Y. & Maschietto, M. (2016). *Uses of Technology in Lower Secondary Mathematics Education*. Cham: Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-33666-4_1

Krauthausen, G. (2012). *Digitale Medien im Mathematikunterricht der Grundschule.* Wiesbaden: Springer Spektrum. https://doi.org/10.1007/978-3-8274-2277-4

Krummheuer, G. (1992). *Lernen mit »Format«: Elemente einer interaktionistischen Lerntheorie diskutiert an Beispielen mathematischen Unterrichts*. Weinheim: Deutscher Studien Verlag.

Krummheuer, G. & Brandt, B. (2001). *Paraphrase und Traduktion: Partizipationstheoretische Elemente einer Interaktionstheorie des Mathematiklernens in der Grundschule*. Weinheim: Beltz.

Ladel S., Kortenkamp U. (2016). Artifact-Centric Activity Theory: A Framework for the Analysis of the Design and Use of Virtual Manipulatives. In P. Moyer-Packenham (Ed), *International Perspectives on Teaching and Learning Mathematics with Virtual Manipulatives*. Cham: Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-32718-1_2

Moser Opitz, E. (2009). Rechenschwäche diagnostizieren: Umsetzung einer entwicklungs- und theoriegeleiteten Diagnostik. In A. Fritz, G. Ricken, & S. Schmidt (Hrsg.), *Rechenschwäche: Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie* (S. 286–307). Weinheim: Beltz.

Nührenbörger, M., Rösken-Winter, B., Link, M., Prediger, S., Steinweg, A.S. (2019). Design Science and Design Research: The Significance of a Subject-Specific Research Approach. In: Jahnke, H., Hefendehl-Hebeker, L. (Eds), *Traditions in German-Speaking Mathematics Education Research*. Cham: Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-11069-7_3

Nührenbörger, M. & Schwarzkopf, R. (2019). Argumentierendes Rechnen: Algebraische Lernchancen im Arithmetikunterricht der Grundschule. In B. Brandt & K. Tiedemann, *Mathematiklernen aus Interpretativer Perspektive I* (S. 15–36). Münster: Waxmann.

Padberg, F. & Wartha, S. (2017). *Didaktik der Bruchrechnung*. Wiesbaden: Springer Spektrum. https://doi.org/10.1007/978-3-662-52969-0

Prediger, S., Hußmann, S., & Leuders, T. (2007). *Schülerleistungen verstehen: Diagnose*. Praxis der Mathematik in der Schule, 49 (15), 3–12.

Voigt, J. (1984). *Interaktionsmuster und Routinen im Mathematikunterricht: Theoretische Grundlagen und mikroethnographische Falluntersuchungen*. Weinheim: Beltz.

Walter, D. (2018). *Nutzungsweisen bei der Verwendung von Tablet-Apps: Eine Untersuchung bei zählend rechnenden Lernenden zu Beginn des zweiten Schuljahrs*. Wiesbaden: Springer Spektrum. https://doi.org/10.1007/978-3-658-19067-5

Wittmann, E. Ch. (2010). Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht der Grundschule – vom Fach aus. In P. Hanke, G. Möwes-Butschko, A. K. Hein, D. Berntzen, & A. Thieltges (Hrsg.), *Anspruchsvolles Fördern in der Grundschule* (S. 63–78). Münster: Waxmann.

Transkriptionslegende

Die nachfolgenden Transkriptionsregeln sind in Anlehnung nach Voigt (1984) genutzt worden:

. .. …	kurze Pause von max. 1 sek (.), 2 sek (..) oder 3 sek (…)
(4 Sek.)	Pause mit angegebener Länge ab 4 Sekunden
(kursiver Text)	Beschreibung von Handlungen, Gestik, Körperbewegungen und z. B. Flüstern oder Unverständlichem; endet mit %
(+)	Stimme wird lauter
Fett	Betonung
Unterstrichen	Gedehnte Aussprache
‘	Stimmhebung
< >	Kennzeichnung gleichzeitiger Äußerungen oder Handlungen; Folgt auf die Redeüberschneidung direkt eine weitere, dann wird dies durch spitze Klammern in die andere Richtung angezeigt („ > “) um kenntlich zu machen, dass diese nicht parallel zur ersten zu lesen ist.
#	Äußerungen knüpfen unmittelbar aneinander an

Danksagung

Die vorliegende Arbeit wurde von der EWE-Stiftung Oldenburg gefördert (Projekt-Nummer: 21.108).

Carina Tusche[1, 2], Raja Herold-Blasius[2], Daniel Thurm[1], Laura Graewert[1], Katrin Gruhn[2], Anna Büdenbender[1], Frank Sprütten[3] & Paul Tyrichter[4]

[1]Universität Siegen, carina.tusche@uni-siegen.de, [2]TU Dortmund, raja.herold-blasius@tu-dortmund.de, [3]Max-Planck-Gymnasium Duisburg, frank.spruetten@mpg-iserv.de, [4]Universität Duisburg-Essen, paul.tyrichter@uni-due.de

Erfahrungsbasierte Entwicklungsschritte zur Gestaltung digitaler mathematischer Exit-Games

Digitale Exit-Games basieren auf Aufgaben, die in eine Geschichte eingebettet sind und zur Erreichung eines spezifischen Ziels (z. B. das Finden einer verschwundenen Person) gelöst werden müssen. Sie bieten einen für Schüler:innen motivierenden Ansatz, um mathematische Inhalte zu üben und gleichzeitig überfachliche Kompetenzen (z. B. Problemlösen und Teamfähigkeit) zu stärken. Im vorliegenden Beitrag wird aus einem Projekt berichtet, in dem Studierende digitale Exit-Games für Schüler:innen der frühen Sekundarstufe entwickelten. Erfahrungen aus dem Projekt zeigen, dass u. a. die enge Passung zwischen der Geschichte und den Aufgaben essentiell ist.

1. Einleitung

Durch die gesellschaftlichen und ökonomischen Entwicklungen des digitalen Zeitalters und die steigende Komplexität von Problemstellungen besteht die Notwendigkeit, Heranwachsenden neue Kompetenzfacetten zu vermitteln, um ihnen eine aktive Teilhabe an der Gesellschaft zu ermöglichen (vgl. Ananiadou & Claro, 2009). Diese Notwendigkeit zeichnet sich u. a. in den aktuellen curricularen Vorgaben ab. Dort werden neben inhaltsbezogenen Kompetenzen auch Kompetenzen zum Umgang mit digitalen Werkzeugen und zum Einsatz von digitalen Medien (z. B. Tablets) betont (vgl. KMK, 2022).

Überfachliche Kompetenzen wie etwa die sogenannten „4K“ (**K**ritische Denken und Problemlösen, **K**ommunikation, **K**ooperation sowie **K**reativität und Innovation) stehen neben der Vermittlung von Fachinhalten aktuell besonders im Fokus. Lernende in Deutschland verfügen jedoch bisher nur teilweise über entsprechende Kompetenzen. So zeigte etwa die PISA-Erhebung 2015, die erstmals Kompetenzen im Bereich Problemlösen im Team erfasste, dass nur 13% der Schüler:innen in Deutschland die oberste Kompetenzstufe (Stufe 4) erreichten. Knapp ein Fünftel der Schüler:innen hingegen lag unter der Stufe 2. „Diese Schüler können allenfalls Aufgaben mit niedriger Problemkomplexität und begrenzter Kooperationskomplexität bewältigen“ (OECD, 2017, S. 2). Um dem zu begegnen, bedarf es nicht nur entsprechender Kompetenzen der Lehrkräfte sowie einer entsprechenden digitalen Infrastruktur an den Schulen (DIPF, 2022), sondern auch der Entwicklung neuer Lernsettings, damit die geforderten Kompetenzen bei den Schüler:innen integrativ mit fachlichen Kompetenzen aufgebaut werden können (vgl. z. B. Rüdiger, 2020).

Im vorliegenden Beitrag stellen wir digitale, mathematische Exit-Games als eine Möglichkeit vor, um Kompetenzen zum Umgang mit digitalen Werkzeugen/Medien sowie die 4K gemeinsam mit fachlichen Kompetenzen zu adressieren. Dazu wird zunächst auf das Prinzip des Game-based-Learning eingegangen. Dieses wird anschließend an einem Exit-Game verdeutlicht, welches von Studierenden im Rahmen eines universitären Seminars entwickelt wurde. Schließlich werden hieraus erfahrungsbasierte Entwicklungsschritte zur effizienten Entwicklung und sinnvollen Gestaltung von digitalen, mathematischen Exit-Games abgeleitet.

2. Theoretischer Hintergrund

2.1 Exit-Games: Eine Begriffsklärung

Unter einem pädagogischen Exit-Game oder auch Escape-Room wird ein spielbasiertes *Lernsetting* gefasst, welches die Lernenden in eine tragende Geschichte (z. B. eine bedrohliche Situation, der man entkommen möchte) involviert. Im „Wettlauf gegen die Zeit“ müssen verschiedene *Problemlöseaufgaben* bearbeitet werden, um mithilfe der daraus resultierenden Lösungen der misslichen Lage zu entkommen bzw. die Mission zu erfüllen (vgl. Vidergor, 2021; Nicholson, 2015).

Aus der Literatur lassen sich die folgenden Merkmale von Exit-Games identifizieren:

1) *Geschichte bzw. Erzählung:* Die Geschichte beschäftigt sich mit einer Problemsituation, welche die Lernenden lösen sollen. Szenarien können vielfältig sein, z. B. die Flucht aus einer Notsituation oder das Entkommen aus einem Märchenwald (Nicholson, 2015; Vidergor, 2021).
2) *Struktur des Spiels:* Ein Spiel besteht aus verschiedenen Räumen bzw. situativen Settings (im Folgenden werden diese vereinfacht als *Räume* bezeichnet) (Abb. 1). Jeder Raum stellt einen Teil der Geschichte dar und ist mit der Lösung eines Problems verbunden. Die Planung des Exit-Games wird durch die jeweilige Raumkonstellation bestimmt (Abb. 1). Bei einer offenen Struktur sind die Räume z. B. unabhängig voneinander betretbar. Sind die Räume sequenziell aufgebaut, können die Lernenden einen Raum nur betreten, sofern der vorherige Raum gelöst wurde. Zudem gibt es noch pfadbasierte oder pyramidenförmige Konstellationen (Nicholson, 2015; Veldkamp et al., 2020).

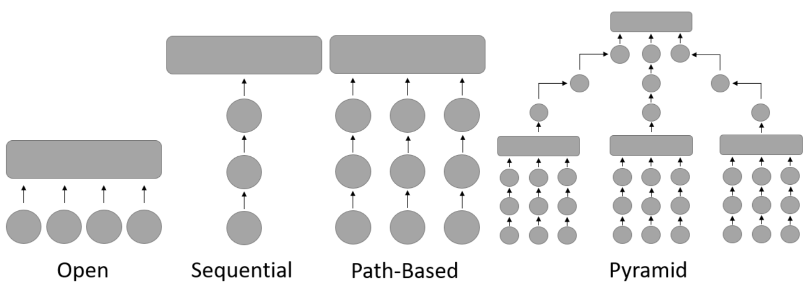


Abbildung 1: Verschiedene Raumkonstellationen (vgl. Veldkamp et al., 2020)

3) *Rätsel und Aufgaben:* Mathematische Exit-Games beinhalten v. a. Problemlöseaufgaben, d.h. Aufgaben für die Lernende keine Routineverfahren zur Lösung kennen (Nicholson, 2015; Veldkamp et al., 2020).
4) *Equipment:* Zu diesem zählen Gegenstände, welche in den Räumen vorhanden sind oder mitgenommen werden können und die die Lernenden beim Problemlösen unterstützen, wie Messinstrumente o. Ä. (Botturi & Babazadeh, 2020).
5) *Lernprozess:* Die Lernenden sollen sowohl auf *fachlicher* Ebene als auch auf *überfachlicher* Ebene ihre Kompetenzen verbessern können. Zu den überfachlichen Kompetenzen zählen etwa die 4K, sowie die Aufmerksamkeit für Details (Nicholson, 2015).

Die Idee der pädagogischen Exit-Games lässt sich auf physische Escape-Rooms (z. B. Bertram & Geisler, 2020), sowie auf Exit-Games aus der Brettspielbranche (z. B. beim KOSMOS-Verlag) zurückführen. Beide Ansätze wurden in den vergangenen Jahren vermehrt von Lehrkräften für unterrichtliche Lernsettings (zunächst papierbasiert) genutzt (Veldkamp et al., 2020). Dies ist wenig verwunderlich, denn „je mehr die Tätigkeit innerlich einem Spiel ähnelt – mit Vielfalt, angemessenen, flexiblen Herausforderungen, deutlichen Zielen und unmittelbarer Rückkopplung – umso erfreulicher wird sie, ungeachtet der persönlichen Entwicklung dessen, der sie ausübt“ (Csíkszentmihályi, 1992, S. 202). Die Einbettung von mathematischen Inhalten in Exit-Games bietet das Potenzial grundlegende Fähigkeiten wie Knobeln, Problemlösen und Kreativität zu fördern. Auch die Motivation der Lernenden kann durch das spielerische Setting positiv beeinflusst werden (Vidergor, 2021). Neue Aspekte bieten digitale Exit-Games. So lassen sich bei digitalen Exit-Games interaktive und dynamische Visualisierungen gezielt für verschiedene Aufgabenformate einsetzen. Ebenso können bei digitalen webbasierten Exit-Games Lernende an unterschiedlichen Orten gleichzeitig die Spiele spielen.

2.2 Game-based-Learning

Game-based-Learning beschreibt einen Ansatz, bei dem Lerninhalte auf Basis eines Spiels oder einer Simulation vermittelt werden. Er beinhaltet affektive, kognitive und soziale bzw. kulturelle Elemente (Vidergor, 2021). Spielerische Lernarrangements, die auf Grundlage dieser Elemente entwickelt werden, können durch verschiedene Ziele in folgende Arten untergliedert werden: (1) Spiele zur fachlichen Wissensvermittlung, (2) Spiele zum überfachlichen Kompetenzerwerb und (3) Spiele zur Verhaltensänderung (ebd.). Qian und Clark (2016) verdeutlichen, dass Game-based-Learning-Ansätze zum integrativen Aufbau von „21st century skills“ und fachlichen Kompetenzen beitragen können. Gamification lässt sich von Game-based-Learning dadurch abgrenzen, dass nicht auf Grundlage eines Spiels, sondern dass Lernprozesse schon durch den Einbezug von spielerischen Elementen unterstützt werden sollen (Jacob & Teuteberg, 2017). Erste Befunde zeigen, dass der Game-based-Learning Ansatz im Kontext digitaler Exit-Games zu einer höheren Motivation und mehr Zusammenarbeit der Lernenden führen kann als andere digitale Spielformate (Vidergor, 2021).

2.3 Zusammenführung und Fragestellung

Führt man die beschriebenen theoretischen Aspekte zusammen, wird deutlich, dass Exit-Games im pädagogischen und unterrichtlichen Kontext effektiv und sogar wirkungsvoller als andere Lernsettings sein können (ebd.). Allerdings beruhen diese Erkenntnisse auf wenigen allgemeinen und nicht mathematikspezifischen Studien. Für den Mathematikunterricht besteht hier Forschungsbedarf. Um die Entwicklung mathematischer digitaler Exit-Games voranzutreiben und mathematische Exit-Games zielgerichtet und sinnvoll in das Unterrichtsgeschehen zu integrieren, wird in diesem Beitrag die folgende Fragestellung adressiert:

Welche Schritte sollten bei der Entwicklung von Exit-Games berücksichtigt werden, um Exit-Games im fachdidaktischen Sinne für den Mathematikunterricht sinnvoll zu gestalten?

3. Methodisches Vorgehen bei der Entwicklung mathematischer Exit-Games

Das Projekt „DiMEG-21st" und die damit verbundene ko-konstruktive, kooperative und fachdidaktische Entwicklungsforschung wird durch eine Research-Practice Partnership (Penuel et al., 2021) zwischen der Universität Siegen, der Technischen Universität Dortmund sowie Expert:innen aus der Praxis, d. h. Lehrpersonen aus verschiedenen Schulen, realisiert. Dadurch soll das Forschungs- und Lehrinteresse der Hochschule und das Entwicklungsinteresse der Bildungsinstitutionen produktiv miteinander verbunden werden. Die Ziele des Projektes sind (a) die Entwicklung eines forschungsbasierten Designprodukts (digitale mathematische Exit-Games) und (b) die Generierung von Forschungserkenntnissen als Beitrag zur Theoriebildung.

Im Projekt soll v. a. der Beitrag der Exit-Games zur integrierten Weiterentwicklung von fachlichen und überfachlichen Kompetenzen untersucht werden. Die Entwicklung der Exit-Games verläuft in aufeinanderfolgenden Zyklen. Die Exit-Games werden zunächst theoriebasiert entwickelt, dann erprobt, empirisch ausgewertet, reflektiert und schließlich weiterentwickelt.

4. Ein exemplarisches Exit-Game aus einem Seminar mit Studierenden

Im Folgenden wird ein digitales Exit-Game exemplarisch dargestellt. Dieses wurde von Studierenden[8] der Universität Siegen im Rahmen eines Seminars unter Nutzung von Google-Slides entwickelt. Die Durchführung des Exit-Games fand an einer Sekundarschule mit Schüler:innen der Jahrgangsstufe 6 statt.

[8] Das hier vorgestellte Exit-Game „Entkomme dem Vampirschloss!" wurde von Sefa Kazanci, Ricarda Schauf und Nils Wehner entwickelt und erprobt.

Nach einer Instruktion zu digitalen Implementationsmöglichkeiten und den Merkmalen von Exit-Games (siehe Abschnitt 1.1) entwickelten die Studierenden in Kleingruppen einen ersten Entwurf eines Exit-Games. Dieses wurde im Seminar getestet und dann erneut überarbeitet. Anschließend erfolgte die Durchführung der Exit-Games an einer Schule. Am Ende wurden die Exit-Games reflektiert und nochmals überarbeitet, um auf aufgetretene Problematiken der Lernenden einzugehen.

Das Thema des hier vorgestellten Exit-Games ist die Flucht aus einem Vampirschloss. Im Folgenden wird ein Ausschnitt der Aufgaben des Exit-Games vorgestellt. Die Lernenden erhielten zunächst eine Folie mit den wichtigsten Regeln des Spiels und wurden durch die ersten einführenden Folien auf die zugrunde liegende Geschichte eingestimmt. Hierbei wurde zunächst der Kontext der Geschichte kurz erläutert. Die Lernenden erhielten auf der nächsten Folie die erste Problemlöseaufgabe „Lichttrank“ (Abb. 2). Sie sollten hier einen Lichttrank erstellen, indem sie die erste Aufgabe mithilfe des Rezeptzettels im Labor lösen. Den Lernenden wurde nach einer bestimmten Zeit eine Hilfestellung angeboten, welche aber keinen konkreten Lösungsweg umfasste (z. B. „Beachtet den Tipp, der unter dem Wort ‚Kerzenwachs‘ steht.“).

Abbildung 2: Aufgabe „Lichttrank“ [9] (links: einführende Aufgabenstellung, rechts: Aufgabensetting)

Wurde der Lichttrank erfolgreich gemischt, sollten die Schüler:innen im zweiten Raum das Loch im Fenster mithilfe verschiedener Figuren reparieren (Abb. 3, links). Dazu erhielten die Schüler:innen ein Applet, indem sie verschiedene Dreiecke passend in das Loch des Fensters zuordnen sollten, um es zu vervollständigen. Im dritten Raum sollte durch Umschütten zweier Gefäße eine geeignete Menge an Flüssigkeit gemischt werden, um die giftige Flüssigkeit in dem Schloss zu neutralisieren (Abb. 3, rechts). Sofern die Lernenden die Aufgabe richtig in der vorgegebenen Zeit lösen konnten, durften sie die letzte Tür des Exit-Games passieren.

[9] „Ihr betretet einen Raum, der aussieht wie ein Labor. An der Wand hängt das Rezept für einen Lichttrank. Das wäre eine super Verteidigungsmöglichkeit, denn Vampire vertragen kein Licht! Ihr solltet euch das Rezept mal genauer ansehen und einen brauen. Doch Achtung! Offensichtlich sind einige Zahlen nicht mehr zu lesen…“

Insgesamt wurden im Exit-Game die Objekte auf ansprechende Art und Weise visualisiert. So wechselte etwa die Tür zu dem Ausgang des Exit-Games beim Verlassen des Exit-Games ihr Aussehen, um den erfolgreichen Abschluss zu visualisieren (leuchtende Tür, Abb.. 4). Diese Art von Visualisierungen, passende Vertonungen sowie die eng mit der Geschichte verzahnten Aufgaben ermöglichten ein Eintauchen in die Geschichte.

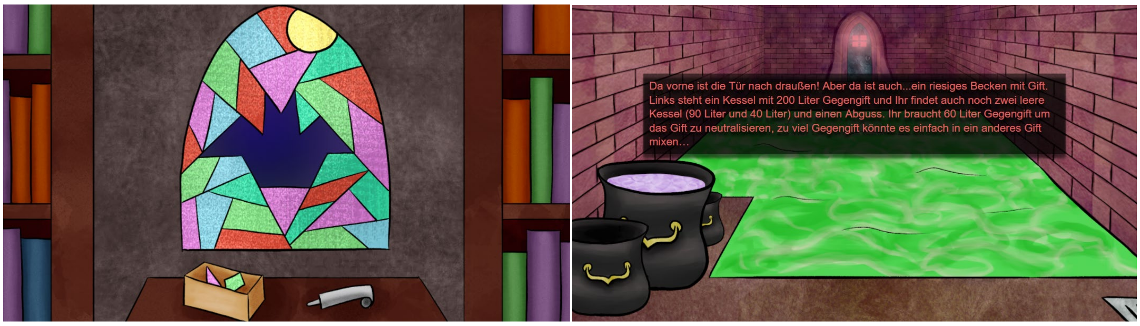


Abbildung 3: Weitere exemplarische Aufgabe (links: Zuordnungspuzzle, rechts: Umfüllrätsel) rechts) [10]

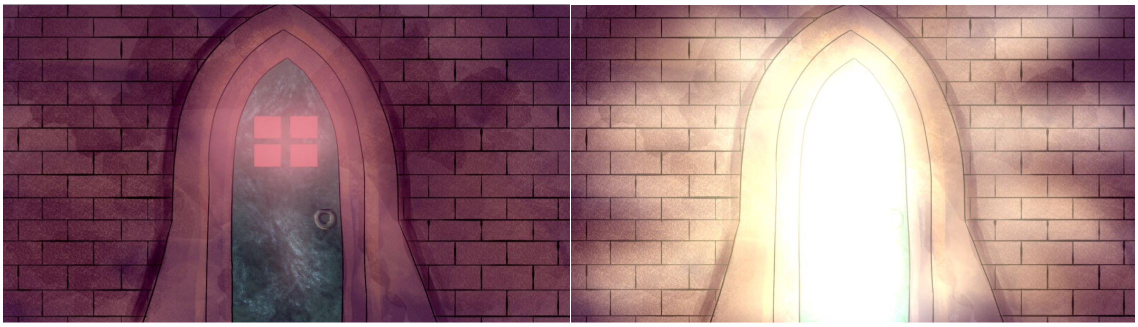


Abbildung 4: Visualisierung der Tür zum Ausgang des Exit-Games (links: Vor dem Verlassen des Exit-Games, rechts: beim Verlassen)

5. Erfahrungsberichte aus den Schulen

Die konzipierten Exit-Games wurden mit zwei Klassen der Jahrgangsstufe 6 erprobt. Nach den Erprobungen wurden die Erfahrungen der Beteiligten eingeholt.

In den meisten Fällen gefiel den Schüler:innen die Bearbeitung der Exit-Games sehr gut. Insbesondere die Gruppenarbeit und die spannenden Aufgaben wurden als interessant hervorgehoben: „Gut waren ganz besonders die verschiedenen, kreativen Matherätsel, die auch teils schwer, aber spaßig waren". Einige Lernende erwähnten, dass sie trotz der mathematischen Aufgaben das Gefühl hatten, als ob sie ein Spiel mit ihren Freunden spielen würden. Ein weiterer Anreiz für die aktive

[10] „Da vorne ist die Tür nach draußen! Aber da ist auch…ein riesiges Becken mit Gift. Links steht ein Kessel mit 200 Liter Gegengift und ihr findet auch noch zwei leere Kessel (90 Liter und 40 Liter) und einen Abguss. Ihr braucht 60 Liter Gegengift, um das Gift zu neutralisieren, zu viel Gegengift könnte es einfach in ein anderes Gift mixen…"

Arbeit der Lernenden war die ablaufende Zeit. Die Lernenden betonten, dass sie die Aufgaben unbedingt in der vorgegebenen Zeit hätten lösen wollten, ohne durch fehlerhafte Lösungen Strafminuten zu erhalten.

Befragte Lehrkräfte konnten den Eindruck der Lernenden ebenfalls in vielen Fällen bestätigen: „Alle Schülerinnen und Schüler fanden den Durchgang gut […] Außerdem sahen die Exit-Games alle sehr gut aus!“ Auch seitens der Eltern gab es in einigen Durchgängen positive Rückmeldungen: „[…] kann man Zugriff zu den Rätseln bekommen? Meine Tochter ist in der 9. Klasse und ich würde gerne versuchen, einmal nachmittags gemeinsam mit ihr die Rätsel zu knacken“. Lehrkräfte betonten zudem die Relevanz einer anschließenden Reflexionsphase, in der der Fokus explizit auf die mathematischen Inhalte gelenkt werden sollte, wodurch auch einem möglichen Eindruck entgegengewirkt werden kann, dass nur „gespielt“ wurde.

Auch die Studierenden, gaben größtenteils positive Rückmeldungen. Allerdings bemängelten viele Studierende, dass die limitierten technischen Möglichkeiten von Google-Slides sie in der kreativen Umsetzung behinderten. Oftmals wurden gute Problemlöseaufgaben wieder aus dem Exit-Game entfernt, da die Aufgaben aufgrund der technischen Einschränkungen nicht sinnvoll mit Google-Slides zu visualisieren waren. Auch in dem vorgestellten Exit-Game lässt sich eine Aufgabe erkennen, bei welcher eine dynamische Visualisierung sinnvoll gewesen wäre. So erfordert die Aufgabe zum Umfüllen des Gegengiftes (Abb. 4, rechts), dass sich die Lernenden vorstellen, wie sie den Inhalt zweier Gefäße umschütten. Für Lernende, die sich dies nicht vorstellen konnten, wäre eine dynamische Visualisierung des Umschüttens hilfreich gewesen.

6. Entwicklungsschritte zur Gestaltung eines digitalen Exit-Games

Aus den bisherigen Erfahrungen haben sich folgende Schritte für die Entwicklung mathematischer Exit-Games als sinnvoll erwiesen:

1. **Mathematischen Inhalt und Klassenstufe festlegen:** Basierend auf dem landesspezifischen Lehrplan sollten zunächst die Inhalte festgelegt werden. Dabei sollten insbesondere bei jüngeren Schüler:innen nicht mehr als zwei Themenbereiche fokussiert werden, um eine Überforderung durch zu viele verschiedene Inhalte zu vermeiden.
2. **Tragende Geschichte und zeitlichen Umfang bestimmen:** Während der Konzeption der Geschichte ist es wichtig festzulegen, ob die zu lösenden Probleme unabhängig gelöst werden können oder aufeinander aufbauen. Die Bearbeitungszeit kann abhängig von den Unterrichtsstunden variieren (ca. 30 bis 90 Minuten). Eine kürzere Zeit bietet sich an, wenn mehr Raum für eine anschließende Diskussion benötigt wird, während eine längere Spieldauer den Einbezug von mehreren und anspruchsvolleren Aufgaben erlaubt.

3. **Raumstruktur des Exit-Games bestimmen:** Die Raumkonstellation muss anschließend passend zur Geschichte gewählt werden. Wenn eine Geschichte gewählt wird, die ein offenes Setting benötigt, kann eine offene Raumstruktur nützlich sein bei der die Schüler:innen die Reihenfolge der Räume frei wählen können. Handelt es sich hingegen etwa um eine Verfolgungsjagd, sollten eher sequenzielle Strukturen (pfadbasiert, pyramidisch, sequenziell) gewählt werden, bei denen die Zwischenergebnisse eine notwendige Bedingung für den Zugang zu dem nächsten Raum sind.
4. **Mathematische Aufgaben konzipieren:** In diesem Schritt sollten verschiedene Aufgaben passend zur Geschichte und den mathematischen Inhalten entwickelt werden. Dabei ist es sinnvoll zunächst ein freies Brainstorming durchzuführen und verschiedene Aufgaben zu konzipieren. Am Ende dieser kreativen Phase können dann geeignete Aufgaben gemäß den fachdidaktischen Prinzipien und mit Blick auf das gesetzte Setting ausgewählt und weiter optimiert werden.
5. **Passung von Aufgaben und Geschichte überprüfen:** Das Ziel ist es, ein Setting zu generieren, in dem die Geschichte und die mathematischen Aufgaben sinnvoll miteinander verknüpft sind. Daher muss geprüft werden, ob die Aufgaben inhaltlich mit der Geschichte gut verzahnt sind und die Geschichte weiter voranbringen.
6. **Exit-Game implementieren:** Zur Implementation der Exit-Games können verschiedene Tools (z. B. PowerPoint, GoogleSlides, Genial.ly) oder professionelle Spiel-Editoren (z. B. Unity) genutzt werden.
7. **Unterstützungselemente integrieren:** Diese können Hilfestellungen sein (z. B. eine Figur in der Geschichte, die Tipps bereitstellt), ein Hinweis, der nach einer bestimmten Zeit angefordert werden kann oder andere in die Geschichte eingebettete Hilfestellungen (z. B. ein Brief, der weitere Zusatzinformationen enthält). Diese können verschieden konzipiert (inhaltlich vs. strategisch) und gestuft (allgemein vs. spezifisch) sein (Zech, 2002).
8. **Spiel testen:** Das Spiel sollte vor dem Einsatz im Unterricht in einem geschützten Raum (z. B. in der Familie oder mit Studierenden) getestet werden, bevor es im Klassensetting eingesetzt wird.

7. Ausblick

Im Rahmen des Projektes werden aktuell weitere mathematische Exit-Games entwickelt. Im späteren Projektverlauf sollen auch fächerübergreifende Spiele an der Schnittstelle zwischen Mathematik und Naturwissenschaften entstehen. Langfristig ist geplant, die Exit-Games als OER über eine Webseite zu veröffentlichen, um diese einer breiten Öffentlichkeit zugänglich zu machen. Lehrkräfte können die Exit-Games dann in ihren Unterricht integrieren, für Hausaufgaben oder Klausurvorbereitungen nutzen oder als Projekt in der Schule etablieren.

Um bei der technischen Umsetzung der Exit-Games weniger Einschränkungen, etwa bei der Visualisierung verschiedener Problemstellungen und Lösungswege zu haben, wird derzeit ein digitaler Exit-Game-Editor entwickelt. Dieser erlaubt einen größeren Freiraum in der digitalen Gestaltung als die gegenwärtig verfügbaren Programme wie Google-Slides. Der Exit-Game-Editor soll Lehrkräften und Studierenden die Möglichkeit bieten, möglichst einfach eigene Exit-Games zu entwerfen bzw. mit dem Editor entworfene Exit-Games individuell anzupassen.

Im weiteren Projektverlauf ist geplant die digitalen Exit-Games auch zu beforschen. Hierbei soll fokussiert werden, inwiefern die Exit-Games tatsächlich mathematische Lernprozesse unterstützen können, wie das Verhältnis von Spielerlebnis und Mathematiklernen balanciert werden kann und welche Aufgabenformate sich für Exit-Games wann besonders eignen.

Anmerkungen

Dieses Projekt wird finanziert durch die Deutsche Telekom Stiftung und die Gradient Zero GmbH. Wir danken den Reviewern für ihre hilfreichen Rückmeldungen!

Literatur:

Ananiadou, K., & Claro, M. (2009). 21st Century Skills and Competences for New Millennium Learners in OECD Countries. *OECD Education Working Papers*, 41, 5–19.

Bertram, J., & Geisler, S. (2020). Wie kommen wir wieder raus? Lernende erstellen im Rahmen einer Projektwoche einen Escape-Room selbst. *Mathe 5-10*, 51, 12–15.

Botturi, L., & Babazadeh, M. (2020). Designing educational escape rooms: Validating the star model. *International Journal of Serious Games, 7*(3), 41–57.

Csikszentmihalyi, M. (1992). *Flow - das Geheimnis des Glücks*. Ernst Klett.

DIPF (2022). *Bildung in Deutschland kompakt 2020: Zentrale Befunde des Bildungsberichts*. wbv Media GmbH & Co. KG.

Jacob, A., & Teuteberg, F. (2017). Game-Based Learning, Serious Games, Business Games und Gamification–Lernförderliche Anwendungsszenarien, gewonnene Erkenntnisse und Handlungsempfehlungen. In *Gamification und Serious Games* (S. 97–112). Springer Vieweg.

KMK (2022). *Bildungsstandards im Fach Mathematik. Erster Schulabschluss (ESA) und Mittlerer Schulabschluss (MSA)*. Beschluss vom 15.10.2004. https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/2022/2022_06_23-Bista-ESA-MSA-Mathe.pdf (26.07.2022)

Nicholson, S. (2015). Peeking behind the locked door: A survey of escape room facilities. https://scottnicholson.com/pubs/erfacwhite.pdf (26.07.2022)

OECD (2017). PISA 2015 Results (Volume V): *Collaborative Problem Solving*. OECD.

Penuel W.R., Furtak, E. M., & Farrell, C. C. (2021). Research-practice partnerships in education. Advancing an evolutionary logic of systems improvement. *Die Deutsche Schule, 113*, 45–62.

Qian, M., & Clark, K. R. (2016). Game-based Learning and 21st century skills: A review of recent research. *Computers in Human Behavior, 63*, 50–58.

Rüdiger, R. R. (2020). Bildung für das digitale Zeitalter. In A. Ternès von Hattburg, M. Schäfer (Hrsg.*), Digitalpakt – was nun?* (S. 173–181). Springer.

Veldkamp, A., van de Grint, L., Knippels, M. C. P., & van Joolingen, W. R. (2020). Escape education: A systematic review on escape rooms in education. *Educational Research Review*, *31*.

Vidergor, H. (2021). Effects of digital escape room on gameful experience, collaboration, and motivation of elementary school students. *Computers & Education, 166*, 1–14.

Zech, F. (2002). *Grundkurs Mathematikdidaktik. Theoretische und praktische Anleitungen für das Lehren und Lernen von Mathematik* (10. Aufl.). Beltz.

Johannes Voermanek & Andreas Schulz

Pädagogische Hochschule Zürich, johannes.voermanek@phzh.ch

Zusammenhänge zwischen Motivation, Akzeptanz und Nutzung einer intelligenten versus passiven Lernumgebung

Zum Lerninhalt von Stellenwertsystemen wurden, basierend auf dem Technology Acceptance Model (TAM), die Akzeptanz sowie die Motivation zur Nutzung einer intelligenten tutoriellen Online-Lernumgebung (IL) mit inhaltlichen und strategischen Hilfen und Schritt-für-Schritt Feedback vs. einer passiven Online-Lernumgebung (PL) analysiert. Die Akzeptanz der PL war geringfügig höher. Mittels latenter Clusteranalyse wurden sieben Nutzungsarten der IL beschrieben.

1. Theoretischer Hintergrund

Online-Lernumgebungen bieten viele Möglichkeiten das Lernen interaktiv, aktivierend und tutoriell unterstützt sowie zeitlich und örtlich flexibel zu gestalten. Die Nutzenden können ihre Lerngeschwindigkeit, die Auswahl des Lernstoffs und inhaltliche Wiederholungen mitbestimmen (Niegemann & Heidig, 2020). Seit den 1980ern entwickelten Anderson und Kollegen intelligente Tutorsysteme (ITS) auf der Basis von kognitiven Lerntheorien (Anderson, Corbett, Koedinger & Pelletier, 1995). ITS bieten Lernenden intelligentes individuelles Feedback und Hinweise sowie leistungsbezogene Aufgabenauswahl und Problemgenerierung (Aleven, 2010). In Metastudien konnten hohe Lernwirksamkeiten nachgewiesen werden (Kulik & Fletcher, 2016).

1.1 Feedback

Intelligentes Feedback findet jedoch in aktuellen Online-Lernumgebungen wenig Anwendung. Oft wird lediglich summatives Lösungs-Feedback mit Rückmeldung der richtigen Lösung angeboten und Erkenntnisse aus der Feedbackforschung werden nur wenig realisiert. Dies lässt sich neben dem programmiertechnischen Mehraufwand auch über die uneinheitliche Befundlage zur Feedbackwirkung erklären. Studien haben gezeigt, dass die Akzeptanz und der didaktische Erfolg von Feedback von den individuellen Bedingungen der Lernenden, ihrem Fähigkeitsselbstkonzept, dem Vorwissen und ihrer Motivation beeinflusst werden. Darüber hinaus sind situative Bedingungen wie die Art der Lernaufgaben, die Art der Lehr-Lern-Situation, der Inhalt und die Form des Feedbacks bedeutsam (Narciss, 2018).

Qualitativ hochwertiges formatives Feedback soll die Lernenden zur aktiven Wissenskonstruktion anregen sowie bei der Korrektur von individuellen Fehlern und bei der Überwindung von Lernhürden helfen. Hierfür ist eine Anpassung des Feedbacks an die Lernenden und den jeweiligen Lernschritt notwendig. Für die Entwicklung einer intelligenten Lernumgebung (IL), die hochwertiges Feedback bereitstellt, ist eine Vorabanalyse der für die Vermittlung des Lerninhalts erforderlichen Wissenskomponenten und die Entwicklung eines kognitiven Models notwendig (Domagk, Schwartz & Plass, 2010; Narciss, 2018).

1.2 Technology Acceptance Model (TAM)

Bei der Entwicklung von Lernumgebungen sind neben einer effektiven Wissensvermittlung und der Wirtschaftlichkeit auch die erwartete Akzeptanz bei den Nutzenden bedeutsam. Mitte der 80er Jahre begann Davis mit der Entwicklung des TAM, um die Akzeptanz von Personen gegenüber neuen Computertechnologien vorhersagen und damit das Verhalten der Nutzenden erklären zu können. Grundlage des TAM ist die Annahme, dass das Nutzungsverhalten von der Einstellung gegenüber dem neuen System bestimmt wird. Diese Einstellung ist von den drei Faktoren beeinflusst: wahrgenommene Nützlichkeit (WNutz), wahrgenommene Bedienbarkeit (WBedien) und die Intention zur Nutzung (IntNutz, Venkatesh & Davis, 2000).

Heute ist das TAM die am häufigsten verwendete Theorie zur Erforschung der Akzeptanz von E-Learning-Systemen (Abdullah & Ward, 2016; Granić & Marangunić, 2019), mit der sich ca. 40% der Varianz der IntNutz und der tatsächlichen Nutzung eines IT-Systems erklären lassen (Venkatesh & Bala, 2008).

1.3 Motivation (MOT) und mathematisches Selbstkonzept (MSK)

Zudem werden die Akzeptanz und spätere Nutzung einer Lernumgebung von der Freude bei der Nutzung, basierend auf der intrinsischen Motivation, beeinflusst. Diese hängt davon ab, inwieweit die Nutzung als interessant, herausfordernd und selbstbestimmt erfahren wird, unabhängig von angestrebten Lernzielen (Abdullah & Ward, 2016; Schiefele, Köller & Schaffner, 2018; Venkatesh & Bala, 2008).

Darüber hinaus beeinflussen das fachbezogene Selbstkonzept und die Selbstwirksamkeit der Lernenden die kognitiven, affektiven und motivationalen Prozesse sowie den Umgang mit Feedback (Feng, Wang & Rost, 2018; Hoya, 2019).

2. Design der Pilotstudie

2.1 Zwei Online-Lernumgebungen zu Stellenwertsystemen

Für die hier berichtete Pilotstudie wurden an der Pädagogischen Hochschule Zürich zwei Online-Lernumgebungen mit identischem Lerninhalt *Übersetzen von Zahlen zwischen Stellenwertsystemen* entwickelt. Dieser Lerninhalt ist vielerorts Teil der Lehramtsausbildung im Fach Mathematik für Primarstudierende mit dem Ziel ein besseres Verständnis für das dezimale Stellenwertsystem zu vermitteln. Erfahrungsgemäß sind Beispielaufgaben wie $1021_3 = ?_{10}$ oder $19_{10} = ?_2$ für Studierende herausfordernd. Die Lernumgebungen realisierten folgende Merkmale:

Intelligente tutorielle Lernumgebung (IL)

- Interaktiv, mit strukturiertem Lernweg teils in kleinen Teilschritten.
- Automatisches Feedback zu jedem Teilschritt
(richtig = grün / falsch = rot)
- Automatisches Feedback mit Hinweisen bei typischen Fehlern
- Optional abrufbare Hinweise für jeden Aufgabenschritt:
Hinweise konnten von Nutzenden über einen Hinweisbutton aufgerufen werden und beinhalteten in meist 3-4 Schritten gestufte, prozedurale und teils konzeptionelle, Hinweise. Der jeweilig letzte Hinweis vermittelte die Lösung für den Teilschritt, um einen Abbruch zu vermeiden und ein Lernen durch Lösungsbeispiele zu ermöglichen.
- Verschiedene optionale Lösungswege:
Die Nutzenden konnten sich als Lösungshilfe in entsprechenden Aufgaben eine Stellenwerttafel oder eine Hilfsgleichung anzeigen lassen, mittels derer die Lösung in kleinen Teilschritten erarbeitet werden konnte. Zudem stand ein individuell nutzbares Notizfeld zur Verfügung (Abb. 1).

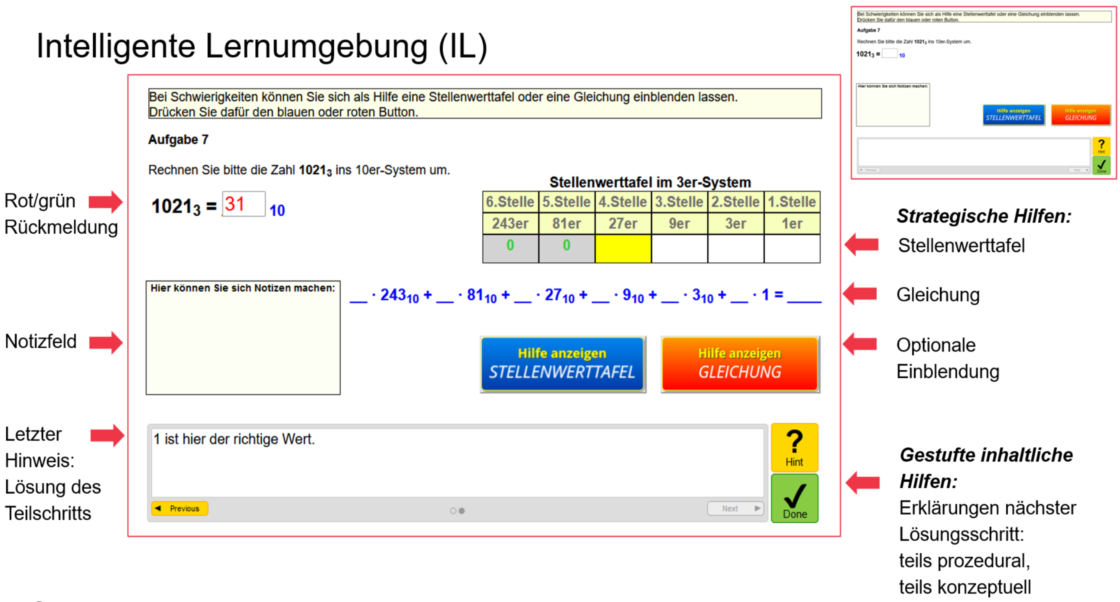


Abbildung 1: Bild oben rechts: Beispielaufgabe in der IL, direkt nach dem Aufruf der Aufgabe. Bild links: Aufgabe nach Aktivierung der optionalen Hilfen: Stellenwerttafel, Gleichung und Aufruf des letzten Lösungshinweises für den gelb unterlegten Teilschritt.

Passive Lernumgebung (PL)

- Erklärungstexte mit Diagrammen, Stellenwerttafeln und Beispielaufgaben
- Wenige Übungsaufgaben mit Angabe des richtigen Ergebnisses nach Lösungseingabe

Beide in dieser Studie verwendeten Lernumgebungen wurden mit der von der Carnegie Mellon University entwickelten Software CTAT - CognitiveTutorAuthoringTools (*CTAT,* 2017) programmiert.

2.2 Forschungsfragen:

FF1 Mittelwerte: Bestehen Unterschiede in der Ausprägung von Akzeptanz (basierend auf dem TAM) und der intrinsischen Motivation zwischen IL und PL?

FF2 Latente Clusteranalyse (LCA): Welche Nutzungsarten (inhaltliche, strategische Hilfen) der IL lassen sich identifizieren?

FF3 Validierung: Inwiefern stimmen die selbstberichteten intendierten Nutzungsarten (TAM) mit der tatsächlichen Nutzung der IL (Cluster der LCA) überein?

2.3 Methodik der Untersuchung

Sample

Die Daten für diese Vergleichsstudie wurden im Rahmen einer randomisierten Online-Befragung erhoben, die sich an Psychologiestudierende richtete (Voermanek, 2021). In die Auswertung gingen alle Personen ein, welche in der ihnen zugewiesenen Lernumgebung für wenigsten 10 Minuten gearbeitet hatten. Von diesen N=138 Teilnehmenden waren 95% Psychologiestudierende an deutschen Universitäten, davon 66% weiblich, Durchschnittsalter 28.4 Jahre.

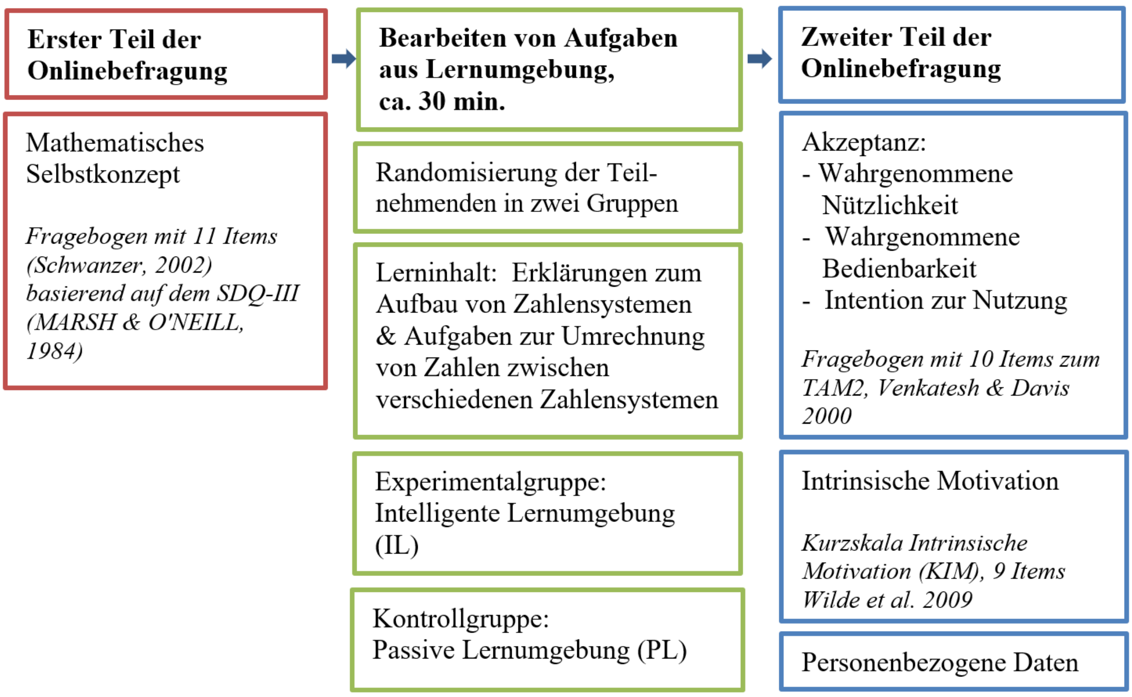


Abbildung 2: Untersuchungsablauf der Studie (Voermanek, 2021).

2.4 Instrumente

Intervention: 13 Lerneinheiten in der passiven (PL) oder alternativ 18 Lerneinheiten in der intelligenten Lernumgebung (IL) mit insgesamt identischem Inhalt.

Nach 28 Minuten Bearbeitungszeit bekamen die Teilnehmenden einen automatischen Hinweis mit dem Angebot die Lernumgebung zu verlassen und zum abschließenden Fragebogenteil zu wechseln.

Variablen (Tabelle 1): Das mathematische Selbstkonzept (MSK) wurde mit einer ins Deutsche übersetzten und angepassten Subskala mit 11 Items, basierend auf dem Self Description Questionnaire III (SDQ-III) (Schwanzer, 2002), erfasst.

Zur Messung der Akzeptanz wurde eine deutsche Übersetzung des zum TAM 2 veröffentlichten und leicht angepassten Fragebogens (Venkatesh & Davis, 2000) mit drei Skalen verwendet. Beispielitems:

- Skala - Intention zur Nutzung (IntNutz) (2 Items): „Angenommen ich habe Zugang zu solch einer Lernumgebung, dann beabsichtige ich sie zu nutzen."
- Skala - Wahrgenommene Nützlichkeit (WNutz) (4 Items): „Die Nutzung solch einer Lernumgebung verbessert meine Lernleistung."
- Skala - Wahrgenommene Bedienbarkeit (WBedien) (4 Items): „Ich finde solch eine Lernumgebung leicht zu bedienen."

Die Motivation (MOT) wurde mit drei Dimensionen aus der Kurzskala intrinsische Motivation (KIM) (Wilde, Bätz, Kovaleva & Urhahne, 2009) erfasst.

- Skala - Interesse/Vergnügen (3 Items): „Ich fand die Tätigkeit mit der Lernumgebung sehr interessant."
- Skala - Wahrgenommene Kompetenz (3 Items): „Ich glaube, ich war bei der Tätigkeit mit der Lernumgebung ziemlich gut."
- Skala - Wahrgenommene Wahlfreiheit (3 Items): „Bei der Tätigkeit mit der Lernumgebung konnte ich wählen, wie ich es mache."

Zusätzlich wurden die Nutzungsdauer der Lernumgebungen, sowie in der LCA (Collins & Lanza, 2009) die folgenden Daten der Nutzer:innen der IL (75 der 138 Personen), ausgewertet (Tab. 2):

- Anteil inkorrekter Eingaben an den Gesamteingaben in der Lernumgebung
- Summe der abgerufenen Ersthinweise (Hints) und Folgehinweise (next Hints) zu den einzelnen Teilschritten (inhaltliche Hilfen)
- Anzahl der Nutzungen der optional aufrufbaren Hilfen: Stellenwerttabellen und Gleichung (strategische Hilfen)
- Anzahl der Nutzungen des Notizfeldes (strategische Hilfe)

3. Ausgewählte Ergebnisse der Pilotierungsstudie

Die berechnete MANOVA (Tab. 1) zeigt kleine signifikante Effekte zu Gunsten der passiven Lernumgebung. Darüber hinaus konnte eine signifikant längere Nutzungsdauer in der IL festgestellt werden.

Weiterhin zeigte die Gesamtskala zum TAM (IntNutz + WNutz + WBedien), dass die Nutzung der IL zu einer größeren Polarisierung bei der Akzeptanz führte (Abb. 3): 8% der Nutzenden werteten die IL mit Mittelwerten kleiner als 1.80, während Werte kleiner als 1.80 in der PL nicht auftraten.

Variable	MW IL (N = 77) (STD)	MW PL (N = 61) (STD)	p-Wert	Effektstärke (part.) Eta^2
MANOVA			**.008***	.122
Dauer (min)	25.58 (10.34)	22.02 (8.47)	**.032***	.033
MSK (pre)	2.65 (.73)	2.68 (.71)	.789	.001
TAM 1 IntNutz	3.37 (1.28)	**3.84 (.94)**	**.019***	.040
TAM 2 WNutz	3.48 (1.30)	3.68 (.95)	.318	.007
TAM 3 WBedien	3.45 (1.12)	**3.86 (.90)**	**.022***	.038
MOT Vergnügen	3.39 (1.18)	3.36 (1.20)	.887	.000
MOT Kompetenz	3.10 (1.23)	3.34 (1.22)	.265	.009
MOT Wahl	3.10 (1.06)	2.89 (1.03)	.246	.010

Tabelle 1: Mittelwertunterschiede bei intelligenter versus passiver Lernumgebung.
MSK Range: 1-4, TAM und MOT Range: 1-5.

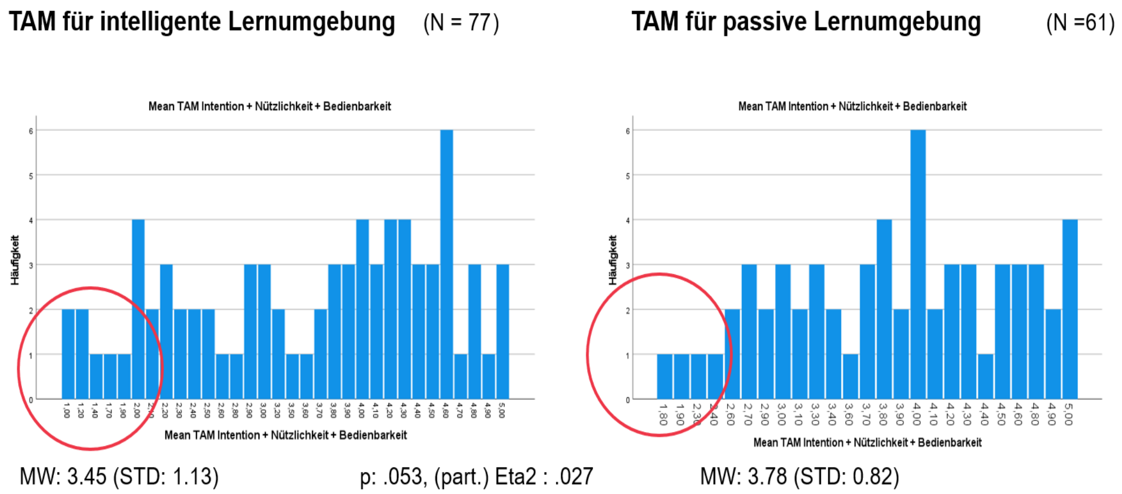


Abbildung 3: TAM Summe aller 3 Faktoren (Akzeptanz): Verteilung der Häufigkeiten

Die Clusteranalyse identifizierte nach dem Kriterium BIC minimal (Collins & Lanza, 2009) sieben Nutzungsarten in der IL (Tab. 2):

- Nutzung 1 zeichnet sich durch eine geringe Inanspruchnahme der inhaltlichen und insbesondere der strategischen Hilfen aus.
- Nutzung 2 verwendet die Stellenwerttafeln und das Notizfeld.
- Nutzung 3 verwendet Stellenwerttafeln und Gleichungen.
- Nutzung 4 verwendet in sehr hohem Umfang inhaltliche Hilfen.
- Nutzung 5 verwendet fast ausschließlich inhaltliche Hilfen und weist zudem den höchsten Anteil an inkorrekten Eingaben auf.
- Nutzung 6 verwendet wenige inhaltliche und kaum strategische Hilfen.
- Nutzung 7 verwendet in hohem Maße das Notizfeld für die Lösungsfindung.

	Inhaltliche Hilfen		Strategische Hilfen			Fehler
	SUM Hint	SUM nextHint	SUM_Stel-lenwerttafel	SUM Gleichung	SUM Notizfeld	Anteil inkorrekt
Nutzung 1 (N=27)	5.81	1.44	0.89	0.41	0.11	0.26
Nutzung 2 (13)	5.00	1.54	**4.46**	0.85	**4.15**	0.19
Nutzung 3 (13)	36.31	20.69	**3.62**	**2.54**	0.38	0.24
Nutzung 4 (10)	**80.00**	**44.10**	2.60	**2.80**	0.00	0.34
Nutzung 5 (5)	29.60	10.60	0.80	0.80	0.00	**0.47**
Nutzung 6 (4)	21.75	1.50	2.75	0.50	0.00	0.32
Nutzung 7 (3)	29.67	14.33	2.67	2.00	**9.33**	0.28

Tabelle 2: Mittelwerte der sieben Nutzungsarten

Die Ausprägungen bzgl. TAM und Motivation der sieben Nutzungsarten lässt sich wie folgt charakterisieren (Abb. 4):

- Nutzung 1 hat ein hohes MSK, berichtet eine geringe wahrgenommene Wahlfreiheit und berichtet in den weiteren Variablen über mittlere Akzeptanz (TAM) und Motivation. Eine geringe tatsächliche Nutzung von inhaltlichen und strategischen Hilfen (Tab. 2) kommt hier mit einer mittleren Akzeptanz und Motivation (Abb. 4) zusammen.
- Nutzung 2 unterscheidet sich von Nutzung 1 durch eine höhere Motivation (Abb. 4), die mit einer tatsächlich höheren Nutzung von strategischen Hilfen (Stellenwerttafel und Notizfeld; Tab. 2) einhergeht.
- Nutzung 3 berichtet von der geringsten Akzeptanz (TAM) der IL bei mittlerer Motivation (Abb. 4) und zugleich mittlerer Nutzung von inhaltlichen und strategischen Hilfen (Tab. 2).
- Nutzung 4 berichtet eine geringe Motivation bei eher geringer Akzeptanz (TAM) der IL (Abb. 4), nutzt jedoch in sehr hohem Umfang inhaltliche Hilfen und teils strategische Hilfen (Höchstwerte bei Hints, Next-Hints und Gleichung; Tab. 2).
- Nutzung 5 unterscheidet sich von Nutzung 4 durch eine geringere Akzeptanz bei ebenfalls geringer Motivation (Abb. 4). Dies ging mit der höchsten Fehlerquote und einer fast ausschließlichen Nutzung von inhaltlichen Hilfen einher (Tab. 2).
- Nutzung 6 berichtet durchwegs geringe Werte für Akzeptanz der IL und Motivation (Abbildung 4) und zeigt eine geringe Nutzung von inhaltlichen und strategischen Hilfen (Tab. 2).
- Nutzung 7 hat beinahe durchgehend Höchstwerte in der Akzeptanz und Motivation, berichtet jedoch von einer geringen Intention, eine solche Lernumgebung (IL) auch weiterhin zu nutzen (Abb. 4). Diese Nutzungsart war mit einer umfangreichen Nutzung der Notizfelder verbunden (Tab. 2).

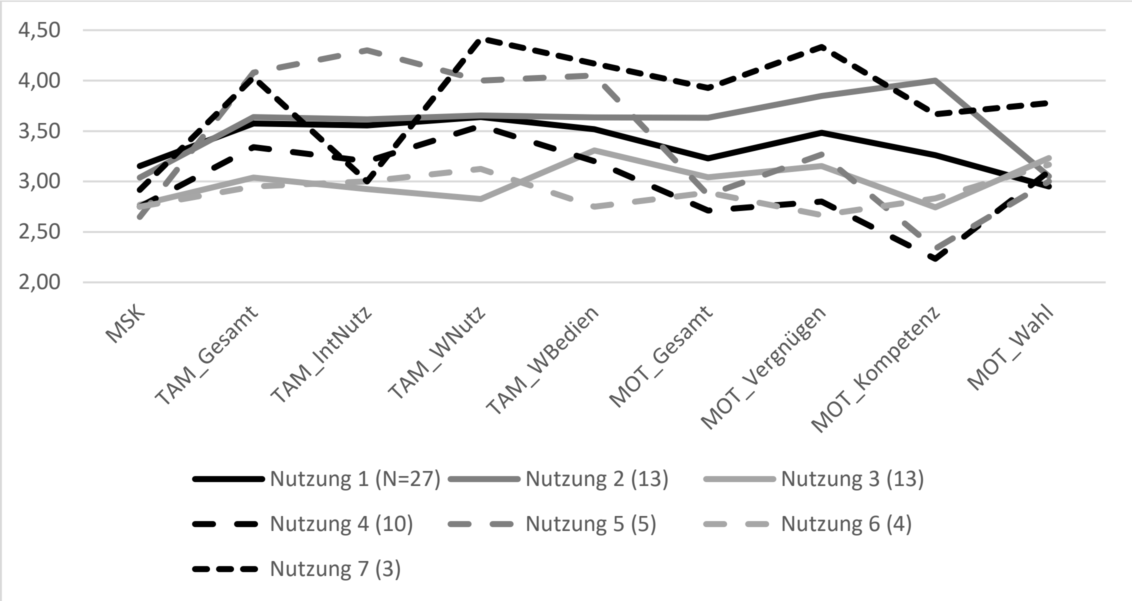


Abbildung 4: Selbstberichtete Akzeptanz (TAM) und Motivation in den sieben Nutzungsprofilen

4. Diskussion

Bemerkenswert war zunächst, dass die Nutzenden der passiven Lernumgebung (PL) eine höhere wahrgenommene Bedienbarkeit (WBedien) und eine höhere Intention zur Nutzung (WInt) als die Nutzenden der intelligenten Lernumgebung (IL) berichteten. Bzgl. Bedienbarkeit ist dies nachvollziehbar, da insbesondere angesichts der kurzen Nutzungsdauer die ungewohnte IL mit vermehrter Interaktivität höhere Ansprüche an die Nutzung beinhaltet als das reine Lesen eines Textes (PL). Zur Erklärung der geringeren Intention zur Nutzung deuten die Verteilungen für die Gesamtakzeptanz (TAM Gesamtskala; Abb. 3) der IL versus der PL an, dass die Nutzung der IL mit einer ausgeprägten Polarisierung der Nutzenden, insbesondere hinsichtlich einer negativen Akzeptanz der Lernumgebung durch einen Teil der Teilnehmenden, einherging. Eine vergleichsweise negative Akzeptanz der IL veranschaulichen ergänzend in Abbildung 4 die Profile bzgl. TAM und MOT der Nutzungsarten 3, 4 und 6.

Im Gegensatz zur selbstberichteten Akzeptanz und Motivation zeichneten sich jedoch die Nutzungsarten 3 und 4 durch eine tatsächlich sehr hohe Nutzung von inhaltlichen Hilfen und teils auch von strategischen Hilfen aus (Tab. 2). Dies verdeutlicht, dass die Akzeptanz einer Lernumgebung nach dem TAM Modell (Abb. 4) und die tatsächliche Nutzung (Tab. 2) unterschiedlich ausgeprägt sein können. Weitergehend kann aus den Befunden gefolgert werden, dass eine hohe Nutzung von Hilfen nicht unbedingt mit einer hohen Akzeptanz einer Lernumgebung und insbesondere nicht mit einer höheren Intention für eine zukünftige Nutzung verbunden sein muss (siehe Nutzungsart 7). Auch eine hohe Motivation muss nicht immer mit einer höheren Akzeptanz und insbesondere Intention für eine spätere Nutzung einhergehen, wie aus den Profilen 5 und teils 7 in Abbildung 4 erkennbar wird. Der Zusammenhang zwischen der Nutzung angebotener inhaltlicher und strategischer Hilfen mit Lernmotivation sowie Akzeptanz der Online-Lernumgebung ist ausgesprochen vielschichtig und komplex. Dies zeigen die Befunde eindrucksvoll.

Die unterschiedlichen Nutzungsarten veranschaulichen und verdeutlichen die große Heterogenität in der Nutzung einer intelligenten Lernumgebung durch unterschiedliche Lernende. Die Befunde dieser Pilotierungsstudie sind somit relevant für die zukünftige Weiterentwicklung der vorliegenden IL und ebenfalls für damit verbundene Forschungsziele, in welchen die Heterogenität der Nutzungsarten mitberücksichtigt werden sollte. Forschungsfragen ergeben sich u.a. dahingehend, inwiefern unterschiedliche Nutzungsarten mit unterschiedlichen Lernerfolgen und langfristigen Nutzungen einer Lernumgebung verbunden sind. Zudem ist es auch aus mathematikdidaktischer Perspektive bedeutsam, ob die Arten der Nutzung inhaltlicher und strategischer Hilfen (Zech, 2002) möglicherweise gezielt beeinflusst werden können, um positive Effekte auf Lernerfolg und langfristige Nutzung zu bewirken. Dies würde einen wertvollen Beitrag zum aktuellen Stand der Feedbackforschung (Narciss, 2018) leisten.

Als Limitation dieser Pilotierungsstudie ist zu beachten, dass die Motivation zur Teilnahme vermutlich auch die Gutschrift der für ein Psychologiestudium geforderten Versuchspersonenstunden war. Dies kann die Übertragbarkeit der Befunde auf andere Lernendenpopulationen mit stärkerem inhaltlichem Bezug zum Lerninhalt beeinflussen. Darüber hinaus wurden in dieser Pilotierungsstudie noch keine Leistungsdaten der Teilnehmenden mit Pre- und Posttest erfasst. Weitergehend war die Nutzung der Lernumgebungen mit durchschnittlich 22 Minuten in der PL und 26 Minuten in der IL eher kurz. Bestehende Studien berichten, dass zunehmende Erfahrung mit einer neuen Lernumgebung den Einfluss der wahrgenommenen Bedienbarkeit auf die Akzeptanz verringern (Venkatesh & Bala, 2008).

Literatur:

Abdullah, F. & Ward, R. (2016). Developing a General Extended Technology Acceptance Model for E-Learning by analysing commonly used external factors. *Computers in Human Behavior*, *56*, 238–256. https://doi.org/10.1016/j.chb.2015.11.036

Aleven, V. (2010). Rule-Based Cognitive Modeling for Intelligent Tutoring Systems. In J. Kacprzyk, R. Nkambou, J. Bourdeau & R. Mizoguchi (Hrsg.), *Advances in Intelligent Tutoring Systems* (Studies in Computational Intelligence, Bd. 308, S. 33–62). Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-642-14363-2_3

Anderson, J. R., Corbett, A. T., Koedinger, K. R. & Pelletier, R. (1995). Cognitive Tutors: Lessons Learned. *Journal of the Learning Sciences*, *4*(2), 167–207. https://doi.org/10.1207/s15327809jls0402_2

Collins, L. M. & Lanza, S. T. (2009). *Latent Class and Latent Transition Analysis: With Applications in the Social, Behavioral, and Health Sciences.* NJ, United States: Wiley.

CTAT. Cognitive Tutor Authoring Tools (Version 4.2.0) [Computer software]. (2017). Pittsburgh, Pennsylvania, USA: Carnegie Mellon University. Verfügbar unter: http://ctat.pact.cs.cmu.edu/

Domagk, S., Schwartz, R. N. & Plass, J. L. (2010). Interactivity in multimedia learning: An integrated model. *Computers in Human Behavior*, *26*(5), 1024–1033. https://doi.org/10.1016/j.chb.2010.03.003

Feng, X., Wang, J.-L. & Rost, D. H. (2018). Akademische Selbstkonzepte und akademische Selbstwirksamkeiten: Interdependenzen und Beziehungen zu schulischen Leistungen. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, *32*(1-2), 23–38. https://doi.org/10.1024/1010-0652/a000218

Granić, A. & Marangunić, N. (2019). Technology acceptance model in educational context: A systematic literature review. *British Journal of Educational Technology*, *50*(5), 2572–2593. https://doi.org/10.1111/bjet.12864

Hoya, F. (2019). *Feedback aus der Sicht von Kindern und Lehrkräften*. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden. https://doi.org/10.1007/978-3-658-23129-3

Kulik, J. A. & Fletcher, J. D. (2016). Effectiveness of Intelligent Tutoring Systems. *Review of Educational Research*, *86*(1), 42–78. https://doi.org/10.3102/0034654315581420

Narciss, S. (2018). Feedbackstrategien für interaktive Lernaufgaben. In S. Kracht, A. Niedostadek & P. Sensburg (Hrsg.), *Praxishandbuch Professionelle Mediation* (Springer Reference Psychologie, S. 1–24). Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-662-54373-3_35-1

Niegemann, H. & Heidig, S. (2020). Interaktivität und Adaptivität in multimedialen Lernumgebungen. In H. Niegemann & A. Weinberger (Hrsg.), *Handbuch Bildungstechnologie* (S. 343–367). Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-662-54368-9_33

Schiefele, U., Köller, O. & Schaffner, E. (2018). Intrinsische und extrinsische Motivation. In D. H. Rost, J. R. Sparfeldt & S. Buch (Hrsg.), *Handwörterbuch Pädagogische Psychologie* (5., überarbeitete und erweiterte Auflage). Weinheim: Beltz.

Schwanzer, A. D. (2002). *Entwicklung und Validierung eines deutschsprachigen Instruments zur Erfassung des Selbstkonzepts junger Erwachsener* (Max-Planck-Institut für Bildungsforschung, Hrsg.) (Materialien aus der Bildungsforschung 74). Berlin.

Venkatesh, V. & Bala, H. (2008). Technology acceptance model 3 and a research agenda on interventions. *Decision Sciences: DS*, *39*(2), 273–315. https://doi.org/10.1111/j.1540-5915.2008.00192.x

Venkatesh, V. & Davis, F. D. (2000). A Theoretical Extension of the Technology Acceptance Model: Four Longitudinal Field Studies. *Management Science*, *46*(2), 186–204. https://doi.org/10.1287/mnsc.46.2.186.11926

Voermanek, J. (2021). *Unterscheiden sich Akzeptanz und Motivation bei Lernenden in einer intelligenten versus einer passiven Online-Lernumgebung?* (Unveröffentlichte Bachelorarbeit), FernUniversität in Hagen.

Wilde, M., Bätz, K., Kovaleva, A. & Urhahne, D. (2009). Überprüfung einer Kurzskala intrinsischer Motivation (KIM). *Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften*, *2009*(15: 31-45.). Verfügbar unter: https://archiv.ipn.uni-kiel.de/zfdn/pdf/15_Wilde.pdf

Zech, F. (2002). *Grundkurs Mathematikdidaktik: theoretische und praktische Anleitungen für das Lehren und Lernen von Mathematik.* Weinheim, Germany: Beltz Verlag.

Dirk Weber

Bergische Universität Wuppertal, dweber@uni-wuppertal.de

Subjektive Theorien von Lehrkräften zur Förderung von Kindern mit besonderen Schwierigkeiten beim Mathematiklernen unter Nutzung digitaler Medien und hybrider Lernarrangements

Der Beitrag geht der Frage nach, welche Subjektiven Theorien Grundschullehrkräfte hinsichtlich individueller Förderung von Kindern mit besonderen Schwierigkeiten beim Mathematiklernen unter Nutzung digitaler Medien und hybrider Lernarrangements besitzen. Die Rekonstruktion ihrer überindividuellen Inhalts-Struktur-Kombinationen offenbart vorhandene fachdidaktische Prägungen zum Einsatz digitaler Medien in einem fördernden Mathematikunterricht.

1. Einleitung

Häufigkeitsangaben für Lernschwierigkeiten im Mathematikunterricht der Grundschule divergieren je nach Definition, gleichwohl bedarf ein auffallend großer Teil der Schüler*innen zusätzlicher Förderung (Käpnick & Benölken, 2020). In der Mathematikdidaktik etablieren sich hierzu Begriffe wie „besondere Schwierigkeiten beim Mathematiklernen" (kurz: bSbM) (Gaidoschik et al., 2021). „Gravierende und anhaltende Schwierigkeiten beim Erwerb zentraler [vor allem arithmetischer] Inhalte im Fach Mathematik" (Gaidoschik et al., 2021, S. 4) gehen einher mit individuellen Profilen möglicher Erscheinungsformen sowie vielschichtigen Risikofaktoren für deren Entstehung (Käpnick & Benölken, 2020), sodass eine möglichst frühzeitige prozessorientierte Diagnostik und Förderung als sinnvoll gilt (Gaidoschik et al., 2021). Neben Herausforderungen individueller und gemeinsamer Förderung im Mathematikunterricht stehen Lehrkräfte laut Lehrplan für die Primarstufe explizit vor der Aufgabe, „Medienbildung und Bildung für die digitale Welt" (Ministerium f. Schule u. Bildung des Landes NRW, 2021, S. 74), auch unter Nutzung „digitaler Werkzeuge" (Ministerium f. Schule u. Bildung des Landes NRW, 2021, S. 78) zu berücksichtigen. Obwohl sich fachdidaktische Forschungen Potenzialen virtueller Arbeits- und Anschauungsmittel zur Umsetzung inklusiver Bildung (Walter & Dexel, 2020) oder Mathematikunterricht über Distanzen in Bezug auf eine individuelle Förderung (Weber & Auhagen, 2021) widmen, berücksichtigte der praktizierte digitale oder auch hybride Mathematikunterricht die Lernbedarfe leistungsschwächerer Lernender noch zu wenig (Schult et al., 2021). Trotz fachdidaktischer Orientierungen werden Organisation und Durchführung von digital-gestützten Lernangeboten gleichfalls durch Subjektive Theorien (kurz: STn) von Lehrkräften im Sinne handlungsleitender Weltsichten beeinflusst (Groeben & Scheele, 2010), die insbesondere für die Umsetzung ‚neuer Unterrichtsideen' als bedeutsam gelten (Fullan, 2008). Die skizzierte Problemlage legt nahe, dass im Kontext digitaler Transformationen des Mathematikunterrichts für eine gelingende individuelle Förderung von Kindern mit bSbM einerseits Wissen um Lernschwierigkeiten als auch Kompetenzen zu deren Erfassung und Methoden ihrer Förderung (Benölken, 2017) sowie STn als Teil von Wertehaltungen und Überzeugungen von Lehrkräften (Baumert & Kunter, 2011) relevant scheinen, woran sich ein entsprechendes Desiderat eröffnet. Im Folgenden wird eine explorative Studie vorgestellt, deren Ziel in der Rekonstruktion STn von Lehrkräften zur Förderung von Kindern mit bSbM unter Nutzung digitaler Medien und hybrider Lernarrangements[11] liegt. Ausgehend von der Zielstellung sollen die folgenden Fragen beantwortet werden:

(1.) Welche STn besitzen Grundschullehrkräfte über die Förderung von Kindern mit bSbM unter Nutzung digitaler Medien und hybrider Lernarrangements?

(2.) Welche überindividuellen Inhalts-Struktur-Kombinationen lassen sich identifizieren?

(3.) Welche Konsequenzen lassen sich für die Professionalisierung von Lehrkräften sowie für die Diagnostik und Förderung von Kindern mit bSbM unter Nutzung digitaler Medien und hybrider Lernarrangements ableiten?

2. Theoretische Hintergründe

2.1 Subjektive Theorien

Im Sinne eines epistemologischen Menschenbilds bilden Reflexivität, Selbstbestimmtheit und Fähigkeit des Individuums zur Selbsterkenntnis den forschungstheoretischen Ausgangspunkt des Konstrukts von STn, die nach Groeben und Scheele „in Parallelität" (2010, S. 152) zu wissenschaftlichen Theorien des Erkenntnissubjekts definiert werden können als

> die komplexen reflexiven Kognitionen, die als Sinndimension des Handelns für das EO [Erkenntnisobjekt] die Funktionen der Erklärung, Prognose und Handlungsleitung erfüllen, […].

Außerdem ist der Mensch in der Lage, seine STn als „subjektive intentionale Sinndimension des Handelns" (Scheele, 2010, S. 153) zu kommunizieren. Während hinsichtlich des verwandten Konstrukts sog. Beliefs z.T. definitorische Schwierigkeiten bestehen (Bräunling, 2016), lassen sich wesentliche Merkmale von STn eindeutig bestimmen (Wahl, 2013), wobei der Handlungsbegriff hier als absichtsvolles und zielgerichtetes Verhalten zu verstehen ist (Eichler, 2005). Mit Blick auf die Bedeutung für professionelles Handeln von Lehrkräften ist zu betonen, dass STn zwar als individuell und relativ stabil gelten (Wahl, 2013), STn mittlerer und großer Reichweite (z.B. Theorien, Vorstellungen und Argumentationsstrukturen zum

[11] Um Aspekte eines digital-gestützten Mathematikunterrichts in den STn von Lehrkräften möglichst umfassend abbilden zu können, wurden die Begriffe „digitale Medien" und „hybride Lernarrangements" gewählt, die bspw. digitale Werkzeuge und virtuelle Arbeits- und Anschauungsmittel sowie face-to-face- und Onlinephasen über Distanzen berühren.

Lehren und Lernen) durch wissenschaftliche Theorien schneller modifiziert werden können als die geringer Reichweite, die insbesondere eine handlungsleitende Funktion in Drucksituationen begleiten (Wahl, 2013). So besitzen STn (mind. implizite) über Kausalzusammenhänge verknüpfte Argumentationsstrukturen, deren Rekonstruktion zur Optimierung professionellen Handelns und Gestaltung von Fortbildungsinhalten, etwa zu Anforderungen im Umgang von Lernschwierigkeiten im Mathematikunterricht der Grundschule (Kap. 2.2), genutzt werden können (Guder, 2002). So lässt sich mit Groeben und Scheele (2010, S. 157) der mögliche Erkenntnisgewinn von STn folgendermaßen umreißen:

> […] zum einen die Möglichkeit, dass STn dort, wo es noch keine (zureichend) ausgearbeiteten „objektiven" Theorien gibt, als Heuristik eingesetzt werden; in diesem Fall lernen sozusagen die ES [Erkenntnissubjekte] von den EO [Erkenntnisobjekten]. Zum anderen ist aber selbstverständlich auch der komplementäre Fall möglich und angestrebt, dass die Subjektiven Theoretiker/innen von den wissenschaftlichen Theorien lernen: dort, wo diese weiter und rationaler ausgearbeitet sind.

Ausgehend von jenen Grundannahmen besteht Konsens, dass STn im Dialog-Konsens aktualisier- und rekonstruierbar sowie durch Beobachtungen überprüfbar sind (Scheele, 2010), wodurch sich bereits eine „methodische Weichenstellung" (Eichler, 2005, S. 92) einer zweiphasigen Validierung von STn aufdrängt. Idealtypisch sind mit der Erhebung und Analyse von STn auf Ebene kommunikativer Validierung unterschiedliche Varianten von Struktur-Lege-Techniken verbunden (Kap. 3.1). Zusammengefasst bilden STn das „Bindeglied zwischen dem Theoriewissen von Lehrkräften und ihrem Unterrichtshandeln" (Bräunling, 2016, S. 56).

2.2 Besondere Schwierigkeiten beim Mathematiklernen

In Anbetracht unterschiedlicher Begrifflichkeiten und Definitionen von Lernschwierigkeiten im Fach Mathematik (Käpnick & Benölken, 2020) wird im Rahmen dieses Beitrags ausschließlich auf jüngere mathematikdidaktische Forschungen Bezug genommen, die individuelle Lernhistorien von Kindern in Diagnostik und Förderung betonen (Gaidoschik et al., 2021). Einhergehend können so über intrapersonale Einflussfaktoren zur Entstehung von bSbM hinweg gleichfalls interpersonale Faktoren berücksichtigt werden, wobei sich bSbM an wesentlichen Inhaltsbereichen des arithmetischen Basisstoffs dokumentieren lassen, deren Ausprägungen individuell sind. In der Grundschule betreffen bSbM das (i) Verständnis natürlicher Zahlen, (ii) Verständnis des dezimalen Stellenwertsystems sowie das (iii) Verständnis von Rechenoperationen, deren „möglichst frühzeitige und fachlich substanzielle Erfassung" (Gaidoschik et al., 2021, S. 4) in oder auch außerhalb des Klassenunterrichts die Voraussetzung und den Ausgangspunkt individueller Förderung bildet. Grundlegend lässt sich eine (a) prozessorientierte Erfassung vom (b) Einsatz standardisierter Testverfahren mit in aller Regel quantitativer Ausrichtung unterscheiden. Dem erst genannten Zugang kann in der unterrichtlichen Praxis im Sinne der zu Beginn angedeuteten mathematikdidaktischen Grundposition eine besondere Relevanz zugestanden werden, da dort prozessorientiert-denkanalytische Ansätze fokussiert werden (z.B. diagnostische Interviews anhand offener Aufgaben), die einerseits Auskunft über individuelle Ursachen von bSbM und andererseits unmittelbare Anknüpfungspunkte zur Förderung liefern. Für eine mathematische Förderung, die gleichfalls den Zweck einer Prävention der Entwicklung von bSbM erfüllt, gilt prinzipiell, dass sie „immer am Basisstoff, produktiv, am Fach und am Kind ausgerichtet“ (Gaidoschik et al., 2021, S. 9) sein sollte. Konkret lassen sich die folgenden Prinzipien ‚guten Mathematikunterrichts‘ etwa mit Gaidoschik et al. (2021) als Orientierung zur Gestaltung einer unterrichtsintegrierten oder zusätzlichen Prävention und Förderung außerhalb des Klassenunterrichts von bSbM heranziehen, um „nachhaltig und gezielt die Aneignung des Basisstoffs zu unterstützen“ (Gaidoschik et al., 2021, S. 9): (I) Durchgehende Verstehensorientierung, beispielsweise „die Einsicht in grundlegende Strukturen der Arithmetik“ (Gaidoschik et al., 2021, S. 10); (II) Prinzip des aktiv-entdeckenden Lernens, beispielsweise das selbständige Lösen von Problemstellungen durch die Lernenden; (III) Prinzip des ganzheitlichen Lernens, das Erschließen von Zusammenhängen und Strukturen statt Zerlegung des arithmetischen Lerninhalts in seine kleinsten Teile; (IV) Unterstützung beim Aufbau von Basisfakten, als automatisierendes Üben nach der Entfaltung notwendiger Verstehensgrundlagen beim Lernenden; (V) Einsatz von Arbeits- und Anschauungsmitteln; (VI) Lernen im Diskurs, als „Kommunizieren und Argumentieren [der Lernenden] über ihr mathematisches Tun“ (Gaidoschik et al., 2021, S. 12).

3. Die Studie

Anknüpfend an die vorgestellten Handlungsempfehlungen zur Förderung von Kindern mit bSbM ist das Ziel der hier dargestellten explorativen Studie die Rekonstruktion STn von Lehrkräften zur Förderung von Kindern mit bSbM unter Nutzung digitaler Medien und hybrider Lernarrangements.

3.1 Anmerkungen zur Methode und zur Auswertung

Da die Rekonstruktionsstudie von Guder (2002) zu STn von Grundschullehrkräften zu Lernschwierigkeiten im Mathematikunterricht auf Validierung der entstandenen Strukturbilder durch die Interviewteilnehmenden verzichtete, wurde mit Blick auf das leitende Prinzip des Dialog-Konsens (Scheele & Groeben, 2010) eine methodische Variation der kommunikativen Validierung für die hier berichtete Studie gewählt. Die Siegener Variante der Struktur-Lege-Sitzung (Kindermann & Riegel, 2016) zeichnet sich vor dem Hintergrund eines qualitativen Forschungsansatzes durch die Öffnung des Regelwerks (z.B. Gestaltung von Inhaltskarten) und Flankierung des Strukturlegebilder durch weitere Daten (z.B. Videografie der Struktur-Lege-Sitzungen) aus. In Anlehnung an Kindermann (2017) wurde mit den teilnehmenden Lehrpersonen ein problemzentriertes Interview geführt, wobei seine inhaltliche Ausrichtung an bSbM (Kap. 2.2) angepasst wurde. Die Interviews wurden zum Zweck der Gestaltung von Inhaltskarten im Sinne der zusammenfassenden Inhaltsanalyse durch den Forschenden ausgewertet. Im Anschluss wurden der Siegener Struktur-Lege-Sitzung entsprechend im Dialog-Konsens strukturelle Beziehungen von STn der Lehrkräfte erhoben (für ein Beispiel s. Abb. 1). Auf individueller Ebene wurden die STn ideographisch analysiert, um thematische Einheiten (sog. Cluster) zu identifizieren. Diese Cluster wurden anschließend inhaltlich beschrieben, ihre innere Logik anhand von verwendeten Strukturkarten identifiziert und letztlich Beziehungen zwischen den einzelnen Clustern, flankiert durch den Schlusskommentar der Lehrpersonen, hergestellt. Die so entstandene Clusterkarte (für ein Beispiel s. Abb. 2) stellt ein „Abstract über die [ST]" (Kindermann, 2017, S. 21/ Absatz 39) der Lehrperson dar. Um ferner überindividuelle Thematiken und Strukturen zwischen den einzelnen Clusterkarten rekonstruieren zu können, wurden im Sinne nomothetischer Analyse übergreifende Inhalts-Struktur-Kombinationen identifiziert, bestimmende Inhalte sowie thematische Gemeinsamkeiten bestimmt, und mathematikdidaktische Prägungen der Lehrpersonen zur Förderung von Kindern mit bSbM (z.B. Verstehensorientierung) unter Nutzung digitaler Medien und hybrider Lernarrangements rekonstruiert.

3.2 Anmerkungen zur Auswahl der Befragten und zu Rahmenbedingungen

Insgesamt nahmen acht Grundschullehrkräfte eines Kollegiums an der vorliegenden Studie teil (Durchschnittsalter 46 Jahre, durchschnittliche Berufserfahrung im Fach Mathematik in der Grundschule 15 Jahre). Die problemzentrierten Interviews wurden über Distanzen mithilfe einer Videokonferenzsoftware geführt und aufgezeichnet. Die Länge der Interviews von ca. 40 min ist in allen Fällen vergleichbar. Die anschließende Struktur-Lege-Sitzung (im Schnitt 60–90 min) fand im Abstand von maximal fünf Tagen zum Interview in den Räumlichkeiten der Schule statt. Pro Interview konnten durchschnittlich ca. 75 Inhaltskarten gestaltet werden, von denen etwa ein Fünftel durch die Lehrkräfte in den Struktur-Lege-Sitzungen aussortiert wurden.

4. Ergebnisse

Im Folgenden wird exemplarisch die Rekonstruktion der ST der Lehrkraft 5 (L5) berichtet, um das über alle Fälle angewandte methodische Vorgehen zu explizieren. Die daraus rekonstruierten Clusterkarten dienten in der Gesamtanalyse der Identifikation überindividueller Inhalts-Struktur-Kombinationen.

4.1 Die Subjektive Theorie von L5

Im Struktur-Lege-Bild der L5 (Abb. 1) finden sich acht verschiedene Überschriften, wobei sieben als Cluster optisch und durch den Abschlusskommentar der Lehrkraft identifiziert werden konnten. In ihrer ST ordnet L5 „Ziele des Mathematikunterrichts" (z.B. „Verstehensorientierung") zunächst chronologisch an erster und bildlich an übergeordneter Stelle an, aus deren Konsequenz eine „Diagnostik" notwendig wird, die individuelle Ausprägungen von bSbM und Lernbedarfe von Kindern mit bSbM berücksichtigt („Diagnostik während der Bearbeitung von Aufgaben"). Innerhalb dieser Argumentationsstruktur finden sich Hinweise auf die

Berücksichtigung des „Lernstands“ der Kinder sowie auf diesen „zugeschneiderte Lernangebote“ im Sinne der individuellen Zone der nächsten Entwicklung.

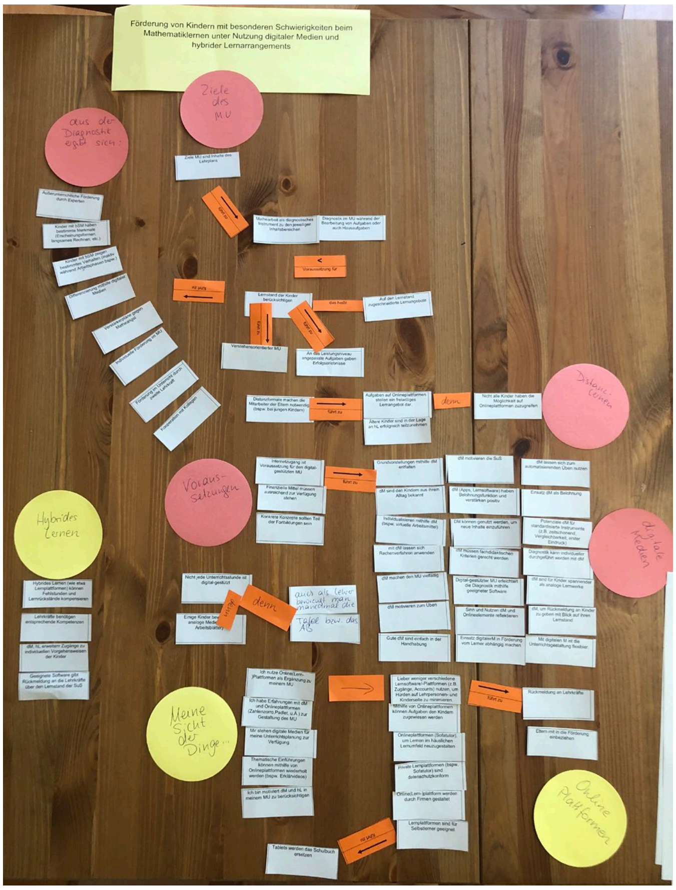


Abbildung 1: Analoges Struktur-Lege-Bild der L5.

Im weiteren Verlauf fokussiert L5 in ihrer ST vor allem mögliche Aspekte eines digital-gestützten Mathematikunterrichts, die jedoch nicht durch Strukturkarten miteinander verbunden sind. Daraufhin widmet sich L5 dem Cluster „Hybrides Lernen“ und „Distanzlernen“. Trotz der räumlichen Entfernung beider Cluster im Struktur-Lege-Bild wird hier eine konzeptuelle Vermischung beider Elemente angedeutet. Hybrides Lernen bezieht L5 vor allem auf den Einsatz von Lernplattformen und Distanzlernen auf eine „freiwilliges Lernangebot“ im häuslichen Umfeld, das wiederum durch „Onlineplattformen“ umgesetzt wird. Zentral und im Vergleich zu den anderen Clustern überaus umfangreich stehen „Digitale Medien“, deren Einsatz im Mathematikunterricht von Rahmenbedingungen (z.B. Konzepte und Ressourcen) abhängig gemacht wird. Dem Cluster „Digitale Medien“ ordnet L5 mit Blick auf bSbM nun verschiedenste mögliche Vorzüge zu. Prädominant sind „automatisierendes Üben“, „standardisierte Instrumente“ zur Diagnostik sowie affektive („spannend“; „Belohnung“) und „individualisierende“ Aspekte von digitalen Medien (z.B. Einsatz „virtueller Arbeitsmittel“). Motivationale Orientierungen und eigene Erfahrungen der L5 mit digitalen Medien im Mathematikunterricht finden sich im Cluster „Meine Sicht der Dinge …“, wobei hier insbesondere Onlineplattformen“ den Inhalt bestimmen, sodass abschließend hierzu ein weiteres

Cluster abgebildet wird. Die Clusterkarte von L5 stellt die Zusammenfassung ihrer ST zur Förderung von bSbM unter Nutzung digitaler Medien und hybrider Medien dar (Abb. 2).

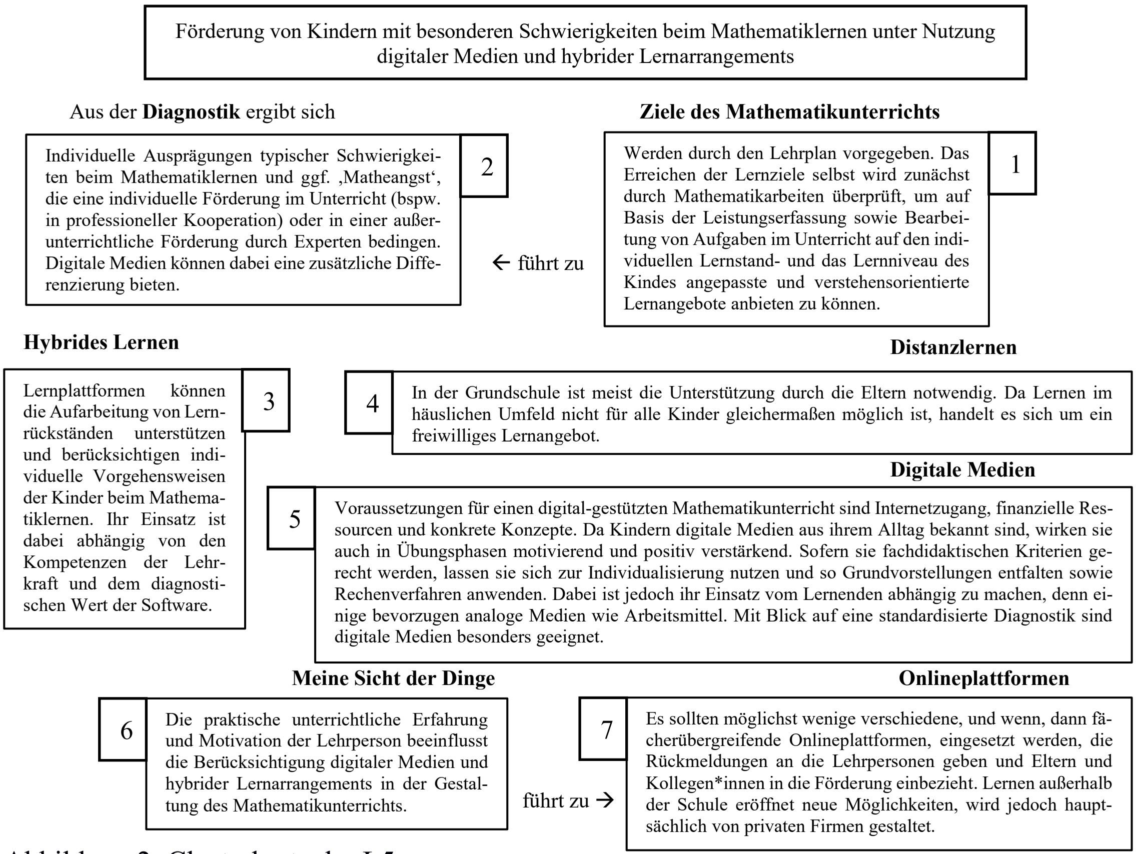


Abbildung 2: Clusterkarte der L5.

Bestimmende Inhalte der ST der L5 bilden zusammengefasst Ziele des Mathematikunterrichts, die Vernetzung inner- und außerschulischen Lehrens und Lernens, praktische Erfahrungen mit digitalen Medien und Formaten hybrider Lernarrangements (z.B. Onlineplattformen), Rahmenbedingungen, Diagnostik sowie eine individuelle Förderung von Kindern mit bSbM, wobei letztgenannter Aspekt sich nicht als Cluster im Struktur-Lege-Bild wiederfindet. Im Schlusskommentar (3:24 min) gibt L5 jedoch zu verstehen:

> Die Förderung findet sich hier überall wieder. Ich habe dafür jetzt keinen Extra-Punkt für genommen, weil ich die ja im Unterricht immer so quasi einbaue.

Maßgebendes Ordnungsprinzip bilden in der ST von L5 digitale Medien und Formate hybrider Lernarrangements sowie ihre Potenziale für die Gestaltung des Mathematikunterrichts und einhergehend der individuellen Diagnose und Förderung von Kindern mit bSbM. In Bezug auf Orientierungen zur Prävention, Erfassung von bSbM und Förderung von Kindern mit bSbM (Kap. 2.2) werden in den Denkmustern und fachdidaktischen Prägungen von L5 (I) Verstehensorientierung, (II) Prinzip des aktiv-entdeckenden Lernens, (IV) Unterstützung beim Aufbau von Basisfakten (vor allem als automatisierendes Üben) und (V) Einsatz von Arbeits- und

Anschauungsmitteln (hier vor allem virtuelle Arbeitsmittel) angedeutet sowie Bezüge zur (a) prozessorientierten und (b) standardisierten Erfassung von bSbM hergestellt.

4.3 Lehrpersonenübergreifende Inhalts-Struktur-Kombinationen

Die Eindrücke aus den übrigen Struktur-Lege-Sitzungen geben Hinweise auf das überindividuelle Ordnungsprinzip von „Digitale Medien und ihre Potenziale" zur Gestaltung des (eigenen) Mathematikunterrichts respektive einer individuellen Förderung von Kindern mit bSbM. Jedoch lässt sich dieses Ordnungsprinzip nicht in STn von drei Lehrpersonen wiederfinden, die zum Zeitpunkt der Erhebung noch wenig oder keine Erfahrungen mit digitalen Medien im Mathematikunterricht gemacht hatten. Das nicht abgedruckte umfangreiche Datenmaterial der übrigen Struktur-Lege-Sitzungen weist auf ein ähnliches Gesamtbild hinsichtlich bestimmender Inhalte und fachdidaktischer Prägungen hin. Bestimmende überindividuelle Inhalte der rekonstruierten STn der Lehrkräften sind *Ziele des Mathematikunterrichts*, die *Vernetzung inner- und außerschulischen Lehrens und Lernens*, *praktische Erfahrungen mit digitalen Medien und hybriden Lernarrangements* sowie *Rahmenbedingungen* und *individuelle Förderung im Mathematikunterricht*. Während sich in der dargestellten Rekonstruktion der ST der L5 und z.T. auch anderer Lehrkräfte eine Vielzahl von Prinzipien eines ‚guten Mathematikunterrichts', die gleichfalls Orientierungen zur Prävention und Förderung von Kindern mit bSbM geben, bestimmen lassen, können überindividuell mindestens (I) Verstehensorientierung, (IV) Unterstützung beim Aufbau von Basisfakten, als automatisierendes Üben und (V) Einsatz von Arbeits- und Anschauungsmitteln identifiziert werden. Dagegen finden sich in den Denkmustern der Lehrpersonen im Vergleich zum (b) Einsatz standardisierter Testverfahren z.T. nur schemenhaft Hinweise auf eine unterrichtsintegrierte (a) prozessorientierte Erfassung von bSbM (z.B. anhand der Bearbeitung offener Aufgaben).

5. Diskussion

Vor dem Hintergrund der Forschungsfragen wurden (zu 1.) mithilfe der Siegener Variante der Struktur-Lege-Sitzung (Kindermann & Riegel, 2016) STn von Lehrpersonen zur Förderung von Kindern mit bSbM unter Nutzung digitaler Medien und hybrider Lernarrangements rekonstruiert und in Clusterkarten zusammengefasst, um (zu 2.) überindividuelle Inhalts-Struktur-Kombination identifizieren zu können. Es kann positiv festgehalten werden, dass sich durchaus Hinweise auf fachdidaktische Prinzipien zur Förderung von Kindern mit bSbM (Gaidoschik et al., 2021) in den STn der befragten Lehrkräfte finden (Kap. 4.3). Nichtsdestotrotz ist eine fachlich-inhaltliche Logik mit Blick auf wesentliche Inhaltsbereiche des arithmetischen Basisstoffs (Kap. 2.2; i: Verständnis natürlicher Zahlen, ii: des dezimalen Stellenwertsystem; iii: der Rechenoperationen) in den STn nur schemenhaft erkennbar, sodass sich die Frage anschließt, auf welche Inhalte die befragten Lehrkräfte eine Diagnose und Förderung überhaupt beziehen. Auch eine prozessorientierte Erfassung von Kindern mit bSbM, die im fachdidaktischen Sinne eine besondere Relevanz besitzt, konnte nicht als überindividuelles Denkmuster in den STn bestimmt werden. Vor dem Hintergrund des identifizierten Ordnungsprinzips „Digitale Medien und ihre Potenziale“ für deren Einsatz im Mathematikunterricht und in Rückbezug auf eine in der Problemlage skizzierte Notwendigkeit von Wissen um Lernschwierigkeiten sowie Kompetenzen zu deren Erfassung und Förderung (z.B. Benölken, 2017) rückt eine Professionalisierung von Lehrkräften in den Vordergrund, die erweiterte Anforderungen einer Umsetzung digital-gestützten Mathematikunterrichts zur Förderung von Kindern mit bSbM berücksichtigt. Mit Groeben und Scheele (2010, S. 158) lässt sich hierzu umreißen:

> Wie in der Aktionsforschung sind die Problemstellungen der Betroffenen der (einzig) legitime Ausgangspunkt für die intendierte Verbesserung der STn (und ihrer Handlungsleitung).

Vor dem Hintergrund der Forschungsfrage (3.), welche Vorschläge sich aus unterrichtlicher Perspektive für Praxis und Forschung eröffnen, kann daher festgehalten werden, dass einerseits im Rahmen der Professionalisierung von Lehrkräften, diese aktiv zum Einsatz digitaler Medien und hybriden Lernarrangements ermutigt werden und anderseits jüngere fachdidaktische Forschungen und Orientierungen zur prozessorientierten Diagnose und Förderung respektive Prävention von bSbM aufgegriffen werden sollten. Eine Kombination methodischer und inhaltlicher Ebenen mag lohnenswert sein, um STn durch objektive Theorien nachhaltig zu ersetzen. Während hierzu in der ersten Phase der Lehramtsbildung bereits Projekte umgesetzt werden (Beumann & Weber, 2022), sind entsprechende Konzeptualisierungen für Fortbildungen wünschenswert. Die Rekonstruktion STn von Lehrenden eröffnet zusammengefasst der fachdidaktischen Forschung eine unterrichtliche Perspektive auf Fragen um den Einsatz digitaler Medien und Formate hybrider Lernarrangements zur Förderung von Kindern mit bSbM. In Bezug auf die Belastbarkeit der Studienergebnisse ist deren thesenhafter Charakter zu betonen, der sich schon aus den Limitationen des explorativen Studiendesigns ergibt, etwa hinsichtlich Fragen nach der Vergleichbarkeit der Interpretationen oder nach sozialer Erwünschtheit. Zudem wurde auf den Schritt einer explanativen Validierung der STn verzichtet. Daher bleibt offen, ob es sich bei den rekonstruierten STn tatsächlich um handlungsleitende Orientierungen zur Förderung von Kindern mit bSbM unter Nutzung digitaler Medien handelt, wenngleich die Siegener Variante der Struktur-Lege-Sitzung gegenüber stark rationalisierten Forschungszugängen sich insbesondere an der inneren Logik der EO orientiert. Auch wenn mit Blick auf die hier angedeuteten STn mittlerer Reichweite (Kap. 2.1) in der Forschung häufig auf eine explanative Validierung (z.B. in Form von Unterrichtsbeobachtungen) verzichtet wird, eröffnen sich entsprechende Anschlussuntersuchungen, die überdies über mehr als ein Kollegium ausgeweitet werden könnten.

Literatur:

Baumert, J. & Kunter, M. (2011). Das Kompetenzmodell von COACTIV. In M. Kunter, J. Baumert, W. Blum, U. Klusmann, S. Krauss & M. Neubrand (Hrsg.), *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften – Ergebnisse des Forschungsprogramms* COACTIV (S. 29–54). Waxmann. https://doi.org/10.1007/978-3-658-00908-3_13

Benölken, R. (2017). Mathematikdidaktische Perspektiven auf inklusiven Unterricht. Potenziale von Enrichmentformaten als möglicher Baustein. In C. Fischer, C. Fischer-Ontrup, F. Käpnick, F.-J. Mönks, N. Neuber & C. Solzbacher (Hrsg.), *Potenzialentwicklung, Begabungsförderung, Bildung der Vielfalt* (Teil II; S. 29–44). Waxmann.

Beumann, S. & Weber, D. (2022). Lehr-Lern-Labore an der Bergischen Universität Wuppertal – Einblicke in aktuelle Projekte. *GDM-Mitteilungen, 113,* 38–43.

Eichler, A. (2005). *Individuelle Stochastikcurricula von Lehrerinnen und Lehrern*. Franzbecker.

Fullan, M. (2008). *The new meaning of educational change* (4. Aufl.). Routledge.

Gaidoschik, M., Moser Opitz, E., Nührenbörger, M. & Rathgeb-Schnierer, E. (2021). Besondere Schwierigkeiten beim Mathematiklernen. *Special Issue der Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik, 47*(111S).

Groeben, N. & Scheele, B. (2010). Das Forschungsprogramm Subjektive Theorien. In G. Mey & K. Mruck (Hrsg.), *Handbuch Qualitative Forschung in der Psychologie* (S. 151–165). VS-Verlag. https://doi.org/10.1007/978-3-531-92052-8_10

Guder, K.-U. (2002). *Sichtweisen zu Lern- und Leistungsschwierigkeiten im Mathematikunterricht der Grundschule.* Franzbecker. https://doi.org/10.1007/BF03338961

Käpnick, F. & Benölken, R. (2020). *Mathematiklernen in der Grundschule* (2. Aufl.). Springer Spektrum. https://doi.org/10.1007/978-3-662-60872-2

Kindermann, K. (2017). *Die Welt als Klassenzimmer – Subjektive Theorien von Lehrkräften über ausserschulisches Lernen*. transcript. https://doi.org/10.1515/9783839440209

Kindermann, K. & Riegel, U. (2016). Subjektive Theorien von Lehrpersonen. Variationen und methodische Modifikation eines Forschungsprogramms. *Forum Qualitative Sozialforschung / Forum: Qualitative Social Research, 17*(2), Art. 1. https://doi.org/10.17169/fqs-17.2.2486

Schult, J., Mahler, N., Fauth, B. & Lindner, M.A. (2021). Did Students Learn Less During the COVID-19 Pandemic? Reading and Mathematics Competencies Before and After the First Pandemic Wave. *PsyArXiv*. https://doi.org/10.31234/osf.io/pqtgf

Scheele, B. & Groeben, N. (2010). Dialog-Konsens-Methoden. In: G. Mey & K. Mruck (Hrsg.), *Handbuch Qualitative Forschung in der Psychologie* (S. 506–523). VS Verlag. https://doi.org/10.1007/978-3-531-92052-8_36

Wahl, D. (2013). *Lernumgebungen erfolgreich gestalten: Vom trägen Wissen zum kompetenten Handeln*. Julius Klinkhardt Verlag.

Walter, D. & Dexel, T. (2020). Heterogenität im Mathematikunterricht der Grundschule mit digitalen Medien begegnen? Eine fachdidaktische Perspektive auf Potentiale digital gestützten Mathematikunterrichts in der Grundschule. *Zeitschrift für Grundschulforschung, 13,* 65–80. https://doi.org/10.1007/s42278-019-00071-6

Weber, D. & Auhagen, W. (2021). Potenzialorientierte Förderung im Mathematikunterricht der Grundschule an der Schnittstelle von Inklusion und Digitalisierung. *Pädagogische Horizonte, 5*(2), 75–101.

Juliane Wefers

Universität Bielefeld, juliane.wefers@uni-bielefeld.de

Interaktive Lernvideos zur Multiplikation - individuelle Nutzungspfade von Grundschulkindern

*Dieser Beitrag beschäftigt sich mit einem Thema von hoher Aktualität. Es wird eine explorative Vorstudie vorgestellt, in der Kinder mit interaktiven oder linearen Videos gearbeitet haben. Zunächst wird auf Lern-, Erklär- und Entdeckervideos und deren Beurteilungsmöglichkeiten eingegangen. Daraus ableitend werden die für diese Arbeit generierten interaktiven Lernvideos vorgestellt und definiert. Die interaktiven Videos selbst thematisieren Grundvorstellungen der Multiplikation, als wiederholte Addition gleicher Summanden. Infolge der aufgeführten Vorteile, werden die Ergebnisse der Pilotierung vorgestellt. Es geht dabei um die Erprobung der interaktiven Elemente und die Weiterentwicklung des Versuchsdesigns. Untersucht wurden einerseits die sich ergebenden Nutzungspfade, welche die Kinder bei der Bearbeitung der Videos gewählt haben, andererseits wurde der Lernerfolg der Schüler*innen mit Hilfe eines Prä-/Posttest – im Paper-Pencil-Format – identifiziert. Nach dem Darstellen der Ergebnisse und deren Interpretation schließt der Beitrag mit einem Ausblick auf mögliche zukünftige Forschungsinteressen.*

Lern-, Erklär- und Entdeckervideos

Videos werden im Distanzunterricht verstärkt genutzt, mit dem Ziel komplexe Inhalte *spielerisch* zu vermitteln, mit verständlicher Sprache und einem einfachen Satzbau (vgl. Arnold & Zech 2019, 10). Aber das bloße Integrieren und Einbinden von einem Video im Unterricht führt nicht automatisch zu Lernerfolg. Videos dürfen nicht auf ein Unterhaltungsmedium reduziert werden, da diese eine geringe Elaborationstiefe zur Folge hat und keine intensiven Lernerfahrungen gemacht werden können (vgl. Merkt & Schwan 2016). Die individuelle Bedeutsamkeit eines Videos für den Zuschauer wird ermöglicht, durch die große thematische Vielfalt, da sie, exemplarisch im schulischen Kontext, in jedem Fach Einsatz finden können (Brehmer & Becker 2017).

Doch Video ist nicht gleich Video, es gibt verschiedene Formen von Videos. Die Begriffe Lern-, Erklär-, Entdeckervideos sind unzureichend abzugrenzen und werden oft synonym verwendet. Diese Typen von Videos haben gemeinsame Merkmale, die Videos können segmentiert werden, durch das Starten, Stoppen und Spulen und sie definieren sich durch ihre Dauer. Diese beiden Merkmale sind unterschiedlich ausgeprägt, aber werden bei den Definitionen aller drei Videotypen aufgeführt. Hasler et al. (2007) verweisen darauf die kognitive Belastung zu reduzieren, um mehr verarbeiten zu können. Dies kann dadurch erreicht werden, das Video zu pausieren, beziehungsweise zu segmentieren. Bewirkt wird dies durch das Vermeiden von Abschweifungen, mit Hilfe einer klaren Fokussierung auf den

Kerngedanken (vgl. Kulgemeyer 2020). Neben dem Verringern der kognitiven Belastung durch Segmentierungen, ist auch die Dauer eines Videos von Belang. In diesem Kontext legen Guo et al. (2014) dar, dass die Engagementzeit beim Betrachten eines Videos nach 6 Minuten stark abnimmt, was wiederum ein Hinweis auf eine anzustrebende Dauer von Videos ist. Entdeckervideos werden oft über ihre Dauer definiert, die 3 bis 4 Minuten nicht übersteigt (Römer i.V.). Auch andere Autoren und Autorinnen bestätigen, dass Erklärvideos circa 3 Minuten lang sind (vgl. Merkt & Schwan 2016). Bei Lernvideos sind in der Literatur sehr konträre Meinungen zur idealen Dauer zu finden.

Neben diesen beiden – der Segmentierung und der Dauer - gut vergleichbaren Aspekten, werden die Videos unterschiedlich dargestellt. Dies deutet darauf hin, welche Aspekte die Autoren bei ihren beschriebenen Videos fokussieren. Entdeckervideos bauen eine Entdeckerhaltung auf (Römer & Nührenbörger 2018). Diese Haltung und die damit verbundene individuelle Bedeutsamkeit eines Entdeckervideos wird unterstützt durch das mentale Erzeugen und Weiterentwickeln vom Wahrgenommenen, dem Ermöglichen von Darstellungswechseln, dem Einräumen von unterschiedlichen Deutungen und den daraus resultierenden Diskussionen (vgl. Rink & Walter 2020; Römer & Nührenbörger 2018). Erklärvideos passen sich an die potenziellen Kenntnisse, Interessen und eventuelle Missverständnisse der Adressaten und Adressatinnen an (vgl. Kulgemeyer 2020). Auch Lernvideos beinhalten abstrakte Prinzipien, wodurch ein Transfer der im Video gesehenen Inhalte auf andere Kontexte erschwert wird (vgl. Wolf & Kulgemeyer 2016).

Zur Beurteilung der Videos wurde für diesen Beitrag ein Bewertungssystem entwickelt. Dieses vermag nicht beantworten zu können welches Video gut oder schlecht ist, aber es kann literaturgestützt eine Orientierung und Anhaltspunkte geben, welche Vorzüge ein Video hat. Das erstellte Raster (vgl. Abb.1) mit *Bewertungskriterien* wurde generiert aus vier anderen Bewertungs-/Beurteilungskriterien. Zu nennen ist (1) Fey (2017) mit 8 Dimensionen des Augsburger Rasters zur Analyse und Evaluation von Bildungsmedien, welches auf einer pädagogischen Unterrichtstheorie basiert. Des Weiteren orientiert sich das Raster dieser Arbeit an (2) Schön und Ebner (2013), welche 13 fachunspezifische Merkmale zur Bewertung von Lernvideos formuliert haben. (3) Kulgemeyer (2018) führt 13 – fachunspezifische - Merkmale zur Bewertung von Erklärvideos auf. Das Raster dieser Arbeit nutzt jedoch die Grundstruktur der (4) Bewertung von Erklärvideos für den Mathematikunterricht nach Marquardt (2016), welcher 46 aufgestellte Kriterien 5 Bereichen zuordnet. In Abb. 1 sind die fünf Oberbegriffe aufgeführt, welche sich jeweils in Kriterien – nicht im Raster aufgeführt - untergliedern. In dem generierten Raster wird jedes Kriterium erläutert damit angegeben werden kann, ob das Kriterium erfüllt ist, wie stark dies zutrifft oder ob keine Angaben gemacht werden können. Da im Rahmen dieses schriftlichen Beitrages kein Einblick in ein Video erfolgen kann, wird auch auf das Aufführen aller Kriterien und die genaue Verortung der Videos im Bewertungsraster verzichtet.

Allgemeiner Bereich	Methodischer Bereich	Pädagogischer Bereich	Inhaltlicher Bereich	Technischer Bereich

Abbildung 1: Bewertungskriterien von Videos

Interaktive Lernvideos zu Grundvorstellungen der Multiplikation

Unter interaktiven Lernvideos versteht diese Arbeit Videos, die dem Kind ein aktives Interagieren mit dem Video ermöglichen.

Umgesetzt wird dies im Rahmen der vorliegenden explorativen Studie durch:

- Auswahloptionen die den weiteren Verlauf bestimmen (Zurück, Erklärung, Weiter)
- Aufgaben (Multiple-Choice und Drag and Drop)
- Steuerelemente (Starten, Stoppen, Spulen)

Bezogen auf die ersten beiden Punkte pausiert das Video so lange, bis eine Entscheidung getroffen wurde. Mit den Entscheidungen ist gemeint, dass eine Auswahl des weiteren Videoverlaufes/Lernpfades getroffen wird und die Aufgaben beantwortet werden, unabhängig der Korrektheit.

Durch die Auswahloptionen können die Betrachter das einleitende Beispiel – unter dem Punkt *Zurück* – noch einmal anschauen, sie können – unter der Auswahloption *Erklärung* - die korrekte und die falschen Lösungen der zuvor bearbeiteten Aufgabe in Beziehung setzen oder sie können mit der nächsten Aufgabe - unter dem Punkt *Weiter* - fortfahren. Die verschiedenen Aufgabenformate werden durch die Funktionen und Voreinstellungen des verwendeten Programmes reglementiert. Bei den interaktiven Lernvideos erfolgen die Aufgaben nicht isoliert nach dem Video, wie dies bei Erklärvideos der Fall ist, sie sind in dem Video integriert.

Nicht nur durch das Bearbeiten der Aufgaben und dem Wählen einer Auswahloption haben die Kinder die Gelegenheit das interaktive Lernvideo individuell zu steuern. Die Kinder können und sollen mit dem Medium interagieren, durch das Spulen, Stoppen oder Verändern der Wiedergabegeschwindigkeit. Dies sind Möglichkeiten, um der mit Videos oft einhergehenden Passivität entgegenzuwirken (vgl. Hattermann et al. 2021). Diese Interaktionen verdeutlichen aber auch, dass bei interaktiven Lernvideos keine Angaben zur Dauer gemacht werden können, da die Kinder unterschiedliche Auswahloptionen nutzen und unterschiedlich lang für die Bearbeitung der Aufgaben brauchen. Wenn ein Kind die Auswahloptionen Zurück und Erklärung nicht nutzt, beträgt die kürzeste Dauer der Videos circa 1:35 Minuten.

Dieses Starten, Stoppen und Spulen ist eine Gemeinsamkeit von interaktiven Lernvideos und Lern-, Erklär- und Entdeckervideos. In diesem Kontext ergab eine Studie von Hasler et al. (2007), dass sich der Lernerfolg erhöht, wenn Lernende die Kontrolle über ein Video haben.

Die im Rahmen der Studie konzipierten Videos machen die Grundvorstellungen der Multiplikation als wiederholte Addition von zeitlich-sukzessiven Handlungen und räumlich-simultanen Anordnungen zum Lerngegenstand. In Büchern ist es nicht oder nur begrenzt möglich eine - zeitlich-sukzessive - Handlung darzustellen, was wiederum in Videos gelingt. Die Videos selbst - vier an der Zahl - decken eine inhaltliche Spannweite ab von dem Einführen der Multiplikation über die wiederholte Addition, über das Arbeiten mit Alltagsgegenständen, bei denen entweder die Aufgabe oder ein Bild gegeben ist, bis hin zum Operieren am 100er Punktefeld. Dabei greift jedes Video immer diese beiden Grundvorstellungen – zeitlich-sukzessiv und räumlich-simultan – auf.

Neben den Vorzügen bezüglich der Thematisierung der Multiplikation, ist ein weiterer Aspekt, der ein videobasiertes Arbeiten prädestiniert, dass Übersetzungsprozesse angeregt werden. Es muss von der mathematischen Ebene in die Realität übersetzt werden, im Besonderen eine Hin- und Rückübersetzung von der ikonischen zur symbolischen Ebene.

Methode

Die Daten des Tests wurden – im März 2022 - in einem zweiten Schuljahr (n=21), kurz nach der Einführung der Multiplikation – auf Geschlechterunterschiede wurde nicht eingegangen – erhoben. Die Kinder wurden von der Lehrkraft so in zwei Gruppen aufgeteilt, dass die Gruppen – bezogen auf die mathematischen Leistungen – etwa vergleichbar waren. In der interaktiven Gruppe, die mit den interaktiven Lernvideos arbeiteten, waren 11 Kinder, in der linearen Gruppe, mit linearen Videos, waren 10 Schüler und Schülerinnen.

Diese beiden Gruppen wurden in der explorativen Pilotierung miteinander verglichen. Wie bereits dargestellt beinhalten die interaktiven Videos Auswahloptionen, Aufgaben und Steuerelemente. Das lineare Lernvideo war fast identisch zu dem interaktiven, zumal auch in beiden Videos gespult werden konnte. Der Unterschied bestand darin, dass es bei dem linearen Video keine Auswahloptionen – Zurück, Erklärung, Weiter – gab und die Kinder bei den gestellten Aufgaben nicht aktiv eine Lösung anklicken mussten. Stattdessen wurden die Kinder im Video lediglich verbal animiert, bei einer formulierten Aufgabe mitzudenken. Die linearen Videos waren, wie in der Literatur empfohlen, nicht länger als sechs Minuten (vgl. Guo et al. 2014).

Bei der Erhebung wurden, von den Kindern mit den interaktiven Lernvideos, Bildschirmaufzeichnungen angefertigt, um herausarbeiten zu können, wie die Kinder mit dem Video interagiert haben, beziehungsweise welche Lernpfade die Kinder beschritten haben. Darüber hinaus wurde vor und nach den Videos ein und derselbe Paper-Pencil-Test geschrieben, um einen ersten Eindruck eines Lernerfolgs festhalten zu können. Dieser eigens für die Studie generierte Test beinhaltete Aufgaben, die identisch – nur mit anderen Zahlen - zu denen in den Videos waren sowie weiterführende Aufgaben, die über das Gelernte hinausgingen und mentales

Operieren forderten. Er umfasst sowohl materialgestützte Aufgaben, die dem Video sehr ähnlich waren, aber beinhaltet auch weiterführende, abstraktere Anforderungen.

Ergebnisse

Wie bereits angegeben, wurde der Lernerfolg und der Nutzungspfad der Kinder genauer untersucht. Es soll gezeigt werden, welchen Einfluss interaktive Lernvideos, im Vergleich zu linearen Videos, auf das Lernen haben können, unter Berücksichtigung der nicht ganz gleichen Ausgangslage der beiden Gruppen (vgl. Methode). In Abb. 2 ist exemplarisch der sich ergebende Nutzugspfad eines Jungen – M3 - abgebildet und die in dem Video integrierten Multiple-Choice Aufgabe. Die orangenen Felder zeigen den Weg den das Kind gegangen ist. Das Kind hatte sich zuerst die Einleitung mit einem Beispiel angesehen und dann die erste Aufgabe bearbeitet. Diese hatte der Junge mit der Antwort „3·4" falsch gelöst, da „3·5" die korrekte – in schwarz markierte - Antwort gewesen wäre. Das Kind entschied sich für die Auswahloption Zurück um das einleitende Beispiel erneut zu sehen. Diese Sequenz – in schwarz markiert - ist hervorzuheben, da der Junge das Beispiel nur circa 10 Sekunden betrachtete hatte und dann im Video vorspulte zur nächsten Auswahloption. Dort entschied sich der Junge im Video weiter zu machen, um die nächste Aufgabe zu lösen. Die zweite Aufgabe löste der Junge korrekt und beendete das Video.

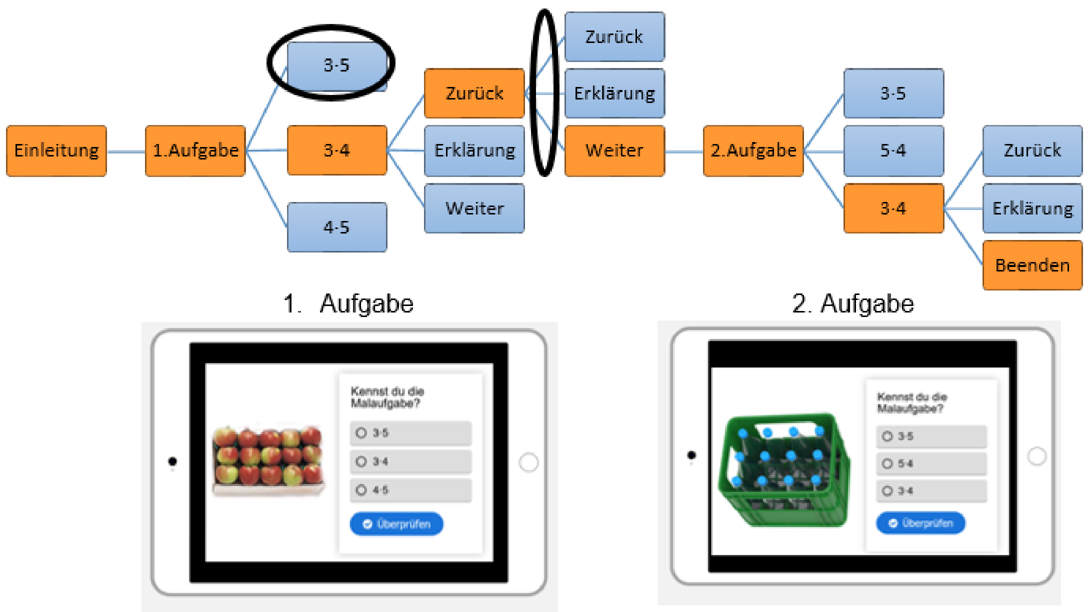


Abbildung 2: Lernpfad von M3

Neben den Nutzungspfaden der Kinder wurde ein Versuch unternommen den Lernerfolg der Kinder zu ermitteln. Diese Daten sind aufgrund der geringen Stichprobengröße nicht verallgemeinerbar, liefern aber Hinweise für den Einsatz und die Potenziale von interaktiven Videos bei Kindern.

Exemplarisch werden hier die Ergebnisse der Aufgabe 5b des Testinstruments aufgeführt (vgl. Abb. 3). Diese Aufgabe ist von besonderem Interesse, da die Kinder eine individuelle Lösung angeben konnten und es unterschiedliche Möglichkeiten für eine korrekte Antwort gab. Aus den Lösungen der Kinder wurden induktiv Kategorien gebildet. Es ergaben sich fünf Kategorien, zu denen alle Antworten der Kinder zugeordnet werden konnten. Bei der ersten Antwortkategorie haben die Kinder die Aufgabe (1) nicht bearbeitet oder es wurde nicht vollständig eingekreist. Die Schüler*innen haben sich darauf beschränkt (2) nur die äußeren Linien einzukreisen, was ebenfalls als nicht korrekt zu beurteilen ist. Manche Kinder haben die Punkte (3) gruppenweise miteinander in Verbindung gebracht, was als korrekte Lösung zu bewerten ist. Wiederum Andere haben die (4) vertikalen Spalten oder die (5) horizontalen Zeilen eingekreist, was auch als angemessene Lösung angesehen wurde. Bei dem Begutachten nur der korrekten Lösungen wurde ersichtlich, dass die Gruppen – bezogen auf die mathematische Leistung – im Vortest auf einem ähnlichen Niveau starteten. In der interaktiven Gruppe hatten beim Vortest 54% der Kinder ein korrektes Ergebnis, in der linearen Gruppe waren es 40%, was einem Unterschied von zwei Kindern entspricht.

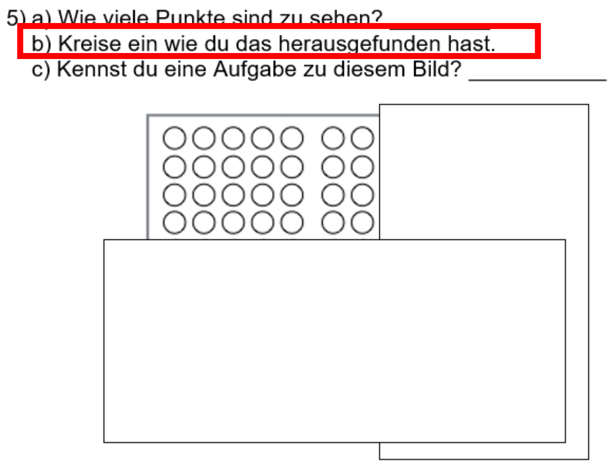


Abbildung 3: Aufgabe aus dem Diagnoseinstrument (angelehnt an Scherer 2005)

In Bezug auf die unterschiedlichen Antwortmöglichkeiten fällt auf, dass die interaktive Gruppe sowohl vor (vgl. Abb. 4) als auch nach der Intervention ein breiteres Spektrum an gewählten Antworten aufweist.

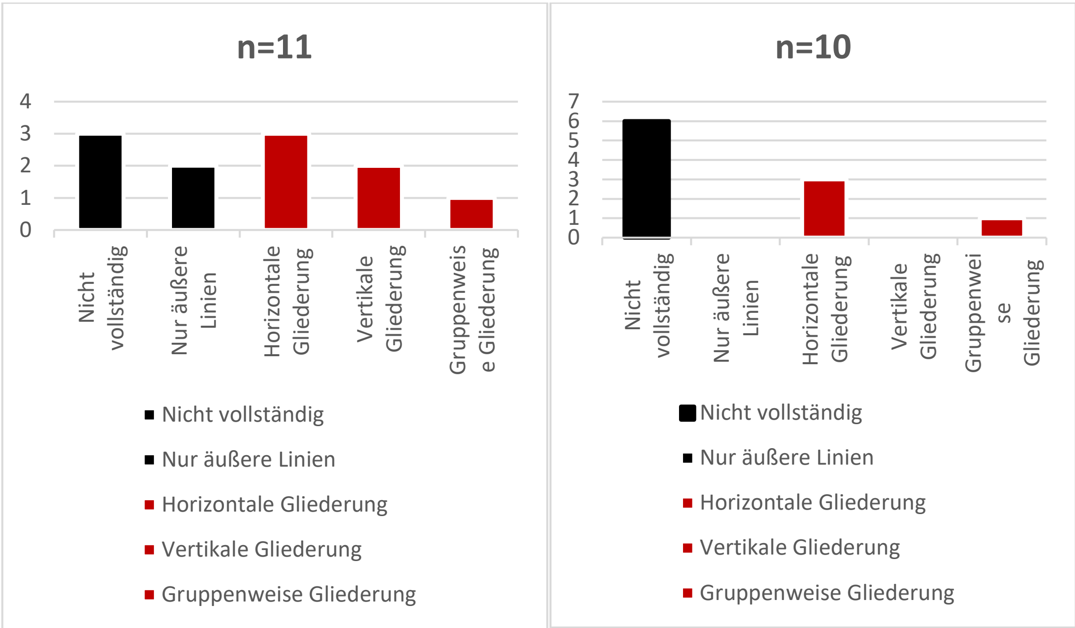
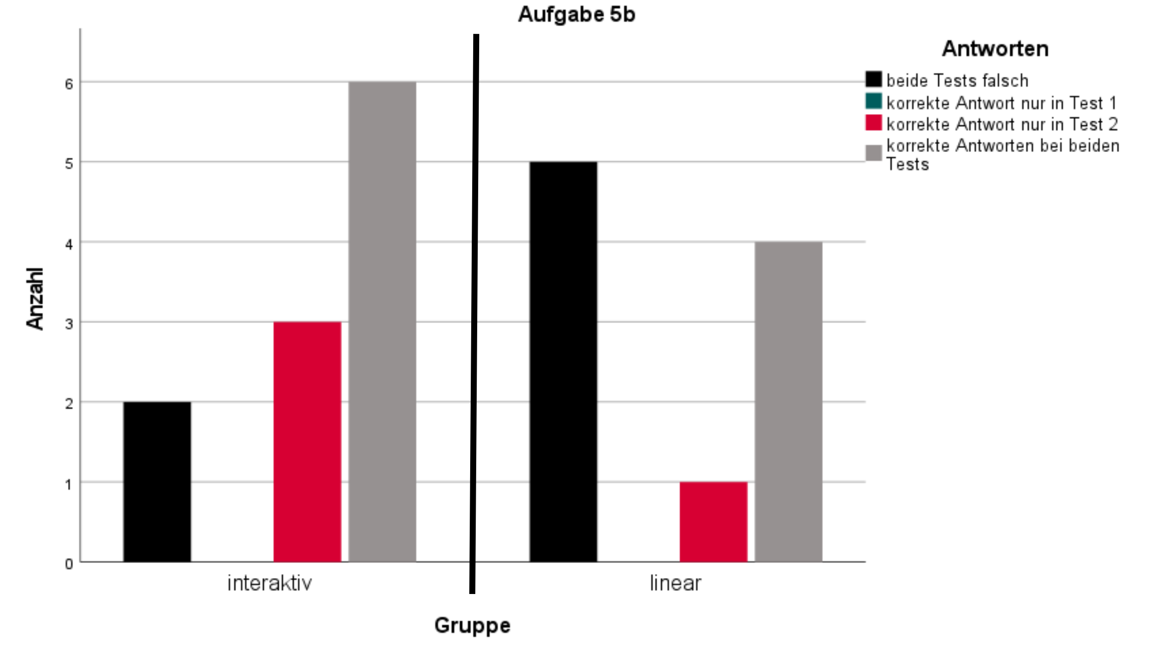


Abbildung 4: Antworten der Aufgabe 5b im 1. Test (links: Gruppe „Interaktiv“ 5b; rechts: Gruppe „Linear“ 5b)

Abb. 5 stellt eine Verbindung her zwischen den Antworten in Test 1. und 2. Im Vergleich der linken Seite der Abbildung 5, mit der interaktiven Gruppe, zur rechten Seite mit der linearen Gruppe, fällt auf, dass sich die Anzahl der Kinder mit korrektem und falschem Ergebnis deutlich unterscheidet. In der interaktiven Gruppe waren nur 2 Kinder die sowohl im ersten als auch im zweiten Test die Aufgabe fehlerhaft lösten. In der linearen Gruppe konnte sich die Hälfte der Kinder im zweiten Test nicht verbessern und bliebt bei einer falschen Lösung. Bei der interaktiven Gruppe hatten 6 von 11 Kindern in Test 1 und Test 2 ein korrektes Ergebnis. Drei Kinder konnten sich in der interaktiven Gruppe im 2. Test verbessern, während es in der linearen Gruppe nur ein Kind war.



N=11 N=10

Abbildung 5: Korrekte antworten beim ersten und zweiten Test

Diskussion

Bezogen auf den Nutzungspfad des Kindes M3, war die Reaktion auf die automatisierte Rückmeldung, dass das gewählte Ergebnis falsch war, von besonderem Interesse. Seine Reaktion auf die falsche Lösung war das nochmalige Betrachten des einleitenden Beispiels. Dieses betrachtet der Junge jedoch nur circa 10 Sekunden, da er dann zur nächsten Aufgabe vorspult. Mögliche Gründe dafür könnten sein, dass der Junge die hinter der Auswahloption stehenden weiteren Verlauf des Videos nicht verstanden hat. Es kann aber auch daran liegen, dass er, wie es bei mehreren Kindern beobachtet werden konnte, trotz der aufgestellten Trennwände, den Verlauf der Videos der Sitznachbarn verfolgt hat. Denn wie sich im Rahmen einer Fallstudie mit 4 Kindern herausstellte, assoziierten die Kinder mit einem schnellen Beendigen des Videos eine besonders gute Leistung. Der Junge könnte sich folglich im Vergleich zu seinen Mitschülern und Mitschülerinnen doch gegen diesen Lernweg entschieden haben, um nicht mehr Zeit für das Video zu benötigen, obwohl er offenbar willens war seinen Fehler zu verstehen. Der unterschiedliche Lernerfolg der beiden Gruppen könnte ein Hinweis darauf sein, dass sich die stärkere Aktivierung in der interaktiven Gruppe, im Vergleich zur höheren Passivität in der linearen Gruppe positiv auswirkt.

Ausblick

Bezogen auf die beiden hier untersuchten Aspekte, die Nutzungspfade und den Lernerfolg bedarf es weiterer Forschung. Im Kontext des analysierten Nutzungspfads des Fallbeispiels von M3 könnte bei einer zweiten Erhebung untersucht werden wie sich die Lernpfade verändern, wenn Kinder zu zweit an einem Video arbeiten. Dabei könnte die Interaktion und Kommunikation analysiert werden. Dabei ist auch von Interesse, wie viele Kinder mit dem linearen Video auch die Steuerelemente genutzt haben. Dafür müssten auch bei der linearen Gruppe Bildschirmaufzeichnungen angefertigt werden. In Bezug auf Aussagen zum Lernerfolg der Kinder müssten sich die Rahmenbedingungen der Erhebung verändern. Die Limitierung der Pilotierung äußert sich unter anderem in der Stichprobengröße, dem Fehlen einer Kontrollgruppe und es müssten mehr Videos zur Verfügung stehen, da die Kinder sich erst an das Format gewöhnen müssen.

Literatur:

Afrooz, M. (2022). Leistungseffekte beim verschachtelten und geblockten Lernen mittels Lernvideos auf Tablets - Eine empirische Untersuchung an Schülerinnen und Schülern der fünften Jahrgangsstufe. Wiesbaden: Springer.

Arnold, S. & Zech, J. (2019). Kleine Didaktik des Erklärvideos – Erklärvideos für und mit Lerngruppen erstellen und nutzen. Braunschweig: Westermann.

Brehmer, J. & Becker, S. (2017). „Erklärvideos“ …als eine andere und/oder unterstützende Form der Lehre. Georg-August-Universität Göttingen.

Fey, C. (2017). Das Augsburger Analyse- und Evaluationsraster für analoge und digitale Bildungsmedien - Eine Einführung. In C. Fey & E. Matthes (Hrsg.) Das Augsburger Analyse- und Evaluationsraster für analoge und digitale Bildungsmedien (AAER) - Grundlegung und Anwendungsbeispiele in interdisziplinärer Perspektive. Bad Heilbrunn: Verlag Julius Klinkhardt

Guo, P. J., Kim, J. & Rubin, R. (2014). How Video Production Affects Student Engagement - An Empirical Study of MOOC Videos. Proceedings of the first ACM conference on Learning, 41–50. https://doi.org/10.1145/2556325.2566239.

Hasler, B. S., Kersten, B. & Sweller, J. (2007). Learner control, cognitive load and instructional animation. Applied Cognitive Psychology, 21(6), 713–729.

Hattermann, M., Salle, A., Bärtl, M. & Hofrichter, R. (2021). Instruktionale Texte und Lernvideos – Konzeption und Evaluation zweier multimedialer Lernformate. In: R. Biehler, A. Eichler, R. Hochmuth, S. Rach & N. Schaper (Hrsg.), Lehrinnovationen in der Hochschulmathematik praxisrelevant – didaktisch fundiert – forschungsbasiert (S. 399–436). Heidelberg: Springer.

Kulgemeyer, C. (2018). Wie gut erklären Erklärvideos? - ein Bewertungs-Leitfaden. Computer + Unterricht, 109, 8–11.

Kulgemeyer, C. (2020). A Framework of Effective Science Explanation Videos Informed by Criteria for Instructional Explanations. Research in Science Education, 50, 2441–2462.

Marquardt, K. (2016). Beurteilungsraster für Mathematik-Erklärvideos: Chancen, Grenzen und Durchführung einer Operationalisierung mittels Resultaten aus der Schulbuchforschung (Diplomarbeit). Universität Wien: Verfügbar unter: tinyurl.com/y87hmhm3 (Stand 15.05.2021).

Merkt, M. & Schwan, S. (2016). Lernen mit digitalen Videos - Der Einfluss einfacher interaktiver Kontrollmöglichkeiten. Psychologische Rundschau, 67(2), 94–101.

Rink, R. & Walter, D. (2020). Digitale Medien im Mathematikunterricht – Ideen für die Grundschule. Berlin: Cornelsen

Römer, S. (i.V.) Entdeckerfilme im Mathematikunterricht der Grundschule – Entwicklung und Erforschung von videobasierten Lernumgebungen. Dissertation: TU Dortmund.

Römer, S. & Nührenbörger, M. (2018). Entdeckerfilme im Mathematikunterricht der Grundschule – Entwicklung und Erforschung von videobasierten Lernumgebungen. In Fachgruppe Didaktik der Mathematik der Universität Paderborn (Hrsg.), Beiträge zum Mathematikunterricht 2018 (S. 1511–1514). Münster: WTM-Verlag.

Scherer, P. (2005). Produktives Lernen für Kinder mit Lernschwächen – Fördern durch Fordern – Multipikation und Division im Hunderterraum. Band 3. Hordenburg: Persen.

Schön, S. & Ebner (2013). Was ist ein gutes Lernvideo? Verfügbar unter: https://www.medienpaedagogik-praxis.de/2013/03/11/was-ist-ein-gutes-lernvideo/ (Stand 5.05.2021).

Wolf, K. D. & Kulgemeyer, C. (2016). Lernen mit Videos? Erklärvideos im Physikunterricht. Naturwissenschaften im Unterricht Physik, 27(152), 36-41.

Laura Wirth

Westfälische Wilhelms-Universität Münster, laura.wirth@uni-muenster.de

Modellierungskompetenz mit Videos erwerben (MoVie) – Wahrgenommene Vorteile und Herausforderungen bei der Arbeit mit einem heuristischen Lösungsbeispielvideo

Dieser Beitrag stellt zunächst einen theoretischen Rahmen zur Erstellung heuristischer Lösungsbeispielvideos zum Modellieren bereit. Auf Basis einer qualitativen Datenerhebung mit Schüler:innen-Paaren der Klassen 11 bzw. 12 werden wahrgenommene Vorteile und Herausforderungen bei der Arbeit mit einem solchen Video betrachtet. Schüler:innen sehen Vorteile im Design und selbstregulierten Lernen. Dabei zeigten sich der Transfer auf eine weitere Aufgabe, die Dauer des Videos und die Selbstregulation als Herausforderungen.

Einleitung

Digitale Medien sind in den letzten Jahren insbesondere im Schulkontext immer präsenter geworden. Aufgrund der Vielzahl technischer Möglichkeiten ist es selbst ohne eine umfangreiche technische Ausstattung relativ einfach geworden, Erklärvideos zu produzieren. Dementsprechend gibt es auf Plattformen wie YouTube ein großes Angebot an Videos, welches von Schüler:innen beispielsweise zur Vorbereitung auf Prüfungen und für die Bearbeitung von Hausaufgaben verwendet wird (Rat für kulturelle Bildung, 2019, S. 8). Videos werden aber auch im Rahmen des Unterrichts zur Erarbeitung von Inhalten genutzt (Fyfield, 2022). Im Fach Mathematik wird unter anderem das Format der Lösungsbeispielvideos eingesetzt, welches ein Problem und eine Schritt-für-Schritt-Lösung präsentiert (Kay, 2014). Zur Verwendung dieses Formats für Kompetenzen, die den Einsatz von Heurismen erfordern, wurde ein theoretischer Rahmen zur Erstellung heuristischer Lösungsbeispielvideos entwickelt. Auf Basis dieses Rahmens wurde ein heuristisches Lösungsbeispielvideo zum mathematischen Modellieren produziert und mit Schüler:innen-Paaren der Oberstufe erprobt. Um Einblicke in die Wahrnehmung dieses Formats zu erhalten, wurden Schüler:innen im Hinblick auf Vorteile und Herausforderungen bei der Arbeit mit dem Video befragt.

Theoretischer Hintergrund

Vorteile und Herausforderungen bei der Arbeit mit Erklärvideos

Vorteile von Erklärvideos im Fach Mathematik wurden beispielsweise für Studierende der Studieneingangsphase untersucht. Dort wurden Videos aufgrund leicht nachvollziehbarer Schritt-für-Schritt-Erklärungen und der anschaulicheren Darstellung von Inhalten gegenüber reinem Text genutzt. Außerdem wurde es als gewinnbringend wahrgenommen, wenn das Video interaktiv ist, indem parallel zum Video eine Aufgabe selbstständig gelöst wurde (Kay & Kletskin, 2012). Das selbstgesteuerte Lernen kann für Lernende im Fach Mathematik aber auch eine Herausforderung darstellen. So berichteten einige Lernende, dass sie Videos nur kurz vor Prüfungen schauen oder wenn die Lehrkraft dies explizit fordert (Fung et al., 2021). Außerdem bereitete es Lernenden Schwierigkeiten, wenn Konzepte in Videos anders erklärt werden als im Unterricht. Da die Lehrkraft beim Schauen des Videos nicht für Fragen zur Verfügung steht, vermissten manche Lernende bei der Arbeit mit Videos die Unterstützung (Fung et al., 2021). Als größten Vorteil synchronen Unterrichts gegenüber YouTube benennen Schüler:innen daher den persönlichen Kontakt und Austausch (Rat für kulturelle Bildung, 2019, S. 9).

Lernen und Lehren mathematischen Modellierens

Das mathematische Modellieren ist eine der allgemeinen mathematischen Kompetenzen im Fach Mathematik. Es beschreibt den Prozess des Lösens eines Problems aus der Realität, indem dieses Problem in ein mathematisches Modell übersetzt wird, mit diesem gearbeitet wird und die erhaltenen Ergebnisse zurück auf die Realität übertragen werden. Dabei sind gewisse Teilprozesse wie das Verstehen, Vereinfachen, Mathematisieren, Interpretieren, Validieren und Vermitteln relevant. Das Ausführen dieser Tätigkeiten kann als jeweilige Teilkompetenz des Modellierens verstanden werden (Greefrath et al., 2013, S. 18 f.). Diese Teilkompetenzen kontextübergreifend anwenden zu können, ist eine große Schwierigkeit für Lernende und jeder Schritt des Modellierungsprozesses stellt eine potenzielle Hürde dar. Daher ist es wichtig, dass Lernende über metakognitives Wissen und Strategien verfügen (Niss & Blum, 2020, S. 93). Studien zeigen, dass das Modellieren in geeigneten Lehr-Lernumgebung gelehrt und gelernt werden kann (Niss & Blum, 2020, S. 190). Ein Beispiel für eine solche Lehr-Lernumgebung ist die Arbeit mit heuristischen Lösungsbeispielen. Heuristische Lösungsbeispiele sind eine spezielle Form von Lösungsbeispielen, die nicht nur ein Problem und eine Schritt-für-Schritt-Lösung präsentieren, sondern auch heuristische Strategien explizieren. Dabei steht ein realistischer und weniger ein idealisierter Lösungsprozess im Vordergrund (Reiss & Renkl, 2002). Im Kontext des Modellierens wurden heuristische Lösungsbeispiele unter anderem von Zöttl (2010) untersucht. Eine Intervention in der 8. Klasse führte zu einer kurzfristigen Steigerung der durchschnittlichen Modellierungskompetenz insbesondere bei technischen Fähigkeiten sowie im Interpretieren und Validieren (Zöttl, 2010, S. 223). Bei Tropper (2019) zeigt eine Analyse von Bearbeitungsprozessen heuristischer Lösungsbeispiele das Potenzial von Aufforderungen, Teile des Materials selbst zu erklären (sogenannte Selbsterklärungsprompts). Lernende wurden zu deklarativen und prozeduralen Antizipationen (bei antizipierenden Prompts) sowie zur Tiefenverarbeitung der Prozeduren (bei prinzipienbasierten Prompts) angeregt. Da die Verarbeitung der Beispiele sehr unterschiedlich erfolgte, könnten Lernende von kooperativer Arbeit profitieren (Tropper, 2019, S. 350 f.). In beiden Studien wurden die heuristischen Lösungsbeispiele textbasiert umgesetzt. Diese können jedoch sehr lang werden und eine hohe Anforderung an die Lesekompetenz der Lernenden stellen (Tropper, 2019, S. 137). Da Videos die Möglichkeit bieten, visuelle und auditive Informationen zu verbinden, ist dies neben den oben genannten Vorteilen von Videos ein Grund, das Format der heuristischen Lösungsbeispiele in Form von Videos zu erproben.

Ein Rahmen zur Erstellung heuristischer Lösungsbeispielvideos zum Lehren mathematischen Modellierens

Um die positiven Effekte von (textbasierten) heuristischen Lösungsbeispielen in das Videoformat zu übertragen, werden die bereits theoretisch verankerten Designkriterien für heuristische Lösungsbeispiele und Videos für das mathematische Modellieren verbunden.

Problem darstellen. Kern eines heuristischen Lösungsbeispielvideos zum Modellieren ist die zugrundeliegende Modellierungsaufgabe. Videos erlauben es Szenen aus der realen Welt zu präsentieren und können daher einen authentischen Aufgabenkontext liefern (vgl. z. B. Bierbrauer (2022, S. 97)).

Segmentierung des Videos anhand eines Lösungsplans. Heuristische Lösungsbeispiele werden häufig anhand eines Prozessmodells dargestellt. Ein Prozessmodell für das Modellieren stellt beispielsweise der fünfschritte Lösungsplan von Beckschulte (2019, S. 79) dar. Ein solcher Lösungsplan erlaubt es, das Video gemäß des „segmenting principles" (Mayer, 2020, S. 247 ff.) zu gliedern. Eine Aufteilung eines Videos in Segmente ist wichtig, um den Lernenden die Möglichkeit zu bieten vorherige Schritte zu verarbeiten, bevor sie mit nachfolgenden Schritten konfrontiert sind (Mayer, 2020, S. 252). Dazu werden auch systemintegrierte Pausen empfohlen, indem das Video an voreingestellten Stellen stoppt und Lernende selber entscheiden wann sie weiterschauen (Fiorella, 2021). Des Weiteren bieten systemintegrierte Pausen den Vorteil Selbsterklärungsprompts einzubinden.

Einbindung von Selbsterklärungsprompts. Bei der Arbeit mit heuristischen Lösungsbeispielen können integrierte Selbsterklärungsprompts helfen, dass Lernende zugrundeliegende Prozeduren elaborieren bzw. weitere Lösungsschritte antizipieren (Tropper, 2019, S. 235). Hier erscheint die kooperative Arbeit vielversprechend, da gemäß des „ICAP-Frameworks" interaktive Lernaktivitäten wie die Diskussion mit einer weiteren Person über zugrundeliegende Konzepte vielversprechender für den Wissenserwerb sind, als das Elaborieren zugrundeliegender Konzepte in Einzelarbeit (Chi & Wylie, 2014). Bezogen auf Videos kann die Beantwortung von Selbsterklärungsprompts als generative Aktivität angesehen werden, die empfohlen wird, damit Lernende dem Gesehenen Sinn geben (Fiorella, 2021). Insbesondere beim Prompten zugrundeliegender Prinzipien ist das Ziel, dass Lernende die in dem Video demonstrierten heuristischen Strategien elaborieren.

Explikation heuristischer Strategien. Ein Element heuristischer Lösungsbeispiele ist die Abbildung eines realistischen Lösungsprozesses einer fortgeschrittenen problemlösenden Person (Reiss & Renkl, 2002). Solche Expert:innen verwenden beim Problemlösen meist heuristische Strategien (Collins et al., 1987, S. 12). Im Sinne des „cognitive apprenticeship" (Collins et al., 1987, S. 5) werden dabei einerseits Prozesse zum Umgang mit komplexen Problemen gelehrt und andererseits konzeptuelles Wissen und Faktenwissen in den Problemlösekontext eingeordnet.

Ein heuristisches Lösungsbeispiel verbindet daher eine Schritt-für-Schritt-Lösung mit Metawissen über den Problemlöseprozess bzw. der Einordnung der Strategien in diesen Prozess. Bezogen auf ein heuristisches Lösungsbeispielvideo bedeutet dies, dass nach Präsentation der Problemsituation mithilfe der Segmentierung entlang eines Lösungsplans (s. o.) wichtige heuristische Strategien in jedem Schritt expliziert werden. Hierfür eignet sich ein Video in besonderem Maße, weil diese Strategien angelehnt an den cognitive apprenticeship-Ansatz erlebbar gemacht werden können, beispielsweise, wenn das Suchen nach einer Vergleichsgröße beim Modellieren demonstriert wird. Außerdem kann im Rückblick auf den Lösungsprozess das Vorgehen reflektiert werden, sodass dieser Aspekte des Validierens verdeutlicht. Ziel dabei ist stets, dass Lernende das Gesehene auf andere Probleme übertragen können und zu selbstständigen Problemlösenden werden.

Integration in ein größeres Konzept. Für das Lernen aus Beispielen wird vorgeschlagen, mehrere Lösungsbeispiele mit verschiedenen Sachkontexten, bei denen ähnliche Strategien zum Einsatz kommen, zur Verfügung zu stellen. In gut strukturierten Bereichen werden dabei nach und nach Lösungsschritte durch die Lernenden übernommen (Renkl, 2014). Bei heuristischen Lösungsbeispielvideos zum Modellieren ist es eine Möglichkeit, antizipierende Prompts zu integrieren, sodass Lernende einzelne Schritte des Lösungsprozesses selbst durchführen. Das Video bietet dann unmittelbares Feedback wie es auch beim „fading" von Lösungsschritten vorgeschlagen wird (Renkl, 2014). Hierbei sollte der „expertise reversal effect" beachtet werden, der besagt, dass redundante Informationen hinderlich sein können (Kalyuga, 2021). Konkret für Videos bedeutet dies, dass die Lösung eines Schrittes kurz präsentiert wird und die Erklärung zum Erhalt der Lösung nur bei Bedarf gegeben wird. Da das Ziel bei der Arbeit mit heuristischen Lösungsbeispielvideos ist, dass Lernende selbstständig Probleme lösen, sollten entsprechende an das Video anknüpfende Aufgaben gestellt werden.

Bisher wurden die Kriterien sowohl aus der (heuristischen) Lösungsbeispielforschung als auch aus der Video-/Multimediaforschung abgeleitet. Das letzte Kriterium betrifft speziell die Darstellungsform im Video. Da sich diese stark von statischen unvertonten Darstellungen wie Text unterscheidet, liegen diesen Kriterien ausschließlich Erkenntnisse aus der Video- bzw. Multimediaforschung zugrunde.

Minimieren der kognitiven Belastung durch geeignetes Layout und Sprache. Bei der Gestaltung digitaler Materialien wird häufig auf die kognitive Theorie des multimedialen Lernens nach Mayer (2020) zurückgegriffen. Diese stützt sich auf drei Arten kognitiver Verarbeitung, die beim Lernen auftreten. Die extrinsische kognitive Verarbeitung wird durch ungünstig gestaltetes Material verursacht und sollte möglichst geringgehalten werden. Die essenzielle kognitive Verarbeitung ist durch die Komplexität des Materials bedingt. Daher ist es wichtig, das Vorwissen der Lernenden zu berücksichtigen. Die dritte Art ist die lernbezogene kognitive Verarbeitung. Diese ist wichtig für ein tieferes Verständnis des Materials und wird durch die Motivation der Lernenden beeinflusst (Mayer, 2020, S. 50 ff.). Für die Gestaltung digitaler Instruktionsmedien werden 14 Prinzipien beschrieben, von denen hier exemplarisch für jede Art kognitiver Verarbeitung ein Prinzip beschrieben wird. Zur Minimierung der extrinsischen kognitiven Verarbeitung, sollten wichtige Informationen hervorgehoben werden („signaling principle“ (Mayer, 2020, S. 166 ff.)). Das dynamische Zeichnen ist eine Möglichkeit Informationen hervorzuheben, indem Zeichnungen bzw. Text dynamisch erscheinen. Für einen angemessenen Anspruch hinsichtlich der essenziellen kognitiven Verarbeitung kann die Berücksichtigung des „modality principles“ (Mayer, 2020, S. 281 ff.) dafür sorgen, dass Lernende Bilder besser verarbeiten, wenn die entsprechenden Informationen gesprochen und nicht in Textform dargestellt werden. Es sollte in Videos darauf geachtet werden, dass nur wesentliche Informationen schriftlich festgehalten werden, beispielsweise wenn später im Video noch einmal auf diese zurückgegriffen wird. Um Lernende zu motivieren und die lernbezogene kognitive Verarbeitung zu fördern, wird eine dialogorientierte und weniger eine formale Sprache empfohlen („personalization principle“ (Mayer, 2020, S. 305 ff.)).

Auf Basis der hier beschriebenen Kriterien wurde ein heuristisches Lösungsbeispielvideo zum Modellieren und eine im Sinne des größeren Konzepts nachfolgend zu bearbeitende Modellierungsaufgabe entwickelt. Im Rahmen der hier vorgestellten Studie wurden Schüler:innen über ihre Einschätzung dieses Formats befragt. Diese Rückmeldung dient dazu zu verstehen, welche Stärken und Schwächen die hier vorgestellten Designkriterien aufweisen, um diese entsprechend zu verbessern. Daher werden in diesem Beitrag folgende zwei Forschungsfragen fokussiert:

1. Welche Vorteile nehmen Schüler:innen bei der Arbeit mit einem heuristischen Lösungsbeispielvideo zum Modellieren wahr?
2. Welche Herausforderungen nehmen Schüler:innen bei der Arbeit mit einem heuristischen Lösungsbeispielvideo zum Modellieren wahr?

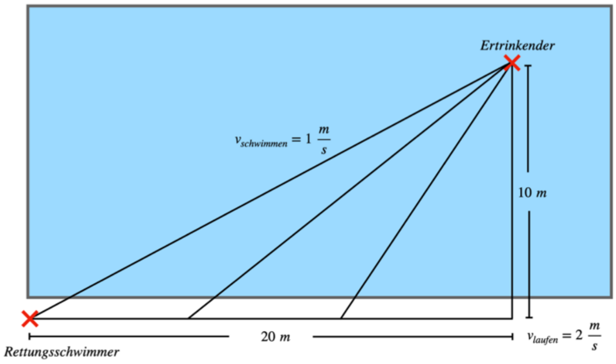
Methode

Stichprobe

Zur Beantwortung der Forschungsfragen wurde eine Erhebung mit neun Schüler:innen-Paaren der Oberstufe von Gymnasien bzw. Gesamtschulen durchgeführt. Einerseits wurde darauf geachtet, dass es eine Spannbreite im Hinblick auf die Mathematiknote gab. Andererseits wurden die Paare nach Rücksprache mit der unterrichtenden Lehrkraft hinsichtlich des Kriteriums der sozialen Verträglichkeit zusammengestellt, da dies für die gemeinsame Arbeit als wesentlich angesehen wurde. Die Teilnehmenden waren zwischen 15 und 20 Jahren alt.

Datenerhebung und Materialien

Die Datenerhebung fand im Rahmen einer qualitativen Laborstudie statt, um zunächst explorativ wahrgenommene Vorteile bzw. Herausforderungen bei der Arbeit mit einem heuristischen Lösungsbeispielvideo herauszuarbeiten. Dazu wurde ein heuristisches Lösungsbeispielvideo auf Basis der oben beschriebenen Kriterien produziert. Das Video präsentiert die Aufgabe „Rettungsschwimmen“ (s. Abb. 1).



Aufgabe „Rettungsschwimmen“ im heuristischen Lösungsbeispielvideo

Problemdarstellung anhand realweltlicher Szenen: Ein Rettungsschwimmer sieht einen Ertrinkenden in einem Schwimmbecken. Er fragt sich: Was ist der schnellstmögliche Weg zu dieser Person?

Fehlende Werte (die Distanz, die Lauf- und Schwimmgeschwindigkeit) werden recherchiert und/oder auf Basis des Standbilds der realweltlichen Szenen abgeschätzt.

Eine Funktion, die die benötigte Zeit in Abhängigkeit des Eintauchpunktes beschreibt, wird Schritt-für-Schritt entwickelt:

$$t(x) = \frac{1}{2} \cdot x + \sqrt{(20 - x)^2 + 10^2}$$

Das Minimum ist bei $x = 14{,}23$ m, daher sollte der Rettungsschwimmer etwa zwei Drittel der horizontalen Distanz laufen. Dieses Ergebnis wird abschließend kritisch hinterfragt.

Abbildung 1: Kurzbeschreibung der Aufgabe „Rettungsschwimmen“

Das Video ist 29 Minuten und 32 Sekunden lang und wurde als vertonter Screencast mit einem Tablet und einem digitalen Stift erstellt. Anhand realweltlicher Szenen, die die Situation in einem Schwimmbad darstellt, wurde das Problem präsentiert. Die Software *h5p* ermöglicht verschiedene interaktive Elemente. Schüler:innen konnten das Video spulen und pausieren. Außerdem erlaubt es die Software systemintegrierte Pausen nach (fast) jedem Schritt des Lösungsplans einzubinden, in denen die Lernenden dazu aufgefordert wurden, zu diskutieren was neu an der Vorgehensweise war und das Video erst nach Beantwortung von offenen Fragen weiterzuschauen (prinzipienbasierte Prompts). Bei den antizipierenden Prompts stoppt das Video ebenfalls und Lernende waren aufgefordert den nächsten Schritt auszuführen. Nach dem Drücken des Play-Buttons wurde kurz die Lösung präsentiert und die Lernenden hatten an zwei Stellen die Möglichkeit zu entscheiden, ob sie Erklärungen erhalten wollen oder direkt zum nächsten Schritt springen wollen. Ferner hat das Video ein Inhaltsverzeichnis, welches einen Überblick über die einzelnen Segmente gibt und den Lernenden ermöglicht zwischen Segmenten im Video zu wechseln.

Zu Beginn der Erhebung gab es eine Einführung, in der die Schüler:innen mit den interaktiven Elementen vertraut gemacht und über das Vorgehen aufgeklärt wurden. Die Schüler:innen arbeiteten zunächst mit dem Video. Anschließend lösten sie eine Modellierungsaufgabe, die wie die Aufgabe „Rettungsschwimmer“ im Bereich der Optimierungsprobleme, jedoch mit einem leicht unterschiedlichen mathematischen Modell und einem anderen Kontext, angesiedelt ist. Während des Lösens der Aufgabe durften die Schüler:innen das Video sowie das Internet zur Recherche nutzen. Zum Abschluss wurde jedes Paar hinsichtlich wahrgenommener Vorteile und Herausforderungen bei der Arbeit mit dem Video interviewt. Alle Sitzungen wurden videografiert.

Datenanalyse

Die Videodaten wurden transkribiert und mit der Methode der qualitativen Inhaltsanalyse nach Mayring (2015) ausgewertet. Die Kategorienbildung erfolgte induktiv am Material, sodass sich daraus das in Abbildung 2 dargestellte Kategoriensystem ergab. Das gesamte Material wurde durch eine weitere geschulte Person zweitkodiert und die Intercoder-Reliabilität war sehr gut (Cohen’s Kappa κ = .83).

Wahrgenommene Vorteile				Wahrgenommene Herausforderungen
Design	Struktur (n = 14) Selbsterklärungsprompts (n = 6) Erklärungen (n = 11) Visualisierungen (n = 10)	Selbstgesteu-ertes Lernen	Adaption an das eigene Lernlevel (n = 11) Direkte Kontrolle (n = 3)	Transfer (n = 3) Dauer (n = 5) Selbstregulation (n = 1)

Abbildung 2: Wahrgenommene Vorteile und Herausforderungen bei der Arbeit mit dem heuristischen Lösungsbeispielvideo unter Angabe der Anzahl der codierten Segmente

Ergebnisse

Wahrgenommene Vorteile hinsichtlich des Designs des Videos

Verschiedene genannte Vorteile betreffen das Design des Videos. Lernende bezogen sich hier auf die *Struktur* des Videos. Sie konnten der Schritt-für-Schritt-Erklärung anhand des Lösungsbeispiels gut folgen. Die Verweise auf den Lösungsplan zum Modellieren riefen in Erinnerung, welche Schritte bei der selbstständigen Lösung zu beachten sind und boten eine Struktur für den eigenen Lösungsprozess. Für die Konzentration wurden einerseits die systemintegrierten Pausen als positiv angesehen und andererseits die integrierten *Selbsterklärungsprompts*. Letztere wurden als Lerngelegenheit aufgefasst und der Austausch im Rahmen der kooperativen Arbeit war ein Ausgangspunkt dafür, das eigene Verständnis zu überprüfen. Die *Erklärungen* im Video verdeutlichten, warum ein Schritt zum anderen führt und waren anschaulich, weil sie mit Szenen aus der realen Welt in Verbindung gebracht wurden. Dies hängt eng mit dem wahrgenommenen Vorteil der *Visualisierungen* zusammen, da diese den Modellierungsprozess unterstützten. Durch die realen Szenen wurde deutlich, dass Vereinfachungen getroffen werden müssen und diese Szenen machten das Bearbeiten der Aufgabe realistischer. Außerdem wurde unter diesen Punkt das dynamische Erscheinen des Textes gefasst.

Wahrgenommene Vorteile hinsichtlich des selbstgesteuerten Lernens

Während sich die oben beschriebenen Vorteile auf das Design des Videos beziehen, beinhaltet diese Kategorie, wie Lernende die Designelemente selbstgesteuert nutzen. Lernende hatten das Gefühl, dass das Video Gelegenheit zur *Adaption an das eigene Lernlevel* bietet. Sie nahmen konkret Bezug zu den beiden Stellen im Video an denen sie Erklärungen überspringen konnten. Einige fanden das Überspringen gut, weil sie bei den Erklärungen sonst gedanklich abgeschaltet hätten. Andere fanden gut, dass die Möglichkeit die Erklärung anzusehen, bestand. Des Weiteren wurde ein sozialer Aspekt des Videos angegeben: So können Lernende, die sich im Unterricht nicht trauen etwas nachzufragen, das Video so oft schauen wie sie wollen, ohne dass es jemand sieht. Im Allgemeinen nahmen Lernende als Adaption an das eigene Lernlevel auch wahr, dass das Video die Möglichkeit bot, zu pausieren und zu spulen. Sie nutzten das Video darüber hinaus als Instrument der *direkten Kontrolle*, indem sie die eigenen Antworten zu den antizipierenden Prompts direkt mit dem Video abglichen.

Wahrgenommene Herausforderungen

Eine Herausforderung betraf den *Transfer* des Gesehenen im Video auf die Anschlussaufgabe. Hier bestand die Schwierigkeit darin, die Grundstruktur herauszugreifen, wie der folgende Ausschnitt verdeutlicht:

> Person 1: Vorteil ist glaube ich, dass man eine Aufgabe hat und das an der gut nachvollziehen kann, weil ich glaube, dass es auch genauso schwer wie wir auch gerade schon das Problem hatten das dann auf eine andere Sachaufgabe halt überzutragen und halt die Grundstrukturen so rauszugreifen.

Der Ausschnitt verdeutlicht jedoch auch, dass die Struktur des Videos zumindest dabei hilft, einen Transfer anzubahnen, auch wenn dies Lernende vor Schwierigkeiten stellt. Des Weiteren wurde die *Dauer* des Videos als Herausforderung genannt. Für die gewohnten Zwecke (z. B. Klausurvorbereitung) wäre das Video zu lang. Lernende gaben jedoch auch an, dass die Schritt-für-Schritt-Erklärungen, die Selbsterklärungsprompts und die Möglichkeit, Stellen im Video zu überspringen dabei halfen, konzentriert zu bleiben. Dennoch wünschten sich zwei Gruppen, dass das Video kürzer gewesen wäre. Die dritte Kategorie hinsichtlich der Herausforderungen bezieht sich auf die *Selbstregulation*. Eine Lernende stellte heraus, dass sie Schwierigkeiten hätte das Video alleine zu schauen. Sie würde dann vermutlich nicht die Arbeitsaufträge bearbeiten und das Video am Stück durchschauen.

Diskussion und Ausblick

Die Schüler:innen nannten im Interview verschiedene Vorteile und Herausforderungen bei der Arbeit mit dem heuristischen Lösungsbeispielvideo (s. Abb. 2). Einige Vorteile beziehen sich auf das Design des Videos. Schüler:innen griffen die Struktur, die eingebundenen Selbsterklärungsprompts, die Erklärungen und die Visualisierungen im Video auf. Dies legt nahe, dass die meisten Designkriterien nicht nur theoretisch einen Vorteil versprechen, sondern auch von Schüler:innen so wahrgenommen werden. Allgemeine Vorteile von Videos zur Adaption an das eigene Lernlevel wie das Spulen (Rat für kulturelle Bildung, 2019, S. 9) finden sich auch in den Antworten wieder. Weitere Adaptionsmöglichkeiten verdeutlichen das Potenzial interaktiver Elemente wie die Option zu vordefinierten Punkten im Video zu springen, wenn eine Erklärung nicht benötigt wird. Die Aussagen der Schüler:innen deuten darauf hin, dass dadurch der *expertise reversal effect* (Kalyuga, 2021) gemindert werden konnte. Sie nahmen darauf Bezug, dass sie Informationen, die ihnen klar sind, ohnehin nicht verarbeitet hätten. Ferner diente das Video als Kontrollinstrument der eigenen Lösungsprozesse und Gedanken.

Die genannten Herausforderungen betreffen unter anderem den Transfer des Gesehenen auf die nachfolgende Aufgabe. Einerseits schien die Struktur des Videos hilfreich zu sein und einige Schüler:innen gaben an, dass sie den Lösungsplan zur Planung ihres eigenen Lösungsprozesses nutzen konnten. Andererseits war es für einige Schüler:innen-Paare dennoch zu schwer den Transfer zu leisten. Denkbar wäre deshalb beim Kriterium „Integration in ein größeres Konzept" weitere Hilfestellungen zu bieten. Zum Beispiel könnte eine Übersichtsseite mit den wichtigsten Informationen im Anschluss an das Video hilfreich sein. Im Hinblick auf die Dauer des Videos schienen die integrierten Pausen und die Prompts die Konzentration zu unterstützen. Dennoch sollte aufgrund dieser Herausforderung darüber nachgedacht werden, an weiteren Stellen die Option zum Überspringen von Erklärungen anzubieten. Dadurch könnten Schüler:innen das Video noch besser an ihr Lernlevel anpassen und die Dauer des Videos würde sich verkürzen. Bezüglich der Schwierigkeit der Selbstregulation, wenn dieses Video alleine geschaut werden würde, könnten für die Individualarbeit andere Prompts integriert werden. Eine Möglichkeit wäre, dass Schüler:innen dazu aufgefordert werden, kurze Erklärungen zu verschriftlichen, da keine weitere Person zur Besprechung anwesend ist.

Die wahrgenommenen Herausforderungen wurden möglicherweise auch dadurch beeinflusst, dass Schüler:innen die Arbeit mit einem solchen Video nicht gewohnt sind. Das Wiederfinden der Grundstruktur zur Ermöglichung des Transfers sollte über ein Inhaltsverzeichnis unterstützt werden. Dieses Designelement findet sich bisher noch bei wenigen YouTube-Videos wieder. Darüber hinaus sind Schüler:innen möglicherweise kürzere Videos gewohnt, vor allem, wenn sie nur nach bestimmten Informationen (z. B. bei der Prüfungsvorbereitung) suchen. Ein selbstreguliertes Arbeiten kann auch dadurch herausfordernd sein, dass Schüler:innen sonst gegebenenfalls nicht mit Arbeitsaufträgen in Videos konfrontiert werden.

Ziel der Studie war es, erste Eindrücke über die Wahrnehmung eines heuristischen Lösungsbeispielvideos zum Modellieren, welches anhand theoretisch hergeleiteter Designkriterien erstellt wurde, zu gewinnen. Aufgrund der kleinen Stichprobe, der Altersgruppe und des Materials lassen diese Ergebnisse nur eine hypothetische Verallgemeinerung zu und die Ergebnisse sollten in weiteren Studien überprüft werden. Insbesondere lassen sich die Ergebnisse nicht ohne Weiteres auf andere Altersgruppen und thematische Bereiche übertragen. Um weitere Erkenntnisse über das hier vorgeschlagene Videoformat zu gewinnen, könnte in weiteren Untersuchungen der Arbeitsprozess der Schüler:innen mit dem Video betrachtet werden. Hier wären mögliche Analyseschwerpunkte, inwieweit Schüler:innen das heuristische Lösungsbeispielvideo (mithilfe der Prompts) elaborieren und wie Schüler:innen konkret die interaktiven Elemente des Videos nutzen.

Literatur:

Beckschulte, C. (2019). *Mathematisches Modellieren mit Lösungsplan. Eine empirische Untersuchung zur Entwicklung von Modellierungskompetenzen*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-658-27832-8

Bierbrauer, C. (2022). Sachrechnen mit digitalen Medien im Förderschwerpunkt Lernen: Konzeption und Erprobung einer Tablet App zum Verstehen von Textaufgaben. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-658-36683-4

Chi, M. T. H., & Wylie, R. (2014). The ICAP framework: Linking cognitive engagement to active learning outcomes. *Educational Psychologist*, *49*(4), 219–243. https://doi.org/10.1080/00461520.2014.965823

Collins, A., Brown, J. S., & Newman, S. E. (1987). *Cognitive apprenticeship: Teaching the craft of reading, writing and mathematics* (Technical Report Nr. 403). University of Illinois. https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED284181.pdf

Fiorella, L. (2021). Multimedia learning with instructional video. In R. E. Mayer & L. Fiorella (Hrsg.), *The Cambridge Handbook of Multimedia Learning* (3. Aufl., S. 487–497). Cambridge University Press. https://doi.org/10.1017/9781108894333.050

Fung, C.-H., Besser, M., & Poon, K.-K. (2021). Systematic literature review of flipped classroom in mathematics. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *17*(6). https://doi.org/10.29333/ejmste/10900

Fyfield, M. (2022). YouTube in the secondary classroom: How teachers use instructional videos in mainstream classrooms. *Technology, Pedagogy and Education*, *31*(2), 185–197. https://doi.org/10.1080/1475939X.2021.1980429

Greefrath, G., Kaiser, G., Blum, W., & Borromeo Ferri, R. (2013). Mathematisches Modellieren—Eine Einführung in theoretische und didaktische Hintergründe. In R. Borromeo Ferri, G. Greefrath, & G. Kaiser (Hrsg.), *Mathematisches Modellieren für Schule und Hochschule* (S. 11–37). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-658-01580-0

Kalyuga, S. (2021). The expertise reversal principle in multimedia learning. In R. E. Mayer & L. Fiorella (Hrsg.), *The Cambridge Handbook of Multimedia Learning* (3. Aufl., S. 171–182). Cambridge University Press. https://doi.org/10.1017/9781108894333.017

Kay, R. (2014). Developing a framework for creating effective instructional video podcasts. *International Journal of Emerging Technologies in Learning*, *9*(1), 22–30. https://doi.org/10.3991/ijet.v9i1.3335

Kay, R., & Kletskin, I. (2012). Evaluating the use of problem-based video podcasts to teach mathematics in higher education. *Computers & Education*, *59*(2), 619–627. https://doi.org/10.1016/j.compedu.2012.03.007

Mayer, R. E. (2020). *Multimedia learning* (3. Aufl.). Cambridge University Press.

Mayring, P. (2015). *Qualitative Inhaltsanalyse: Grundlagen und Techniken* (12., überarb. Aufl). Beltz.

Niss, M., & Blum, W. (2020). *The learning and teaching of mathematical modelling* (1. Aufl.). Routledge. https://doi.org/10.4324/9781315189314

Rat für kulturelle Bildung. (2019). *Jugend/YouTube/Kulturelle Bildung. Horizont 2019*. Rat für kulturelle Bildung.

Reiss, K., & Renkl, A. (2002). Learning to prove: The idea of heuristic examples. *ZDM—Mathematics Education*, *34*(1), 29–35. https://doi.org/10.1007/BF02655690

Renkl, A. (2014). Toward an instructionally oriented theory of example-based learning. *Cognitive Science*, *38*(1), 1–37. https://doi.org/10.1111/cogs.12086

Tropper, N. (2019). *Strategisches Modellieren durch heuristische Lösungsbeispiele: Untersuchungen von Lösungsprozeduren und Strategiewissen zum mathematischen Modellierungsprozess*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-658-24992-2

Zöttl, L. (2010). *Modellierungskompetenz fördern mit heuristischen Lösungsbeispielen*. Franzbecker.

Mira H. Wulff, Anika Radkowitsch, Marc Wilken & Aiso Heinze

IPN Kiel, mwulff@leibniz-ipn.de, radkowitsch@leibniz-ipn.de, wilken@leibniz-ipn.de, heinze@leibniz-ipn.de

Wie sehen Lehrkräfte die Nutzung des 3D-Drucks als Lernkontext im Mathematikunterricht der Sekundarstufe?

Aufgrund der Digitalisierung der Arbeitswelt werden zunehmend digitale Kompetenzen von Schulabsolvent:innen erwartet. Im Beitrag wird eine Studie mit 166 Lehrkräften zu deren Sichtweise auf die Nutzung des 3D-Drucks als Lernkontext im Mathematikunterricht vorgestellt. Die Ergebnisse deuten auf eine Offenheit der Lehrkräfte hin, die mit dem erwarteten Nutzen des 3D-Druck-Kontexts und der Selbstwirksamkeitserwartung der Lehrkräfte zusammenhängt.

1. Einleitung

Eine der zentralen gesellschaftlichen Herausforderungen ist die zunehmende Digitalisierung der Arbeitswelt. Als Folge der Transformation von mechanischen oder analogen zu digitalen, automatisierten Prozessen (z. B. Kaiser et al., 2021) verändern sich die Anforderungen an die Kompetenzprofile von (zukünftigen) Arbeitnehmer:innen (z. B. Grundke et al., 2017). Dementsprechend werden innovative Unterrichtskonzepte an allgemeinbildenden Schulen benötigt, die die Schüler:innen auf die geforderten Kompetenzprofile der digitalen Arbeitswelt vorbereiten. Hierbei sind die Lehrkräfte der allgemeinbildenden Schulen einer der zentralen Faktoren: Entscheidungen bezüglich des Unterrichtsgeschehens werden unter anderem basierend auf curricularen Vorgaben verschiedener Ebenen (Bildungsstandards, Fachanforderungen und schulinterne Fachcurricula) sowie weiteren Rahmenbedingungen (Ausstattungsaspekte wie Schulbuch oder Digitalisierungsgrad) getroffen.

Ein Ansatz für Unterrichtskonzepte, die Schüler:innen auf die digitale Arbeitswelt vorbereiten, ist die Nutzung von Aspekten der digitalen Arbeitswelt als Lernkontexte im Fachunterricht. Eine Implementierung solcher Unterrichtskonzepte kann aber nur dann gelingen, wenn geeignete schulische Rahmenbedingungen gegeben sind und Lehrkräfte bereit sind, diese Unterrichtskonzepte in ihrem regulären Unterricht einzusetzen. Ziel der vorliegenden Befragung ist es, individuelle Begünstigungsfaktoren für die Nutzung von Aspekten der digitalen Arbeitswelt als Lernkontext im regulären Mathematikunterricht zu erfassen. Als Beispiel einer relevanten Technologie der digitalen Arbeitswelt wird die 3D-Druck-Technologie betrachtet. Entscheidend für Technologien, die unter diesem Oberbegriff gesammelt werden, ist die durch den additiven Aufbau eines Objekts entstehende Unterscheidung zu bestehenden formativen und subtraktiven Produktionsverfahren (vgl. Fastermann, 2014). Vorteile dieser Produktionstechnologie für Industrie sowie Branchen wie etwa der Luft- und Raumfahrt und der Medizintechnik sind unter anderem die schnellen iterativen Anpassungsmöglichkeiten und die dadurch ermöglichte Individualisierung von Teilen.

Die berichtete Studie ist Teil eines Forschungsprojekts, das der Frage nachgeht, inwiefern der 3D-Druck in den regulären Fachunterricht eingebunden werden kann, um die frühzeitige Auseinandersetzung mit einer für den Arbeitsmarkt relevanten digitalen Technologie sowie die Orientierung in der digitalisierten Arbeitswelt zu fördern. Im Hinblick auf den prognostizierten Fachkräftemangel ist zudem der Erwerb berufsrelevanter Kompetenzen ein Fokus des Projekts.

2. Schulische Rahmenbedingungen für eine Nutzung des 3D-Drucks als Lernkontext im Mathematikunterricht der Sekundarstufen 1 und 2

2.1 Theoretischer Rahmen

Bedingungsfaktoren, die Einfluss auf die Einbindung digitaler Technologien im Schulkontext haben, werden in der Literatur u. a. als interne und externe Barrieren kategorisiert (Ertmer, 1999). Externe Barrieren sind beispielsweise schulinterne Ressourcen wie Hard- oder Software, die Ausbildung der Lehrkräfte oder der didaktische und technische Support (vgl. Eickelmann et al., 2019). Unter interne Barrieren fallen u. a. teilweise unbewusste Einstellungen der Lehrkraft über das Lehren und Lernen. Die drei in empirischen Studien am häufigsten genannten Barrieren für die Nutzung digitaler Technologien im regulären Fachunterricht sind nach Hew und Brush (2007) die Ausstattung (externe Barriere), Wissen und Fertigkeiten der Lehrkräfte sowie deren Einstellungen und Überzeugungen (jeweils interne Barrieren). Es kann davon ausgegangen werden, dass externe Barrieren durch den zunehmenden Digitalisierungsgrad der Schulen schrittweise abgebaut werden. Sie sind damit zwar temporär relevante Herausforderungen für die Integration von digitalen Technologien in den regulären Schulunterricht, jedoch können die internen Barrieren als umfassender und relevanter („biggest enablers", Ertmer et al., 2012) im Implementationsprozess angesehen werden (vgl. Ertmer, 1999; Newhouse, 2001) und werden im Folgenden genauer betrachtet.

Nach Borko und Putnam (1995) hat das individuelle Wissen von Lehrkräften einen signifikanten Einfluss auf ihre Unterrichtsentscheidungen. Lehrkräftewissen wurde nach Shulman (1986) im PCK-Modell kategorisiert. Dieses Framework wurde u.a. durch Mishra und Koehler (2006) um eine technologische Komponente erweitert, indem u. a. die Bereiche des *technological knowledge* (TK), *technological pedagogical knowledge* (TPK) und *technological pedagogical content knowledge* (TPACK) ergänzt wurden. Dem liegt die Annahme zugrunde, dass die effektive Integration von Technologie im Unterricht auf der Interaktion von Technologie, Inhalt und Pädagogik basiert (Angeli & Valanidis, 2009). Neben dem Lehrkräftewissen hat die Einschätzung der Lehrkräfte der eigenen Handlungsfähigkeit (*Selbstwirksamkeitserwartung*) in Bezug auf die genannten Wissenskonstrukte eine relevante Bedeutung. Selbstwirksamkeitserwartungen haben einen signifikanten Einfluss auf die Nutzung von digitalen Technologien im Unterricht (Wozney et al., 2006). Eine Studie von Bauer und Kenton (2005) weist darauf hin, dass Selbstwirksamkeitserwartungen dabei wichtiger sein könnten als das Wissen und die Fertigkeiten der Lehrkräfte.

Neben den Selbstwirksamkeitserwartungen können weitere psychologische Konstrukte von Lehrkräften als relevant angesehen werden, wie etwa die Motivation sowie Überzeugungen zur Einbindung digitaler Technologien im Unterricht. Damit neue Unterrichtsansätze in den Unterricht eingebunden werden, müssen diese mit bestehenden Überzeugungen der Lehrkraft in Einklang gebracht werden können (Hughes, 2005; Zhao & Frank, 2003). Als bedeutsam werden in der Literatur die *task value beliefs* genannt, die gemeinsam mit dem Zuschreiben einer Erfolgserwartung zu einer Tätigkeit die Leistungsmotivation einer Person beschreiben (u. a. Wigfield & Eccles, 1992). So kann angenommen werden, dass ein neuer pädagogischer Ansatz dann eingesetzt wird, wenn Lehrkräfte diesem einen hohen *task value* zuschreiben. Dabei wird das Konstrukt *task value* in drei Wertkategorien unterteilt (vgl. u. a. Wigfield & Eccles, 1992; Wigfield, 1994):

1) *Intrinsic value (Freude)*: die individuelle Freude an dem Ansatz,
2) *Attainmant value (Wichtigkeit)*: die individuell wahrgenommene Relevanz, den gegebenen Ansatz und damit verknüpfte Herausforderungen zu meistern,
3) *Utility value (Nutzen)*: der individuell wahrgenommene Nutzen des Ansatzes in Relation zu (Unterrichts-)Zielen.

2.2 Forschungsfragen

In unserer Studie sollen die schulischen Rahmenbedingungen insbesondere in Bezug auf die Einstellungen von Mathematiklehrkräften und deren Zusammenhang zur Intention zur Integration der 3D-Druck-Technologie für Lerngelegenheiten in ihrem Fachunterricht untersucht werden. Leitend sind dabei die folgenden zwei Forschungsfragen:

1. Welche Ausprägung haben bei Mathematiklehrkräften a) die Selbstwirksamkeitserwartungen in den Kompetenzbereichen TK, TPK und TPACK und b) die task value beliefs zur Integration der 3D-Druck-Technologie in den Mathematikunterricht?
2. Welche Zusammenhänge gibt es zwischen den Selbstwirksamkeitserwartungen bzw. task value beliefs und der Intention zur Implementation der 3D-Druck-Technologie als Lernkontext im Mathematikunterricht?

3. Methode

3.1 Stichprobe

Der Zugang zu dem Online-Fragebogen wurde per E-Mail an die Schulleitungen aller weiterführenden allgemeinbildenden Schulen in Schleswig-Holstein und Süddänemark versendet, mit der Bitte, diesen an die zuständigen Mathematik-Lehrkräfte der Sekundarstufe 1 und 2 weiterzugeben. Die Entscheidung für eine binationale Stichprobe wurde getroffen, um die Varianz zu erhöhen, da dänische

Schulen laut ICILS (2018) eine deutlich höhere Digitalisierungsrate haben als deutsche Schulen.

Es beteiligten sich 166 Lehrkräfte an der Befragung (72 weiblich, 81 männlich, 13 keine Angabe). Bei der Altersverteilung war die Kategorie zwischen 31-40 Jahren mit 30,7% am stärksten vertreten, gefolgt von den Kategorien „41-50" (28,9%) und „51-60" (20,5%). Zudem waren zum Erhebungszeitpunkt 12 (7,23%) der befragten Lehrkräfte jünger als 31 Jahre, sowie 10 (6,02%) älter als 60 Jahre. Von den 166 Lehrkräften unterrichteten 112 (67,5%) an einer deutschen Schule in Deutschland, 32 (19,2%) an einer dänischen Schule in Dänemark, 10 (6%) an einer dänischen Schule in Deutschland und 1 (0,6%) an einer deutschen Schule in Dänemark (keine Angabe $n = 11$ (6,6%)). Insbesondere wurde in der Studie auch um die Beteiligung der Minderheitenschulen gebeten, da diese sich im Spannungsfeld beider (Schul-)Kulturen befinden. Die meisten der befragten Lehrkräfte unterrichten an einem Gymnasium (47,0%), gefolgt von Gemeinschaftsschulen ohne gymnasiale Oberstufe (38,0%) und Gemeinschaftsschulen mit gymnasialer Oberstufe (8,4%).

Die teilnehmenden Lehrkräfte wurden zu Beginn befragt, ob sie bereits den 3D-Druck für Lerngelegenheiten in ihrem Mathematikunterricht nutzen. Innerhalb der Stichprobe hatten nur 12 Lehrkräfte[12] (7,2%) bereits die Technologie in ihrem Mathematikunterricht verwendet, hiervon 5 gelegentlich und 7 selten. Diese Lehrkräfte werden im Folgenden als Gruppe 1 bezeichnet. 154 der 166 befragten Lehrkräfte (92,8%) gaben an, dass sie die Technologie noch nicht für Lerngelegenheiten in ihrem Mathematikunterricht einsetzten (Gruppe 2[13]).

3.2 Instrumente

Die Studie wurde online als querschnittliche Fragebogenstudie durchgeführt. Der verwendete Fragebogen bestand aus drei Teilen. Der erste Teil umfasste demographische Fragen sowie jeweils ein Item zur digitalen Ausstattung der Schule mit[14] und der individuellen Nutzung der zugänglichen 3D-Druckern.

Der zweite Teil enthielt vierstufige Likert-Skalen[15] zur Erfassung der psychologischen Konstrukte. Zunächst wurden die Lehrkräfte um eine Einschätzung ihres *Verhältnisses zu digitalen Medien* (im Allgemeinen bzw. im Mathematikunterricht) gebeten (Items basierend auf BITKOM, 2015). Anschließend gaben die

[12] Von den 12 Lehrkräften unterrichteten 7 an einer deutschen Schule und 5 an einer dänischen Schule. Dies entspricht respektive 5,7% bzw. 15,2% der befragten Lehrkräfte an deutschen bzw. dänischen Schulen.

[13] Die Lehrkräfte aus Gruppen 1 und 2 erhielten in den Skalen task value beliefs (Freude), task value beliefs (Nutzen) sowie den drei Skalen zur Selbstwirksamkeitserwartung jeweils an ihre Vorkenntnisse angepasste Items (im Optativ bzw. im Konjunktiv formuliert). Zum Beispiel: Gruppe 1: *„Ich bin überzeugt, dass ich technische Probleme bei der Nutzung der 3D-Druck-Technologie lösen kann."*; Gruppe 2: *„Ich bin überzeugt, dass ich technische Probleme bei der Nutzung der 3D-Druck-Technologie lösen könnte."*

[14] Antwortmöglichkeiten: 0 = Kein 3D-Drucker in der Schule zugänglich, 1 = 3D-Drucker in der Schule zugänglich

[15] Antwortmöglichkeiten: 1 = stimme nicht zu, 2 = stimme eher nicht zu, 3 = stimme eher zu, 4 = stimme zu

Lehrkräfte ihre *Intention, die 3D-Druck-Technologie in ihrem Mathematikunterricht als Lernkontext zu verwenden*, an. Hierfür wurden Lehrkräften angepasst an ihre Schulform jeweils ein Beispielkontext für einen mathematischen Inhalt der beiden Sekundarstufen kurz erläutert: Für die Sekundarstufe 1 wurde der mathematische Inhalt „Zusammengesetzte Körper" des Geometrieunterrichts herangezogen, der in direkten Modellierungsprozessen betrachtet werden kann. Für die Sekundarstufe 2 wurde der mathematische Inhalt „Ebenendarstellungen" des Unterrichts zur analytischen Geometrie verwendet, da das STL-Format – ein wichtiges Triangulationsformat – als kontextualisierte Verknüpfung der Drei-Punkte-Form sowie des Normalenvektors betrachtet werden kann. Um die Einstellungen von Lehrkräften in Bezug auf die Implementierung der 3D-Druck-Technologie als Beispiel einer relevanten digitalen Technologie zu erheben, wurden Items zu den *task value beliefs* sowie zur *Selbstwirksamkeitserwartungen in den Kompetenzbereichen TK, TPK* und *TPACK* in Bezug auf die Implementation der 3D-Druck-Technologie im Mathematikunterricht verwendet. In der Fragebogenerstellung wurden die von Cheng (2019) genutzten Skalen übersetzt und für die Rahmenbedingungen der Studie adaptiert.

Der dritte Teil des Fragebogens bestand aus offenen Fragen, die insbesondere auf Chancen und Herausforderungen der Implementierung der 3D-Druck-Technologie im Mathematikunterricht eingehen. Ergebnisse dazu werden hier nicht berichtet.

Variable und Beispielitem	Gruppe	Anzahl Items	Reliabilität
Digitale Ausstattung, Medienkonzept & Nutzung *(Haben Sie Zugang zu einem 3D-Drucker?)*	1+2	2 (+2)[16]	
Verhältnisses zu digitalen Medien (im Allgemeinen bzw. im Mathematikunterricht) *(Wie stehen Sie dem Einsatz digitaler Medien im Mathematikunterricht gegenüber?)*	1+2	2	0,82
Task value beliefs (Freude) *(Aus Lehrkraftperspektive finde ich das Integrieren der 3D-Druck-Technologie in meinem Mathematikunterricht interessant.)*	1	3	0,66
	2	3	0,82
Task value beliefs (Wichtigkeit) *(Mir ist es wichtig gut darin zu sein, die 3D-Druck-Technologie in meinen Mathematikunterricht zu integrieren.)*	1+2	2	0,84
Task value beliefs (Nutzen) *(Die 3D-Druck-Technologie ist nützlich/hilfreich im Mathematikunterricht, um Lerngelegenheiten für Schüler:innen zu verbessern.)*	1	2	0,66
	2	2	0,76
Selbstwirksamkeitserwartung TK *(Ich bin überzeugt, dass ich technische Probleme bei der Nutzung der 3D-Druck-Technologie lösen kann.)*	1	4	0,86
	2	4	0,88

[16] Mithilfe zweier offener Fragen wurde abhängig von der Antwort im Ausstattungsitem erhoben, wie häufig die befragten Lehrkräfte den/die ihnen zugänglichen 3D-Drucker in dem letzten Monat genutzt haben.

Selbstwirksamkeitserwartung TPK *(Ich bin überzeugt, dass ich die 3D-Druck-Technologie verwenden kann, um das Lernen der Schüler:innen in einer Mathematikstunde zu fördern.)*	1	4	0,81
	2	4	0,83
Selbstwirksamkeitserwartung TPACK *(Ich bin überzeugt, dass ich die 3D-Druck-Technologie passend in den Mathematikunterricht und den zugehörigen Methoden integrieren kann.)*	1	4	0,82
	2	4	0,80

Tabelle 1: Reliabilitätskoeffizienten Cronbachs Alpha (Skalen mit 3-4 Items) und Spearman Brown (Skalen mit 2 Items) der Skalen aus der Online-Lehrkräftebefragung.

Die Reliabilitäten sind als gut einzuschätzen und liegen bis auf zwei Ausnahmen über 0,75. Die zwei geringeren Werte (0,66) sind aufgrund der geringen Größe von Gruppe 1 auch als akzeptabel einzustufen.

4 Ergebnisse

Bezüglich Forschungsfrage 1 zeigen die Daten, dass Lehrkräfte in Schleswig-Holstein und Süddänemark generell ein positives (59,6%) oder eher positives (29,5%) Verhältnis zu digitalen Medien im Allgemeinen haben (s. Tab. 2). Ein ähnlich hoher Anteil der befragten Lehrkräfte steht ebenfalls dem Einsatz digitaler Medien im Mathematikunterricht grundsätzlich positiv (53,6%) oder eher positiv (30,1%) gegenüber.

Basierend auf der in 2018 durchgeführten ICILS Studie wurde angenommen, dass dänische Schulen besser mit 3D-Druckern ausgestattet sind als deutsche Schulen (vgl. Eickelmann et al., 2019). Unsere Stichprobe bildet dies ebenfalls ab. Von den 112 Lehrkräften an deutschen Schulen in Deutschland hatten 34,8% Zugriff auf einen 3D-Drucker an ihrer Schule, während von den 32 befragten dänischen Lehrkräften an dänischen Schulen 78,1% Zugang zu einem 3D-Drucker in ihren Schulen hatten[17]. Weiter gaben nur 9,6% der befragten Lehrkräfte an, dass das an ihrer Schule existierende Medienkonzept die 3D-Druck-Technologie beinhaltet.

[17] Die einzige Lehrkraft der Stichprobe einer deutschen Schule in Dänemark gab den Zugang zu einem 3D-Drucker im Schulkontext an, während 2 von 10 Lehrkräften von dänischen Schulen in Deutschland Zugriff auf einen 3D-Drucker hatten. Die Aussagekraft ist aufgrund der Stichprobengröße gering.

		Ausstattung	Verhältnis zu digitalen Medien	tvb (Freude)	tvb (Wichtigkeit)	tvb (Nutzen)	SWE TK	SWE TPK	SWE TPACK
Gesamtstichprobe	MW	0,46	3,56	3,32	2,83	3,10	3,03	3,06	2,87
	SD	0,50	0,55	0,67	0,98	0,73	0,70	0,63	0,67
Lehrkräfte an deutschen Schulen	MW	0,39	3,61	3,39	2,96	3,18	3,02	3,10	2,91
	SD	0,49	0,51	0,60	0,90	0,64	0,72	0,62	0,65
Lehrkräfte an dänischen Schulen	MW	0,66	3,40	3,10	2,49	2,89	3,09	2,94	2,75
	SD	0,48	0,64	0,79	1,11	0,90	0,64	0,65	0,72
3D-Drucker zugänglich	MW	-	3,54	3,25	2,76	2,97	3,18	2,97	2,78
	SD	-	0,55	0,70	1,01	0,78	0,68	0,65	0,70
3D-Drucker nicht zugänglich	MW	-	3,57	3,40	2,89	3,25	2,88	3,15	2,97
	SD	-	0,56	0,62	0,94	0,64	0,70	0,61	0,63

Tabelle 2: Mittelwerte und Standardabweichungen der Gesamtstichprobe sowie der vier Teildatensätze über die Lehrkräfte a) an deutschen Schulen (in Deutschland und Dänemark), b) an dänischen Schulen (in Deutschland und Dänemark) sowie c) die Lehrkräfte, die Zugang zu einem 3D-Drucker haben und d) die Lehrkräfte, denen kein 3D-Drucker zugänglich ist (tvb = task value beliefs, SWE = Selbstwirksamkeitserwartung).

Basierend auf den gegebenen Beispielen für eine Implementation der 3D-Druck-Technologie als Lernkontext im Mathematikunterricht (vgl. Abschnitt 3.2) gaben 78,5% der 149 Lehrkräfte, die (auch) in der Sekundarstufe 1 Mathematik unterrichten, an, dass sie sich die Nutzung der 3D-Druck-Technologie als Lernkontext für den Unterrichtsinhalt „Zusammengesetzte Körper“ vorstellen können. Von den 92 befragten Mathematiklehrkräften, die in der Sekundarstufe 2 unterrichten, konnten sich 76,1% vorstellen, den Lernkontext 3D-Druck für den Unterrichtsinhalt „Ebenendarstellungen“ zu verwenden.

Zur Beantwortung der Forschungsfrage 2 sind in Tabelle 3 die Korrelationswerte sowie Mittelwerte und Standardabweichungen der einzelnen Variablen aufgeführt.

	Ausstattung	Verhältnis zu digitalen Medien	tvb (Freude)		tvb (Wichtigkeit)		tvb (Nutzen)		SWE TK		SWE TPK		SWE TPACK	
Gruppe	1+2	1+2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
Intention Sek1	-0,18*	0,26*	0,64*	0,66*	0,76*	0,43*	0,79*	0,56*	0,57	-0,08	0,49	0.52*	0,51	0,42*
Intention Sek2	-0,08	0,38*	0,70*	0,71*	0,97*	0,42*	0,93	0,59*	0,63	-0,13	0,62	0,60*	0,87	0,38*

Tabelle 3: Korrelationstabelle verschiedener Variablen (tvb = task value beliefs, SWE = Selbstwirksamkeitserwartung) mit der Intention, den 3D-Druck im Mathematikunterricht der Sek. 1 bzw. 2 einzusetzen. Korrelationswerte mit * sind signifikant mit $p < 0{,}05$.

Die Ergebnisse deuten darauf hin, dass positive Zusammenhänge zwischen der *Intention* und den *task value beliefs* bzw. den *Selbstwirksamkeitserwartungen* bzgl. TPK und TPACK bestehen. Dabei deuten sich Unterschiede zwischen den Lehrkräften mit und ohne erste Erfahrungen beim Einsatz des 3D-Drucks an (Gruppe 1 vs. Gruppe 2). Insbesondere bei den *task values beliefs* zur Wichtigkeit und zum Nutzen zeigen sich Tendenzen zur Verstärkung des jeweiligen Zusammenhangs zur Intention, den 3D-Druck im Mathematikunterricht einzusetzen, wenn erste Erfahrungen gemacht wurden (stärkere Korrelationen bei Gruppe 1 als bei Gruppe 2). Gleichzeitig zeigt sich bei bestehenden Erfahrungen zum Einsatz des 3D-Drucks (Gruppe 1) kein signifikanter Zusammenhang zwischen den Selbstwirksamkeitserwartungen und der Intention zur Nutzung der Technologie im Mathematikunterricht. Aufgrund der geringen Größe der Gruppe 1 sollten diese Ergebnisse in Folgestudien bestätigt werden.

4.3 Limitationen

Die Lehrkräftebefragung wurde während der Covid19-Pandemie durchgeführt, als die Schulen noch von den Nachwirkungen der Schulschließungen in den Jahren 2021 und 2022 betroffen waren. Da der Link zu der Online-Befragung an die Schulleitung per E-Mail verschickt wurde, gab es hier bereits eine erste Selektion, da einige Schulleitungen die Rückmeldung gaben, dass sie die Lehrkräfte in der für sie als herausfordernd empfundenen Zeit nicht weiter strapazieren wollen. Da die Schulleitungen grob über den Inhalt der Befragung informiert wurden, ist zudem eine weitere Selektion möglich, nach der eher Schulen teilgenommen haben, deren Kollegium oder Schulleitung technikaffin sind. Da nur Schulleitungen aus dem Bundesland Schleswig-Holstein in Deutschland und den Regionen Syddanmark (Süddänemark) und Sjælland (Seeland) in Dänemark angeschrieben wurden, beschränkt sich die Reichweite der Ergebnisse auf diese Gebiete. Zudem ist anzumerken, dass an der Befragung im Vergleich eher wenige dänische Lehrkräfte teilgenommen haben. Schließlich beschränkte sich der Fragebogen auf die Erhebung von Überzeugungen und Einstellungen (*task value belief* und *Selbstwirksamkeitserwartung*). Auf eine direkte Erfassung von Wissen wurde in dieser Studie aufgrund des zu großen Zeitbedarfs und der Pandemiesituation verzichtet.

5. Diskussion und Ausblick

In Zeiten von wachsendem Fachkräftemangel ist die Vorbereitung auf die digitale Arbeitswelt im Sinne von orientierenden Einblicken ein zentraler Aspekt, der auch bereits innerhalb der Schulbildung berücksichtigt werden sollte. Die Auseinandersetzung mit der 3D-Druck-Technologie als Lernkontext im Mathematikunterricht könnte eine frühe und im Sinne des Spiralcurriculums wiederkehrende Lerngelegenheit für Schüler:innen bieten, um eine relevante digitale Technologie der heutigen und zukünftigen digitalen Arbeitswelt kennenzulernen. Für eine erfolgreiche Implementation im Unterricht können sowohl externe als auch interne Barrieren (Ertmer, 1999) von zentraler Bedeutung sein. Es kann davon ausgegangen werden, dass Schulen durch den zunehmenden Digitalisierungsgrad digital besser ausgestattet und externe Barrieren folglich reduziert werden. Relevant zur Einschätzung interner Barrieren sind die festgestellten positiven Zusammenhänge zwischen der Intention der Lehrkräfte zur Nutzung des 3D-Drucks im Mathematikunterricht und den *Selbstwirksamkeitserwartungen bzgl. TPK* und *TPACK* bzw. ihren *task value beliefs*. Dies steht im Einklang mit den Ergebnissen von Wozney et al. (2006) sowie Bauer und Kenton (2005), nach denen adäquate *Selbstwirksamkeitserwartungen* bedeutsam für den Einsatz von Technologien im Unterricht sind. Ebenso entsprechen die Ergebnisse bzgl. der *task value beliefs* den Vorhersagen des Erwartungs-Wert-Modells (Wigfield & Eccles, 1992).

Die Ergebnisse liefern insbesondere Ansatzpunkte für geplante Lehrkräftefortbildungen, die Gelegenheiten für eine Auseinandersetzung von Lehrkräften mit dem Lernkontext 3D-Druck bieten. Diese könnten die Lehrkräfte dazu ermächtigen, eigenständig mit der 3D-Druck-Technologie zu arbeiten und diese auf verschiedene Arten in ihren Unterricht einzubinden (beispielsweise auch als Visualisierungshilfe oder als Lerninhalt, vgl. Dilling et al., 2021). Dies könnte zur Steigerung der *task value beliefs* (u. a. in Bezug auf die Wichtigkeit und den Nutzen des Lernkontexts) und dem *Selbstwirksamkeitserleben* beitragen, was die Intention der Nutzung des 3D-Drucks im Unterricht stärken könnte. Die vorliegende Studie ist Teil eines Forschungsprojekts, in dem Designprinzipien sowie Unterrichtskonzepte und -materialien für die Verknüpfung curricularer Inhalte des Mathematikunterrichts mit dem 3D-Druck als Lernkontext erstellt und anschließend als Open Educational Resources veröffentlicht werden, sodass Lehrkräfte kostenfrei Zugriff darauf haben und diese nutzen und weiterentwickeln können.

Literatur:

Angeli, C., & Valanides, N. (2009). Epistemological and methodological issues for the conceptualization, development, and assessment of ICT-TPCK: Advances in technological pedagogical content knowledge (TPCK). *Computers & Education, 52*, 154–168.

Bauer, J., & Kenton, J. (2005). Toward Technology Integration in the Schools: Why It Isn't Happening. *Journal of Technology and Teacher Education, 13*, 519–546.

BITKOM (2015). *Digitale Schule – vernetztes Lernen. Ergebnisse repräsentativer Schüler- und Lehrerbefragungen zum Einsatz digitaler Medien im Schulunterricht*. Berlin: Bitkom.

Borko, H., & Putnam, R. T. (1995). Expanding a teacher's knowledge base: A cognitive psychological perspective on professional development. In T. R. Guskey, & M. Huberman (Eds.), *Professional development in education: New paradigms and practices* (pp. 35–65). New York: Teachers College Press.

Chen, A., Martin, R., Ennis C. D, & Sun, H. (2008). Content Specificity of Expectancy Beliefs and Task Values in Elementary Physical Education. *Research Quarterly for Exercise and Sport,* 79(2), 195–208.

Cheng, L. (2019). *3D Printing Integration in K-12 Science Classrooms: The Relationship with Students' STEM Motivation, 21st Century Skills, and Interest in STEM Careers* (Dissertation University of Florida). Abgerufen am 10. Juli 2022 von https://ufdcimages.uflib.ufl.edu/UF/E0/05/43/05/00001/CHENG_L.pdf

Dilling, F., Marx, B., Pielsticker, F., Vogler, A., & Witzke, I. (2021). *Praxishandbuch 3D-Druck im Mathematikunterricht. Einführung und Unterrichtsentwürfe für die Sekundarstufen I und II*. Münster: Waxmann.

Eickelmann, B., Bos, W., Gerick, J., Goldhammer, F., Schaumburg, H., Schwippert, K., Senkbeil, M., & Vahrenhold, J. (Eds.) (2019*). ICILS 2018 #Deutschland. Computer- und informationsbezogene Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern im zweiten internationalen Vergleich und Kompetenzen im Bereich Computational Thinking*. Münster: Waxmann.

Ertmer, P. A. (1999). Addressing first- and second-order barriers to change: Strategies for technology integration. *Educational Technology Research and Development, 47*, 47–61.

Ertmer, P. A., Ottenbreit-Leftwich, A. T., Sadik, O., Sendurur, E., & Sendurur, P. (2012). Teacher beliefs and technology integration practices: A critical relationship. *Computers & Education*, *59*(2), 423–435.

Fastermann, P. (2014). *3D-Drucken. Wie die generative Fertigungstechnik funktioniert*. Heidelberg: Springer.

Grundke, R., Jamet, S., Kalamova, M., Keslair, F., & Squicciarini, M. (2017). Skills and global value chains: A characterization. *OECD Science, Technology and Industry Working Papers 2017*(05), OECD Publishing.

Hew, K. F., & Brush, T. (2007). Integrating Technology into K-12 Teaching and Learning: Current Knowledge Gaps and Recommendations for Future Research. *Education Technology Research and Development, 55*, 223–252.

Hughes, J. (2005). The Role of Teacher Knowledge and Learning Experiences in Forming Technology-Integrated Pedagogy. *Journal of Technology and Teacher Education, 13*(2), 277–302.

Kaiser, S., Kozica, A., Littig, B., Müller, M., Rauch, R., & Thiemann, D. (2021). DigiTraIn 4.0: Ein Beratungskonzept für die Transformation in eine digitale Arbeitswelt. In W. Bauer, S. Mütze-Niewöhner, S. Stowasser, C. Zanker & N. Müller (Eds.), *Arbeit in der digitalisierten Welt. Praxisbeispiele und Gestaltungslösungen aus dem BMBF-Förderschwerpunkt*. Wiesbaden: Springer.

Mishra, P. & Koehler, M. J. (2006). Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge. *Teachers College Record, 108* (6), 1017–1054.

Newhouse, Christopher. (2001). Development and Use of an Instrument for Computer-Supported Learning Environments. *Learning Environments Research. 4*, 115–138.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, 15* (2), 4–14.

Wigfield, A., & Eccles, J. S. (1992). The development of achievement task values: A theoretical analysis. *Developmental Review, 12*(3), 265–310.

Wigfield, A. (1994). Expectancy-value theory of achievement motivation: A developmental perspective. *Educational Psychology Review*, *6*(1), 49–78.

Wozney, Lori & Venkatesh, Vivek & Abrami, Philip. (2006). Implementing Computer Technologies: Teachers' Perceptions and Practices. *Journal of Information Technology for Teacher Education, 14*, 173–207.

Zhao, Y., & Frank, K. A., (2003). An ecological analysis of factors affecting technology use in schools. *American Educational Research Journal, 40*, 807–840.

Die digitale Transformation im Bildungsbereich bietet vielfältige Potenziale für das Lehren und Lernen im Unterricht und stellt alle beteiligten Akteure dabei auch vor große Hürden. Für den Mathematikunterricht ergeben sich viele fachspezifische Chancen und Herausforderungen, die auf der Vernetzungstagung 2023 zum Thema „Mathematikunterricht mit digitalen Medien und Werkzeugen in Schule und Forschung“ in Siegen diskutiert wurden. Hierzu kamen Mathematikdidaktiker*innen, Lehrer*innen, Schüler*innen, Akteure der Schulpolitik sowie Eltern zusammen und haben sich über konkrete Ideen und spannende übergeordnete Fragestellungen ausgetauscht.

Der vorliegende Tagungsband stellt wesentliche Ergebnisse der Vorträge, Workshops, Postervorstellungen und Diskussionsrunden vor. Die Vielfalt der Beiträge zeigt, dass das Thema Digitalisierung im Mathematikunterricht ein sehr aktives Forschungsfeld in Deutschland ist. Die verschiedenen Beiträge reichen von konkreten Unterrichtsideen über theoretische Beiträge bis hin zu empirischen Forschungsarbeiten. Ebenso lässt sich eine große Anzahl von unterschiedlichen Medienarten identifizieren, die in den Beiträgen betrachtet werden (z.B. 3D-Drucker, Lernvideos, Audio-Podcasts, Apps). In seiner Gesamtheit bildet der Tagungsband somit eine hervorragende Basis für die weitere Entwicklung des Themas.

ISBN 978-3-95987-204-1